

# 基于概率假设密度滤波平滑器的检测前跟踪算法

林再平 周一宇 安 玮 徐 洋

(国防科学技术大学电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 基于概率假设密度滤波(PHD)的检测前跟踪(TBD)技术可以有效解决未知弱小多目标检测问题。PHD-TBD算法粒子权重计算受量测噪声影响明显,导致目标数估计存在起伏现象,制约了PHD-TBD算法性能。对PHD-TBD技术进行研究,引进概率假设密度滤波平滑器,提出基于平滑的PHD-TBD算法。该算法对当前帧目标数估计时,综合利用前向递推和后向平滑结果对粒子权重进行更新,在一定程度上克服了随机量测噪声的影响。通过仿真验证,该算法能够有效发现目标,准确估计目标数目和位置,性能有较大提高。

**关键词** 传感器;检测前跟踪;概率假设密度滤波;序列蒙特卡罗方法;粒子平滑

**中图分类号** TN957.51 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.1012003

## Track-Before-Detect Algorithm Based on Probability Hypothesis Density Smoother

Lin Zaiping Zhou Yiyu An Wei Xu Yang

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** Track-before-detect (TBD) technology based on the probability hypothesis density (PHD) filter can effectively solve the problem of tracking number-varying dim multi-target. The main limitation of the standard PHD-TBD algorithm is the estimation error of target numbers influenced by the measurement noise remarkably. An improved PHD-TBD algorithm based on the smooth is proposed. The algorithm can overcome the influence of noise in a certain extent by updating the weight of particle using forward recursion and backward smooth, and then a steady estimation of target numbers is obtained. In addition, the simulation results demonstrate that the proposed algorithm can effectively and stably estimate the number of targets and their positions comparing with the standard one.

**Key words** sensors; track-before-detect; probability hypothesis density filter; sequential Monte Carlo; particle smooth

**OCIS codes** 280.4991; 100.4999; 110.3080; 070.4340

## 1 引 言

在现代高科技战争中,为了能有效应对敌方卫星、导弹和飞机等军事目标,增大作战距离,要求在远距离处就能发现目标。然而,对于获得的远距离图像,成像面积小,可检测到的信号相对较弱,目标信号被大量噪声所湮没,因此图像的信噪比很低,弱小点目标检测变得非常困难。检测前跟踪<sup>[1,2]</sup>

(TBD)技术正是解决低信噪比弱小点目标运动检测的有效方法,其本质是不对单帧有无目标进行判断,而对多帧原始图像可能轨迹进行跟踪,利用跟踪滤波的思想,对目标在像平面的位置进行估计,然后利用检测思想对各个轨迹进行检测判断,从而检测出真正的目标,提取目标轨迹。TBD本身只是一种数据与信号处理的思想,依赖于具体的实现方法。

**收稿日期**: 2012-04-25; **收到修改稿日期**: 2012-05-31

**基金项目**: 武器装备预研基金(9140A21041110KG0148)资助课题。

**作者简介**: 林再平(1982—),男,博士研究生,主要从事空间红外图像获取与处理、目标检测与跟踪等方面的研究。

E-mail: linzaiping@sina.com

**导师简介**: 周一宇(1948—),男,教授,博士生导师,主要从事综合电子战系统与应用、信息战理论与效能评估、空间信息对抗技术等方面的研究。E-mail: zhouyiyu@sohu.com

Mahler<sup>[3]</sup>于2003年提出了概率假设密度(PHD)滤波器,其中PHD是多目标后验概率密度的一阶统计矩,递推地传递目标状态的分布信息,不需要复杂的数据关联就能提取估计多目标的个数和状态。PHD滤波器一经提出便成为研究热点,Vo等<sup>[4,5]</sup>给出了PHD滤波器的粒子滤波实现(SMC-PHD)和高斯混和实现(GM-PHD)。Nandakumaran等<sup>[6]</sup>引进平滑概念,根据PHD物理空间描述方法提出基于粒子实现的平滑PHD滤波器,该方法对前向滤波后的粒子,以一定的步长再进行后向滤波,以估计延迟和计算量为代价,取得准确的目标数和精确目标状态估计。PHD滤波器在目标跟踪领域应用研究较多<sup>[7~12]</sup>,并取得了很好的成果,但PHD滤波器在TBD领域的应用刚刚起步,还有许多亟待解决的问题。

Punithakumar等<sup>[13]</sup>将基于随机集理论的PHD滤波引入到红外图像的多目标TBD中,利用序列蒙特卡罗方法实现对未知目标数的弱小多目标检测并跟踪。此方法完整引入跟踪的思想,建立目标运动模型和传感器观测模型,同时发挥PHD滤波能有效估计目标数量的优势,在快速估计目标数的同时,实现对目标位置的准确估计,取得了良好的效果。但由于PHD滤波本身是一种比较依赖于量测的滤波算法,且TBD算法主要针对信噪比低的目标,利用粒子所在位置对应小邻域计算似然,其似然计算时受背景噪声影响严重,粒子权重值有明显起伏,进而影响PHD-TBD算法对目标数的准确估计,制约了PHD-TBD算法的性能。

针对上述问题,本文将PHD平滑器和TBD算法相结合,提出一种基于PHD平滑器的多目标检测前跟踪算法,并通过序列蒙特卡罗(SMC)技术进行实现。现有的PHD-TBD算法有目标数估计不准和明显起伏的现象,对现有的PHD-TBD算法前向滤波后粒子再进行后向平滑滤波,综合利用前帧后

帧的量测信息和目标的先验信息,进而减少了现有算法的目标数估计起伏,最后通过蒙特卡罗多次仿真实验对算法性能进行分析,通过仿真表明算法的正确性和有效性。

## 2 目标运动模型和测量模型

### 2.1 目标运动模型

基于概率假设密度滤波可以适应非高斯非线性的目标运动模型,假定在 $k$ 时刻目标的运动状态为 $\mathbf{X}_k^t$ ,则弱小运动点目标在像平面的运动模型为

$$\mathbf{X}_{k+1}^t = f_k(\mathbf{X}_k^t, \mathbf{v}_k), t = 1, \dots, N_k \quad (1)$$

式中 $\mathbf{X}_k^t = [x_k^t, \dot{x}_k^t, y_k^t, \dot{y}_k^t, I_k^t]^T$ 是 $K$ 时刻第 $t$ 个目标的状态矢量, $(x_k^t, y_k^t)$ 、 $(\dot{x}_k^t, \dot{y}_k^t)$ 和 $I_k^t$ 分别代表目标的位置、速度和目标能量强度。 $N_k$ 是第 $k$ 帧的目标数, $f_k(\cdot)$ 是非线性目标状态转移函数, $\mathbf{v}_k$ 代表已知的过程处理噪声。

### 2.2 传感器测量模型

红外焦平面探测器测量以一定帧频对监视区域进行观测,焦平面探测器有 $n_x \times m_y$ 个感应像元。每一个分辨单元 $(i, j)$ , $i = 1, \dots, n_x, j = 1, \dots, m_y$ ,对应矩形区域 $\Delta_x \times \Delta_y$ 。则时刻 $k$ 传感器将获取 $n_x \times m_y$ 个强度观测,目标像平面的测量模型可表示为

$$z_k(i, j) = \begin{cases} \sum_{t=1}^{N_k} h_k^{(i, j)}(\mathbf{X}_k^t) + n_k(i, j), & \text{if } (i, j) \in \mathbf{C} \\ n_k(i, j), & \text{if } (i, j) \notin \mathbf{C} \end{cases} \quad (2)$$

式中 $n_k(i, j)$ 为传感器分辨单元 $(i, j)$ 处的观测噪声,是独立的高斯白噪声。 $h_k^{(i, j)}(\mathbf{X}_k^t)$ 是第 $t$ 个目标对分辨单元 $(i, j)$ 的信号强度贡献, $\mathbf{C}$ 表示目标扩散影响的像素区域。目标采用传感器点扩展函数形式,则时刻 $K$ ,位于坐标 $(x_k^t, y_k^t)$ ,强度为 $I_k^t$ 的目标 $t$ 对于分辨单元 $(i, j)$ 的强度贡献可表示为<sup>[13,14]</sup>

$$h_k^{(i, j)}(\mathbf{X}_k^t) \approx \frac{\Delta_x \Delta_y I_k^t}{2\pi \Sigma^2} \exp\left[-\frac{(i\Delta_x - x_k^t)^2 + (j\Delta_y - y_k^t)^2}{2\Sigma^2}\right], \quad (3)$$

式中 $\Sigma$ 表示点扩展方差。在上述传感器观测模型下,目标的似然函数可以近似表示为

$$p(z_k | \mathbf{X}_k^t) \approx \prod_{i \in \mathbf{C}_i(x_k^t)} \prod_{j \in \mathbf{C}_j(x_k^t)} p_{s+n}[z_k(i, j) | \mathbf{X}_k^t] \prod_{i \notin \mathbf{C}_i(x_k^t)} \prod_{j \in \mathbf{C}_j(x_k^t)} p_n[z_k(i, j)],$$

定义 $(r, s)$ 为其主像素,表示受目标影响最大的像素, $r = D_r(\mathbf{X}_k^t)$ , $s = D_s(\mathbf{X}_k^t)$ , $q$ 表示目标扩散的区域半径,式中

$$\mathbf{C}_i(\mathbf{X}_k^t) = \{r - q, \dots, r - 1, r, r + 1, \dots, r + q\}, \mathbf{C}_j(\mathbf{X}_k^t) = \{s - q, \dots, s - 1, s, s + 1, \dots, s + q\}. \quad (4)$$

扩展点目标的信噪比定义为

$$R_{\text{SN}} = 10 \lg \left[ \frac{I \Delta x \Delta y / (2\pi \Sigma^2)}{\sigma} \right]^2. \quad (5)$$

### 3 PHD 平滑器

文献[6,15]根据 PHD 物理空间描述法推导出基于粒子实现的平滑 PHD 滤波器。当测量更新到  $K$  时刻,对  $t$  时刻的后向平滑多目标概率密度可表示为<sup>[6,15]</sup>

$$f_{t/k}(\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:k}) = f_{t+1|k}(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{Z}_{1:k}) f(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{X}_t) \delta \mathbf{X}_{t+1}, \quad (6)$$

式中  $f_{t/t}(\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:k})$  是  $t$  时刻的多目标滤波密度,  $f_{t/k}(\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:k})$  是  $t$  时刻的多目标平滑概率密度,  $f(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{X}_t)$  是多目标马尔科夫转移概率密度,  $f_{t/k}(\mathbf{X}_{t+1} | x_t)$  是贝叶斯标准归一化常数。根据物理空间描述法,PHD 可以理解为目标状态空间内单位体积内包含一个目标的概率。目标状态空间可以被均匀划分为有限个单元,每个单元至多包含一个目标,如果第  $i$  个单元在  $t$  时刻有目标可以定义  $u_t(i)$ ,在取极限的情况下,则  $P[u_t(i) = 1 | \mathbf{Z}_{1:k}]$  将趋近于平滑的 PHD。对于  $t$  时刻在  $i$  处的目标,在  $t+1$  时刻目标可能转移到  $j$  处或消失。因此根据全概率公式可得

$$P[u_t(i) = 1 | \mathbf{Z}_{1:k}] = \sum_j P[u_t(i) = 1 | u_{t+1}(j) = 1, \mathbf{Z}_{1:k}] P[u_{t+1}(j) = 1 | \mathbf{Z}_{1:k}] + P[u_t(i) = 1 | d_t(i), \mathbf{Z}_{1:k}] P[d_t(i) | \mathbf{Z}_{1:k}], \quad (7)$$

式中  $P[d_t(i)]$  表示在时刻  $t$  在  $i$  单元目标消失的概率,利用目标运动的马尔科夫假设和贝叶斯准则,(7)式可以简化为

$$\begin{aligned} P[u_t(i) = 1 | \mathbf{Z}_{1:k}] &= \sum_j P[u_t(i) = 1 | u_{t+1}(j) = 1, \mathbf{Z}_{1:k}] P[u_{t+1}(j) = 1 | \mathbf{Z}_{1:k}] + \\ &P[u_t(i) = 1 | d_t(i), \mathbf{Z}_{1:k}] P[d_t(i) | \mathbf{Z}_{1:k}] = \\ &\sum_j \frac{P[u_{t+1}(j) = 1 | u_t(i) = 1, \mathbf{Z}_{1:t}] P[u_t(i) = 1 | \mathbf{Z}_{1:t}]}{P[u_{t+1}(j) = 1 | \mathbf{Z}_{1:t}]} \\ &P[u_{t+1}(j) = 1 | \mathbf{Z}_{1:k}] + P[u_t(i) = 1 | \mathbf{Z}_{1:t}] P[d_t(i) = 1 | \mathbf{Z}_{1:k}] = \\ &P[u_t(i) = 1 | \mathbf{Z}_{1:t}] \sum_j \frac{P[u_{t+1}(j) = 1 | \mathbf{Z}_{1:k}] P[u_{t+1}(j) = 1 | u_t(i) = 1]}{P[u_{t+1}(j) = 1 | \mathbf{Z}_{1:t}]} + \\ &P[u_t(i) = 1 | \mathbf{Z}_{1:t}] [1 - P_s u_t(i) | \mathbf{Z}_{1:k}], \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $P_s$  表示目标消失的概率。当划分的单元空间趋于零的时候,可得到 PHD 平滑滤波公式为

$$D_{t/k}(\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:k}) = D_{t/t}(\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:t}) \int \frac{D_{t+1|k}(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{Z}_{1:k}) f_{t+1|t}(\mathbf{X}_{t+1} | \mathbf{X}_t)}{D_{t+1}} d\mathbf{X}_{t+1} + D_{t/t}(\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:t}) [1 - e_{t+1|t}(\mathbf{X}_t)]. \quad (9)$$

用序列蒙特卡罗技术进行后向的标准 PHD 滤波平滑器,可表示为

$$\omega_{t/k}^{(p)} = \omega_{t/t}^{(p)} \left\{ \sum_{q=1}^{L_{t+1}} \frac{\omega_{t+1|k}^{(q)} f_{t+1|t}[\mathbf{X}_{t+1}^{(q)} | \mathbf{X}_t^{(p)}]}{u_{t+1|k}^{(q)}} + \{1 - e_{t+1|t}[\mathbf{X}_t^{(p)}]\} \right\}, \quad p = 1, \dots, L_t \quad (10)$$

$$u_{t+1|t}^{(q)} = r_{t+1}[\mathbf{X}_{t+1}^{(q)}] + \sum_{r=1}^{L_t} \omega_{t/t}^{(r)} \{e_{t+1|t}[\mathbf{X}_t^{(r)}] f_{t+1|t}[\mathbf{X}_{t+1}^{(q)} | \mathbf{X}_t^{(r)}] + b_{t+1|t}[\mathbf{X}_{t+1}^{(q)} | \mathbf{X}_t^{(r)}]\}, \quad (11)$$

式中  $L$  为平滑步长,  $e_{t+1|t}(\mathbf{X}_t)$  为目标的生存概率,  $b_{k|k-1}[\mathbf{X}_k^{(p)} | \mathbf{X}_{k-1}^{(p)}]$  为目标消失概率,  $r_k[\mathbf{X}_k^{(p)}]$  为新生目标的出现概率。后向平滑时,不采样新产生粒子,只利用不同帧已经计算得到的粒子权重和目标消失、出生概率进行等参数计算。由时刻  $t+1$  粒子平滑权重计算到  $t$  时刻的粒子平滑权重需要  $o(J_t J_{t+1})$  次运算。

以上对 PHD 平滑器的推导说明,可知 PHD 平

滑器是对 PHD 滤波后的粒子进行再一次后向滤波,当前向滤波递推到  $k$  时刻,对  $t(t < k)$  时刻的粒子进行权重再计算,如(10)式所示,其利用了后面的量测信息,近似实现对目标数和状态的全局估计。在计算  $t$  帧粒子权重时,不但利用了前面的量测信息(标准正向 PHD 滤波),并利用了后面的量测信息(后向平滑),在一定程度上克服了当前量测受噪声的影响,降低 PHD 滤波对目标数估计时对当前

量测的严重依赖<sup>[16]</sup>,能更准确估计数目,改善目标数估计的起伏现象。

#### 4 基于平滑的 PHD-TBD 算法步骤

对  $k-1$  时刻,用一组一定权重 $[\mathbf{X}_{k-1}^{(p)}, \omega_{k-1}^{(p)}]$ 的粒子代表目标状态概率分布:

$$D_{k-1|k-1}(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_{1:k-1}) = \sum_{p=1}^{L_{k-1}} \omega_{k-1}^{(p)} \delta(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{X}_{k-1}^{(p)}). \quad (12)$$

##### 4.1 预测

$$\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)} \sim \begin{cases} q_k(\cdot | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k), & p = 1, \dots, L_{k-1} \\ p_k(\cdot | \mathbf{Z}_k), & p = L_{k-1} + 1, \dots, L_{k-1} + J_k \end{cases} \quad (13)$$

式中  $q_k(\cdot | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k)$  为建议性密度;  $f_{k|k-1}(\cdot | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k)$  为目标状态转移密度函数;  $p_k(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_k)$  为新生目标的概率密度函数。状态  $\mathbf{X}_k = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, I_k]^T$  包括目标的位置、速度和幅度,由于目标可能出现在图像中任意位置,且目标位置和速度都服从均匀分布,则预测概率密度可表示为

$$D_{k|k-1}(\mathbf{X}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{1:k-1}) = \sum_{p=1}^{L_{k-1}+J_k} \omega_{k-1}^{(p)} \delta(\mathbf{X}_{k|k-1} - \mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}). \quad (14)$$

然后计算粒子的权重,包括转移粒子的权重和新生粒子的权重

$$\omega_{k|k-1}^{(p)} = \begin{cases} \frac{e_{k|k-1}[\mathbf{X}_{k-1}^{(p)}] f_k[\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)} | \mathbf{X}_{k-1}^{(p)}] + b_{k|k-1}[\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}]}{q_k[\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)} | \mathbf{X}_{k-1}^{(p)}, \mathbf{Z}_k]} \omega_{k-1}^{(p)}, & p = 1, \dots, L_{k-1} \\ \frac{r_k[\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}]}{p_k[\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)} | \mathbf{Z}_k]}, & p = L_{k-1} + 1, \dots, L_{k-1} + J_k \end{cases}. \quad (15)$$

式中  $e_{k|k-1}(\mathbf{X}_{k-1})$  代表目标的生存概率,  $b_{k|k-1}(\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)} | \mathbf{X}_{k-1}^{(p)})$  代表目标消失概率,  $r_k[\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}]$  为新生目标的出生概率。

##### 4.2 前向更新

PHD-TBD 的粒子权重更新计算表达式为

$$\omega_{k|k}^{*(p)}(\mathbf{X}) = \frac{\prod_{i \in C_i(x_k^{(p)})} \prod_{j \in C_j(x_k^{(p)})} L_z[z_k(i, j) | \mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}]}{\lambda V_c(\mathbf{z}) + \psi_k\{z_k(i, j) \in \mathbf{V}_k[\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}]\}} \omega_{k|k-1}^{(p)}, \quad (16)$$

$$\psi_k[z_k(i, j) \in \mathbf{V}_k] = \left\{ \sum_{m=1}^{L+J_k} L_z\{z_k(i, j) \in \mathbf{V}_k[\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}] | \mathbf{X}_{k|k-1}^{(m)}\} \omega_{k|k-1}^{(m)} \right\}. \quad (17)$$

根据不同粒子对应的量测区域  $\mathbf{V}_k[\mathbf{X}_{k|k-1}^{(m)}]$  与特定量测  $z_k^{(i, j)} \in \mathbf{V}_k(\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)})R$  相互关系,其似然计算为

$$L_z\{z_k(i, j) \in \mathbf{V}_k[x_{k|k-1}^{(p)}] | x_{k|k-1}^{(m)}\} = \begin{cases} \prod_{i \in C_i[x_{k|k-1}^{(p)}]} \prod_{j \in C_j[x_{k|k-1}^{(p)}]} L_z[z_k(i, j) | \mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}], & \mathbf{V}_k(x_{k|k-1}^{(m)}) = \mathbf{V}_k(\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}) \\ \prod_{z_k(i, j) \in \mathbf{V}_k} L_z[z_k(i, j) | \mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}], & \mathbf{V}_k(\mathbf{X}_{k|k-1}^{(m)}) \cap \mathbf{V}_k(\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}) = \mathbf{V}_k \\ 0, & \mathbf{V}_k(\mathbf{X}_{k|k-1}^{(m)}) \cap \mathbf{V}_k(\mathbf{X}_{k|k-1}^{(p)}) = \emptyset \end{cases} \quad (18)$$

标准 PHD-TBD 算法对目标数估计是当前更新后的粒子权重和,是一种依赖量测的算法,更新的粒子权重取决于粒子与量测的似然值,如(16)式所示。由于检测前跟踪技术针对弱目标进行处理,量测是弱目标能量与噪声的和,受噪声的影响尤其明显。由于噪声的随机性,当噪声起伏较大时,会破坏目标所对应像元能量分布,进而直接影响粒子与目标对应像元的似然值计算,影响当前帧的粒子权重值,进而导致错误的估计目标数。

SMC 实现方法也将面临着严重的粒子退化问

题,因此在第  $k$  帧更新以后,需要对粒子集进行重采样,以消除权重低于一定门限的粒子,得到  $\{\omega_{k|k}^{(p)}\}_{p=1}^{L_k}$ 。则对于  $K$  时刻,前向滤波后目标的状态分布可用  $D_{k|k}(\mathbf{X})$  表示为

$$D_{k|k}(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_{1:k}) = \sum_{p=1}^{L_k} \omega_k^{(p)} \delta[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_k^{(p)}]. \quad (19)$$

##### 4.3 后向更新步

利用前向更新  $K$  时刻得到的粒子集,进行后向平滑更新计算,可得到  $t$  时刻的粒子集。其权重计算可表示为

$$\omega_{t|k}^{(p)} = \omega_{t|t}^{(p)} \left\{ \sum_{q=1}^{L_{t+1}} \frac{\omega_{t+1|k}^{(q)} f_{t+1|t}[\mathbf{X}_{t+1}^{(q)} | \mathbf{X}_t^{(p)}]}{u_{t+1|k}^{(q)}} + \{1 - e_{t+1|t}[\mathbf{X}_t^{(p)}]\} \right\}, \quad p = 1, \dots, L_t \quad (20)$$

$$u_{t+1|k}^{(q)} = r_{t+1}[\mathbf{x}_{t+1}^{(q)}] + \sum_{r=1}^{L_t} \omega_{t|t}^{(r)} \{e_{t+1|t}[\mathbf{x}_t^{(r)}] f_{t+1|t}[\mathbf{x}_{t+1}^{(q)} | \mathbf{x}_t^{(r)}] + b_{t+1|t}[\mathbf{x}_{t+1}^{(q)} | \mathbf{x}_t^{(r)}]\}. \quad (21)$$

基于平滑的 PHD-TBD 在计算  $t$  帧粒子权重时,如(20)式所示,不但利用了前面的量测信息和目标消失概率,还利用了后面的量测信息和目标新生概率,因此当前帧粒子权重的计算,并不完全取决于当前帧量测与目标的似然值,而是综合利用前帧后帧的量测信息和目标的先验信息,在很大程度上克服了目标数估计起伏现象。

#### 4.4 目标状态提取

利用后向平滑后得到  $t$  时刻的粒子集  $\{\omega_{t|t}^i\}$ ,  $\mathbf{X}_{t|t}^i\}_{i=1}^{L_t}$ , 进行目标数估计和状态提取。粒子权重即代表对目标数的估计为

$$\hat{n}_t^X = \sum_{p=1}^{L_{k-1}+J_k} \omega_{t|t}^{*(p)}. \quad (22)$$

根据得到的目标数估计,利用标准 Kmeans 聚类方法即可得到目标的状态估计。而目标状态  $D_{t|t}(X)$  可以用粒子集  $\{\tilde{\omega}_{t|t}^i, \tilde{\mathbf{X}}_{t|t}^i\}_{i=1}^{\hat{n}_t^X}$  描述为

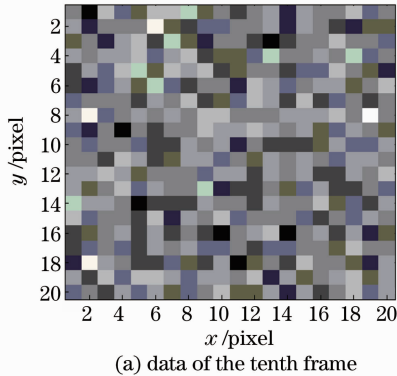
$$D_{t|t}(X_t | \mathbf{Z}_{1:k}) = \sum_{p=1}^{L_k} \omega_{t|t}^{(p)} \delta[\mathbf{X}_t - \mathbf{X}_t^{(p)}]. \quad (23)$$

## 5 基于平滑的 PHD-TBD 仿真分析

由于目前基于红外序列图像处理的 PHD-TBD 算法较少,由文献[13]引入并实现。因此本文的仿真场景与文献[13]类似,便于算法性能对比。

### 5.1 仿真条件说明

目标采用匀速运动模型,其状态方程为  $\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}\mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k$ , 其中  $\mathbf{V}_k$  是一个零均值高斯噪声,其方差阵为  $\mathbf{Q}$ ,且



$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{q_1}{3} T^3 & \frac{q_1}{2} T^2 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{q_1}{2} T^2 & q_1 T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{q_1}{3} T^3 & \frac{q_1}{2} T^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{q_1}{2} T^2 & q_1 T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_2 T \end{bmatrix}. \quad (24)$$

式中  $q_1 = 0.001, q_2 = 0.01$  分别表示目标运动模型和灰度噪声。随机产生 80 帧图像,每帧  $T = 1, \Delta x = \Delta y = 1$ , 图像大小为 20 pixel  $\times$  20 pixel 的序列图像,  $\Sigma = 0.7$ , 背景方差噪声  $\sigma = 2$ , 后向更新步长  $L = 3$ , 目标生存概率为 0.99, 目标出生概率为 0.01, 假定目标幅度在 10 与 50 之间; 目标帧间最大速度为 1 pixel, 杂波密度为 1。

对产生的 80 帧序列图像,当  $T = 3$  s 时,目标 1 进入量测区域,其最初的目标状态  $\mathbf{X}_3^1 = [4.2, 0.15, 4.2, 0.1, I_1]^T$ 。  $T = 20$  s, 目标 2 进入量测区域,其状态为  $\mathbf{X}_{20}^2 = [8.2, 0.10, 8.2, 0.1, I_2]^T$ 。  $T = 40$  s, 目标 3 进入量测区域,其状态  $\mathbf{X}_{40}^3 = [0, 0.10, 8.2, 0.10, I_3]^T$ 。

如图 1 所示,当  $I_1 = I_2 = I_3 = 16$ , 目标很可能已

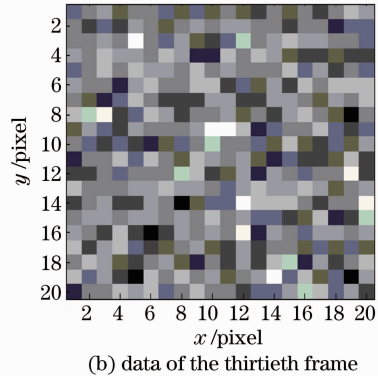


图 1 原始序列图像

Fig. 1 Image of raw sequence

经淹没在噪声中,传统先进行门限分割的目标检测方法很可能丢失目标信息。

### 5.2 仿真评价指标

仿真实验的算法性能评价指标采用最优子模式

指派(OSPA)统计量<sup>[17]</sup>。OSPA 统计量主要用于衡量算法的联合检测跟踪性能,具有同时兼顾目标个数和目标状态估计性能的综合评价能力,已经得到了广泛应用<sup>[17~19]</sup>,可定义为

$$\bar{d}_p^{(c)}(X, Y) = \begin{cases} 0, & m = n = 0 \\ \frac{1}{n} \left\{ \min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}[x_i, y_{\pi(i)}]^p + c^p(n-m) \right\}^{1/p}, & m \leq n \\ \bar{d}_p^{(c)}(Y, X), & m > n \end{cases} \quad (25)$$

式中  $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_m\}$ ,  $\mathbf{Y} = \{y_1, \dots, y_n\}$ ;  $\Pi_n$  表示  $\{1, \dots, n\}$  上所有排列的集合;  $d^{(c)}(x, y) = \min[c, d(x, y)]$ ;  $p$  为阶数,用于惩罚目标状态参数的估计偏差;  $c$  为截断参数,用于惩罚目标个数的估计偏差,仿真实验中  $p=2, c=40$ 。

### 5.3 仿真结果与分析

在不同的信噪比下,即目标强度分别取 20、16、12 时,每帧新生粒子数 2000,利用 50 次蒙特卡罗仿

真,结果如图 2~4 所示。文章的基于平滑概率假设密度滤波检测前跟踪算法,记为 SPHD-TBD,文献[13]提出的算法为 PHD-TBD。

新生目标第 3 帧、第 20 帧和第 40 帧在视场内出现,在出现的时刻,由于 PHD-TBD 算法需要经过多帧跟踪估计,才能检测到目标,对目标数估计有延迟效应,因此在目标首次出现时刻,OSPA 迅速变大,但随着处理帧数的增加,通过多帧累积,PHD-TBD

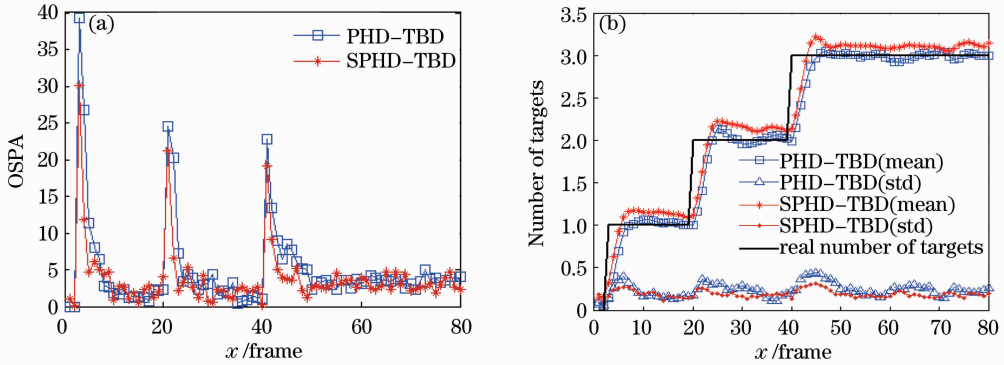


图 2 SPHD-TBD 和 PHD-TBD 算法性能分析对比图( $R_{SN}=10.2$ )。(a) OSPA 曲线; (b) 目标数估计

Fig. 2 Performance comparison of SPHD-TBD algorithm and PHD-TBD algorithm ( $R_{SN}=10.2$ ). (a) Curves of OSPA; (b) estimate of target number

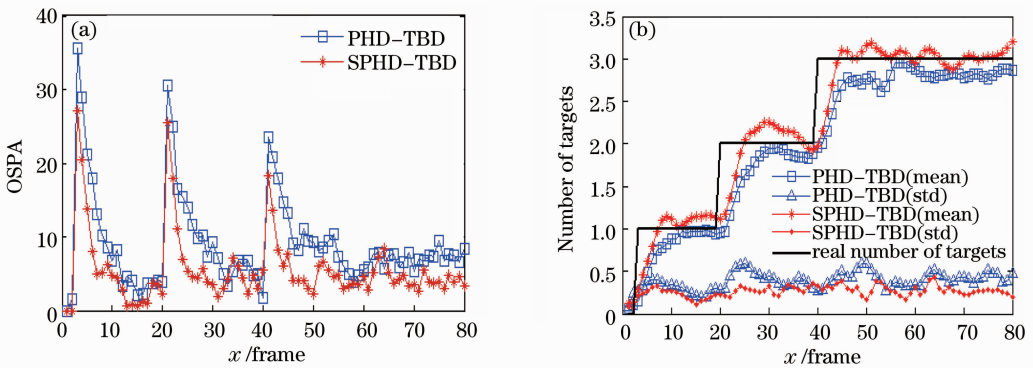


图 3 SPHD-TBD 和 PHD-TBD 算法性能分析对比图( $R_{SN}=8.3$ )。(a) OSPA 曲线; (b) 目标数估计

Fig. 3 Performance comparison of SPHD-TBD algorithm and PHD-TBD algorithm ( $R_{SN}=8.3$ ). (a) Curves of OSPA; (b) estimate of target number

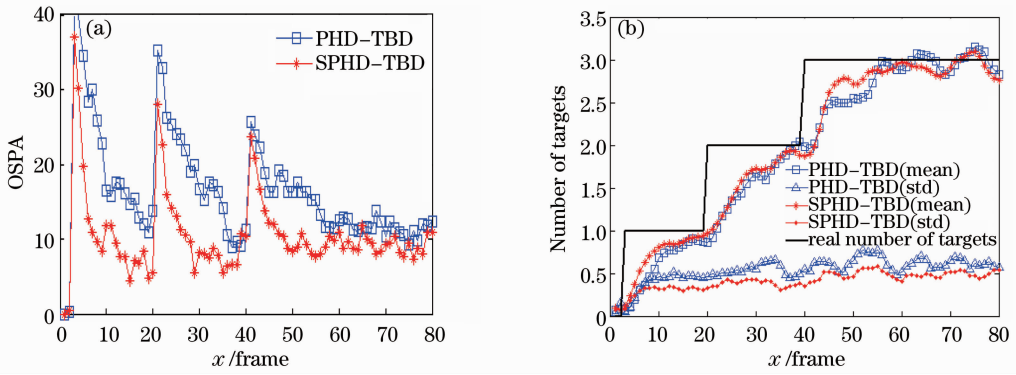


图4 SPHD-TBD和PHD-TBD算法性能分析对比图( $R_{SN}=5.8$ )。(a) OSPA曲线；(b) 目标数估计

Fig. 4 Performance comparison of SPHD-TBD algorithm and PHD-TBD algorithm ( $R_{SN}=5.8$ ). (a) Curves of OSPA; (b) estimate of target number

和 SPHD-TBD 算法能实现对目标数的准确估计,进而 OSPA 指数迅速收敛。如图 2 所示,在  $R_{SN}=10.2$  时,SPHD-TBD 和 PHD-TBD 算法都能快速发现目标,进而估计目标个数和目标位置。如图 3 所示,在  $R_{SN}=8.3$  时,SPHD-TBD 算法对目标数有一个稳定估计,其目标数估计标准差为 0.2 左右,而标准 PHD-TBD 算法的目标数估计标准差为 0.3 左右,因此 SPHD-TBD 算法对目标数估计更稳定,更准确,能更好地实现对目标状态准确估计。在  $R_{SN}=5.8$  时,如图 4 所示,SPHD-TBD 和 PHD-TBD 算法需要 20 帧左右才能实现对目标估计。PHD-TBD 对目标数估计标准差达到 0.5 左右,无法准确实现对目标稳定的检测和跟踪。SPHD-TBD 算法比现有算法要好,目标数估计标准差为 0.4 左右,其对目标数估计相对更准确和稳定,相应的 OSPA 也较低,但由于信噪比较低,无论改进算法和现有 PHD-TBD 算法的 OSPA 数值都比较大,目标检测和跟踪性能降低。

综合图 2~4 所示,在信噪比较高( $R_{SN}=10.2$ )时,SPHD-TBD 与 PHD-TBD 算法都能稳定估计目标数和目标状态,有较好性能。当信噪比降低时( $R_{SN}=8.3$ ),SPHD-TBD 算法优势较明显,其对目标数估计的标准差为 0.2,降低了 30%,能够更稳定准确估计目标个数,进而实现对目标状态的准确估计。当目标信噪比进一步降低( $R_{SN}=5.8$ )时,SPHD-TBD 和 PHD-TBD 算法的性能都有降低,但 SPHD-TBD 算法对目标数目的估计的标准差仍然较小,目标数估计相对更稳定,准确。下一步工作主要考虑势概率假设密度<sup>[20]</sup>在 TBD 的应用,从本质上克服目标数估计起伏现象。

## 6 结 论

针对红外序列图像 PHD-TBD 的问题进行了深入分析和研究,把基于平滑的 PHD 滤波的思想应用到弱小目标的检测前跟踪中,提出基于平滑的 PHD-TBD 算法,并对该算法执行步骤进行详细叙述。仿真结果表明,平滑的 PHD-TBD 算法性能更优,更能稳定的估计目标数,同时可实现对目标状态精确估计。但由于基于平滑的 PHD-TBD 算法和标准的 PHD-TBD 算法其本质都是利用粒子权重和来实现目标数估计,目标数估计仍有一定起伏,制约其性能。

## 参 考 文 献

- 1 M. Zhang, M. Y. Cong, L. P. Wang. Algorithm for optical weak small targets detection and tracking: review[C]. IEEE Int. Conf. Neural Networks & Signal Processing Nanjing, 2003, 1: 643~647
- 2 S. M. Tonissen, Y. Bar-Shalom. Maximum likelihood track-before-detect with fluctuating target amplitude[J]. IEEE Trans. AES., 1998, 34(3): 796~809
- 3 R. P. S. Mahler. Multi-target bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. IEEE Trans. AES., 2003, 39(4): 1152~1178
- 4 B. N. Vo, S. Singh, A. Doucet. Sequential Monte Carlo methods for multitarget filtering with random finite sets [J]. IEEE Trans. AES., 2005, 41(4): 1224~1245
- 5 B. N. Vo, W. K. Ma. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2006, 54(11): 4091~4104
- 6 N. Nandakumaran, K. Punithakumar, T. Kirubarajan. Improved multi-target tracking using probability hypothesis density smoothing [C]. SPIE, 2007, 6699: 66990M
- 7 Lin Liangkui, Xu Hui, An Wei et al.. Closely spaced objects infrared super-resolution algorithm based on particles warm optimization [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(6): 1645~1650  
林两魁, 徐 晖, 安 玮等. 基于粒子群优化的空间邻近目标红外超分辨率算法[J]. 光学学报, 2010, 30(6): 1645~1650
- 8 Sheng Weidong, Long Yunli, Zhou Yiyu. Analysis of target location accuracy in space-based optical sensor network [J]. Acta

- Optica Sinica*, 2011, **31**(2): 0228001
- 盛卫东, 龙云利, 周一宇. 天基红外监视系统目标定位精度分析 [J]. *光学学报*, 2011, **31**(2): 0228001
- 9 R. Mahler. PHD filters of higher order in target number [J]. *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(3): 1523~1543
- 10 Lin Liangkui, Xu Hui, An Wei *et al.*. Tracking of midcourse ballistic target group with space-based infrared FPA based on random finite set [J]. *J. Infrared and Millim Waves*, 2010, **29**(6): 465~470
- 林两魁, 徐 晖, 安 玮 等. 基于随机有限集的中段弹道目标群星载红外像平面跟踪方法 [J]. *红外与毫米波学报*, 2010, **29**(6): 465~470
- 11 Tian Shurong, Wang Guohong, He You. Multi-target tracking with probability hypothesis density particle filter [J]. *J. Naval Aeronautical Engineering Institute*, 2007, **22**(4): 418~429
- 田淑荣, 王国宏, 何 友. 多目标跟踪的概率假设密度粒子滤波 [J]. *海军航空工程学院学报*, 2007, **22**(4): 418~429
- 12 Dong Kangjun, Feng Yang. PHD filtering in multi-target tracking [J]. *J. Weinan Teachers University*, 2008, **23**(2): 42~46
- 董康军, 冯 洋. 多目标跟踪的概率假设密度滤波 [J]. *渭南师范学院学报*, 2008, **23**(2): 42~46
- 13 K. Punithakumar, T. Kirubarajan. A sequential Monte Carlo probability hypothesis density algorithm for multitarget track-before-detect [C]. *SPIE*, 2005, **5913**: 587~594
- 14 Lin Liangkui, Xu Hui, An Wei *et al.*. An algorithm of cluster tracking for midcourse ballistic object group by infrared multi-sensor based on probability hypothesis density filtering [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(2): 0228002
- 林两魁, 徐 晖, 安 玮 等. 基于概率假设密度滤波的中段弹道目标群红外多传感器组跟踪方法 [J]. *光学学报*, 2011, **31**(2): 0228002
- 15 Lian Feng, Han Chongzhao, Liu Weifeng *et al.*. Multiple-model probability hypothesis density smoother [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(2): 939~948
- 连 峰, 韩崇昭, 刘伟峰 等. 多模型概率假设密度平滑器 [J]. *自动化学报*, 2010, **36**(2): 939~948
- 16 B. N. Vo, B. T. Vo, N. T. Pham *et al.*. Joint detection and estimation of multiple objects from image observations [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2010, **58**(10): 5129~5141
- 17 D. Clark, B. Ristic, B. N. Vo *et al.*. Bayesian multi-object filtering with amplitude feature likelihood for unknown object SNR [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2010, **58**(1): 26~37
- 18 R. Mahler. PHD filters of higher order in target number [J]. *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(3): 1523~1543
- 19 D. Sohumacher, B. T. Vo, B. N. Vo. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2008, **56**(8): 3447~3457
- 20 B. T. Vo, B. N. Vo, A. Cantoni. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2007, **55**(7): 3553~3567

栏目编辑: 李文喆