

# 双波长数字全息相位解包裹方法研究

王羽佳<sup>1,2</sup> 江竹青<sup>1,2</sup> 高志瑞<sup>1,2</sup> 蔡文苑<sup>1,2</sup> 伍江涛<sup>1,2</sup>

(<sup>1</sup> 北京工业大学应用数理学院, 北京 100124  
<sup>2</sup> 北京工业大学微纳信息光子技术研究所, 北京 100124)

**摘要** 使用两个不同的波长分别记录数字全息图, 分别由数值再现得到每个波长对应的包裹相位图, 再求得两者的相位差得到等效波长的相位图, 通过此双波长相位解包裹方法得到连续的相位分布以消除相位包裹。通过数值模拟研究了双波长相位解包裹方法, 搭建了双波长数字全息实验系统, 并利用 660 nm 和 671 nm 两个波长的激光对标准石英平片和平凹透镜进行了相衬成像。通过双波长相位解包裹方法得到了连续的相位分布, 实验结果与数值模拟结果具有较好的一致性, 证明了双波长相位解包裹方法的有效性。

**关键词** 全息; 双波长数字全息; 相位解包裹; 数值再现

**中图分类号** O438.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.1009001

## Investigation on Phase Unwrapping in Dual-Wavelength Digital Holography

Wang Yujia<sup>1,2</sup> Jiang Zhuqing<sup>1,2</sup> Gao Zhirui<sup>1,2</sup> Cai Wenyan<sup>1,2</sup> Wu Jiangtao<sup>1,2</sup>

(<sup>1</sup> College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China  
<sup>2</sup> Institute of Information Photonics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract** Two individual digital holograms are recorded by using two different wavelengths, respectively, and two phase images for the wavelengths are obtained after numerical reconstruction. Subtraction of the two phase images corresponding to two wavelengths can yield a new phase image for the beat wavelength. The final phase image is free of  $2\pi$  discontinuities after dual-wavelength phase unwrapping. This method is explored by numerical simulation, and then a dual-wavelength digital holographic experimental setup is constructed. In the experiment, two lasers of different wavelengths of 660 nm and 671 nm are used to make phase contrast imaging to a standard quartz flake and a plano-concave lens. Continuous phase images are obtained by dual-wavelength phase unwrapping method. The experimental results are in good agreement with the numerical simulation. The effectiveness of dual-wavelength phase unwrapping is demonstrated.

**Key words** holography; dual-wavelength digital holography; phase unwrapping; numerical reconstruction

**OCIS codes** 090.1995; 110.1650; 100.5088

## 1 引 言

在微光学元件、半导体器件和微光机电系统等微结构器件的开发和应用中, 需要有高分辨率、无损快捷的测量手段对微结构物体表面结构如整体形貌和面形误差等进行测量。由于数字全息术具有对微结构无损伤、非接触、高分辨率和快速处理成像等诸

多优点, 因而已被广泛应用到微结构物体的形貌测量领域中<sup>[1~3]</sup>。数字全息术作为一种新型全息成像测量技术, 利用电荷耦合器件(CCD)代替传统的全息材料记录全息图, 并用计算机数值模拟光学的衍射过程, 再现原始物场的波前分布, 实现了全息的记录、存储、传输和再现的全过程数字化, 再结合图像

**收稿日期**: 2012-04-20; **收到修改稿日期**: 2012-05-15

**基金项目**: 北京市教委科研项目(KM200910005033, KZ200910005001)资助课题。

**作者简介**: 王羽佳(1986—), 男, 硕士研究生, 主要从事光信息处理方面的研究。E-mail: wangyujia@emails.bjut.edu.cn

**导师简介**: 江竹青(1963—), 女, 博士, 教授, 主要从事光信息处理方面的研究。E-mail: zhqjiang@bjut.edu.cn

(通信联系人)

处理技术消除像差和噪声等因素,提取到高质量的相位图,由相位图重构出物体的三维形貌<sup>[4,5]</sup>。但是由于通过反正切函数再现的相位分布都折叠在 $(-\pi, +\pi]$ 之间,成为包裹相位图,因此必须通过相位解包裹的方法恢复到真实相位值才能进行三维重构。常见的数值相位解包裹算法有基于可靠性的相位解包裹<sup>[6]</sup>、最小范数法和最小二乘法相位解包裹<sup>[7]</sup>等。然而当前的数值解包裹法都存在一定的问题,计算复杂耗时,当被测物体本身有间断或表面梯度很大时,数值解包裹算法可能引入不可预料的误差,很难实现准确的三维成像。双波长数字全息的核心是双波长相位解包裹,其方法是由两个不同波长的激光记录得到两幅数字全息图并分别通过数值再现得到其对应波长的包裹相位图,再求得两者的相位差得到等效波长的相位图<sup>[8-10]</sup>。此方法得到的是准确连续的相位分布,从而避免了数值解包裹算法引入的误差,而且对于结构复杂或表面梯度很大的物体,双波长相位解包裹依然能够得到精确的相位分布。

本文基于双波长数字全息原理,理论上数值模拟研究了双波长相位解包裹的方法,并且搭建了双波长数字全息实验系统,对实际光学物体表面实施双波长数字全息成像,实验验证了双波长相位解包裹的有效性。

## 2 原理及数值模拟

### 2.1 双波长相位解包裹原理

由于数字全息图再现的复振幅光场中的解调相位信息是通过计算反正切函数得到的,故所得的相位分布都折叠在 $(-\pi, +\pi]$ 之间。当光经过物体后产生的最大光程差大于所用的记录波长时,其真实的相位将超过此范围,成为包裹相位图,因此必须通过相位解包裹的方法恢复得到真实相位值<sup>[11]</sup>。由此可见,相位解包裹是数字全息三维重构中的一个重要环节,它将直接决定能否得到准确真实的重构相位图。为了克服数值解包裹算法可能引入误差和对结构复杂或表面梯度很大的物体失效的缺点,可以采用大于最大光程差的波长来记录全息图,直接获得展开的相位,但是实际应用中并无此种波长的激光器可以选用。而采用双波长数字全息术可以获得所需要的等效波长<sup>[12]</sup>。

双波长相位解包裹方法的实质是通过两个波长的相位图合成新相位图,新相位图相当于由一个更大的等效波长所得到,因此当光经过物体后产生的

最大光程差小于这个等效波长时,相位图将不再出现包裹。若采用两个波长为 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的激光按相同的传输路径进行记录,设 $h$ 为光经过物体后产生的光程,对于 $\lambda_1$ 记录的全息图,通过数值再现得到的相位分布 $\varphi_1$ 可以表示为

$$\varphi_1 = \frac{2\pi h}{\lambda_1}, \quad (1)$$

对于 $\lambda_2$ 记录的全息图,通过数值再现得到的相位分布 $\varphi_2$ 可以表示为

$$\varphi_2 = \frac{2\pi h}{\lambda_2}, \quad (2)$$

求得两者的相位差 $\Delta\varphi$ 为

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi h \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = \frac{2\pi h}{\Lambda}, \quad (3)$$

式中

$$\Lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{|\lambda_1 - \lambda_2|}. \quad (4)$$

(3)式中的相位差即相当于用等效波长 $\Lambda$ 获取的相位。显然,等效波长 $\Lambda$ 要比 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 大,而且 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 相差越小, $\Lambda$ 就越大。因此,只要选取合适的 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ ,保证 $\Lambda$ 大于 $h$ ,通过双波长相位解包裹就能得到展开的正确相位。

### 2.2 双波长相位解包裹数值模拟

数值模拟采用的两个波长分别是660 nm和671 nm,可以计算得到其等效波长为 $\Lambda = \lambda_1 \lambda_2 / |\lambda_1 - \lambda_2| = 40.26 \mu\text{m}$ 。设物体是折射率为 $n=2$ 、最大厚度为 $d=1.65 \mu\text{m}$ 的透明光楔,那么光透过物体后产生的最大光程为 $h=nd=3.3 \mu\text{m}$ ,其值超过660 nm和671 nm这两个波长,但小于等效波长 $\Lambda$ 。使用两种波长分别记录数字全息图并再现得到的相位分布分别如图1(a)和(b)所示,图像像素大小都为 $3300 \text{ pixel} \times 3300 \text{ pixel}$ ,从图1中可以明显看到相位的包裹。由660 nm波长得到的包裹相位图减去671 nm波长得到的包裹相位图的结果如图1(c)所示,其中依然有相位间断,这是由于相减过程中出现负值。对所有的负值补偿 $2\pi$ 后的结果如图1(d)所示,图1(d)即等效波长的相位图,可以看到相位已完全展开,不再有包裹。图1(e)是对图1(a)~(d)的四幅相位图做横向剖面展示,相位1是660 nm波长对应的相位值,相位2是671 nm波长对应的相位值,相位3是相减后的结果,相位4是等效波长对应的相位值。通过剖面图可以直观地看出双波长相位解包裹的过程,该过程没有复杂的算法、计算量小,是理想的相位解包裹方法。

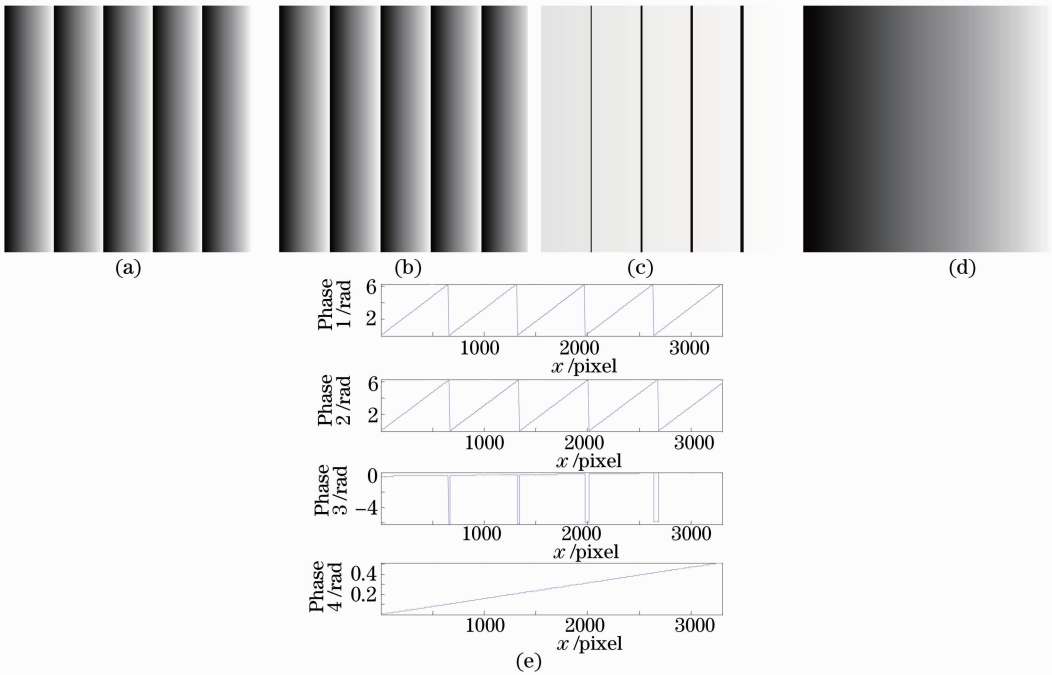


图1 双波长相位解包裹数值模拟。(a) 660 nm 波长得到的相位图;(b) 671 nm 波长得到的相位图;  
(c) 相减后的相位图;(d) 等效波长的相位图;(e) 双波长相位解包裹过程剖面图

Fig.1 Simulation of dual-wavelength phase unwrapping. (a) Phase image for 660 nm; (b) phase image for 671 nm; (c) subtraction of two phase images; (d) phase image for beat wavelength; (e) cross-sectional view of dual-wavelength phase unwrapping

### 3 实验研究

#### 3.1 实验装置

实验采用透射式离轴数字全息系统,两个用于记录的激光器分别为 660 nm 的半导体激光器和 671 nm 的单纵模固体激光器,根据(4)式计算可得两波长的等效波长为  $40.26 \mu\text{m}$ 。所用 CCD 为美国 Imperx 公司的大面阵制冷相机,其分辨率为  $4872 \text{ pixel} \times 3248 \text{ pixel}$ ,像素尺寸为  $7.4 \mu\text{m} \times 7.4 \mu\text{m}$ 。实验装置示意图如图 2 所示。

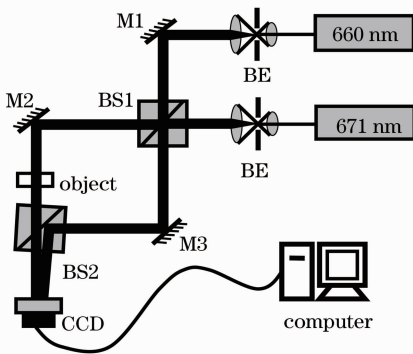


图2 双波长数字全息三维成像装置示意图  
Fig.2 Dual-wavelength digital holographic three-dimensional imaging device

两激光器发出的激光分别经扩束准直系统 (BE)成为平面光后进入马赫-曾德尔干涉光路,非偏振宽带分束棱镜 BS1 将激光各分为两束,之后两个波长的激光传输路径要求严格一致,其中一束通过被测物体成为物光,另一束作为参考光。之后两束光经非偏振宽带分束棱镜 BS2 后成一个较小的角度在 CCD 靶面干涉并被记录成数字全息图。对于此实验系统,需要拍摄两幅不同波长的数字全息图,拍摄其中一幅时,另一个波长的激光被锁定不进入光路。

#### 3.2 实验结果

利用上述装置分别对标准石英平片和平凹透镜进行了双波长相位解包裹实验。对于透射式双波长数字全息,只要最大光程(折射率与厚度的乘积)小于所用两个波长的等效波长,就可以得到没有包裹的相位图。对于标准石英平片,平面光通过后将不会产生光程差,但由于离轴光路中参考光的斜入射以及 CCD 靶面难以做到与物光严格垂直,因此将会附加一个微小斜面的光程差<sup>[13]</sup>。对两个波长记录的数字全息图进行数值再现得到的相位分布分别如图 3(a)和(b)所示,可以看到附加光程差引起的包

裹相位,称之为相位畸变。由 660 nm 波长得到的包裹相位图减去 671 nm 波长得到的包裹相位图的结果如图 3(c)所示,对所有的负值相位补偿  $2\pi$  后得到等效波长的相位图如图 3(d)所示,可以看到包裹相位已完全展开。图 3(e)是对图 3(a)~(d)的四

幅相位图做横向剖面展示,相位 1 是 660 nm 波长对应的相位值,相位 2 是 671 nm 波长对应的相位值,相位 3 是相减后的结果,相位 4 是等效波长对应的相位值。

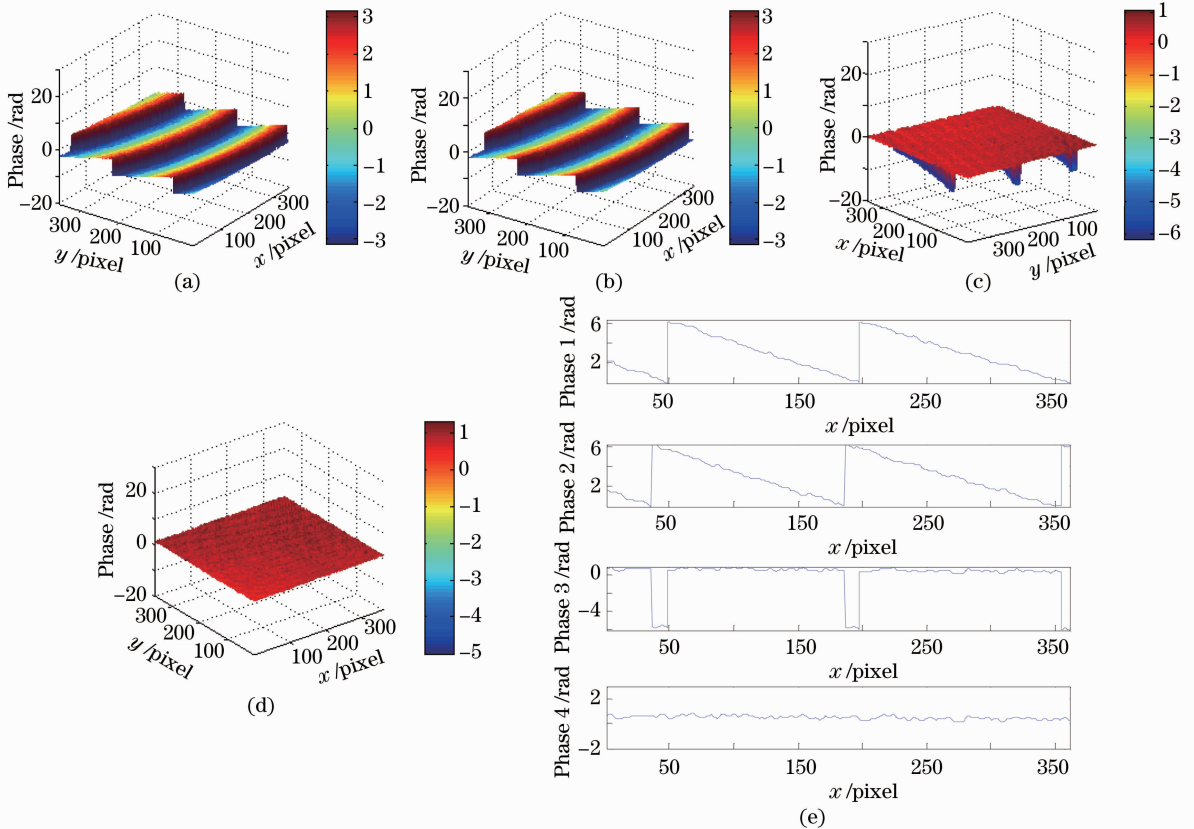


图 3 标准石英平片实验结果。(a) 660 nm 波长得到的相位图;(b) 671 nm 波长得到的相位图;  
(c) 相减后的相位图;(d) 等效波长的相位图;(e) 双波长相位解包裹过程剖面图

Fig. 3 Experimental result for standard quartz flake. (a) Phase image for 660 nm; (b) phase image for 671 nm; (c) subtraction of two phase images; (d) phase image for beat wavelength; (e) cross-sectional view of dual-wavelength phase unwrapping

对平凹透镜进行拍摄并数值再现得到的相位分布分别如图 4(a)和图 4(b)所示,为了直观显示双波长相位解包裹,两幅包裹相位图都经过了相位去畸变<sup>[14~16]</sup>。两包裹相位图直接相减的结果如图 4(c)所示,等效波长的相位图如图 4(d)所示,图 4(e)是对图 4(a)~(d)的四幅相位图做横向剖面展示。实验结果证明了双波长相位解包裹的有效性。

## 4 结 论

依据双波长相位解包裹原理,分别对其进行了数值模拟和实验验证。结果表明双波长相位解包裹方法能够有效消除相位包裹,得到真实的相位分布,而且该方法没有复杂的算法,操作简单,计算量小,适用范围广,是一种理想的相位解包裹方法。将双波长相位解包裹方法应用于数字全息将有效提高相衬成像的速度,能够实现快速高效的三维成像。

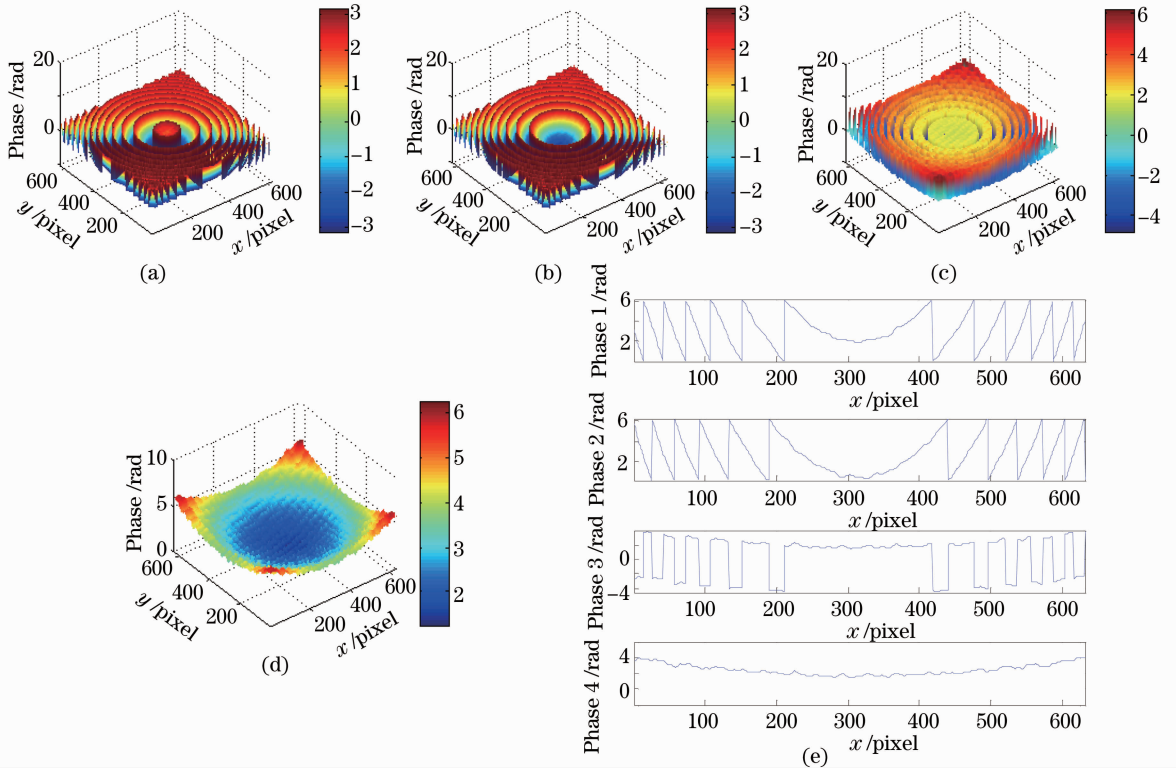


图4 平凹透镜实验结果。(a) 660 nm 波长得到的相位图；(b) 671 nm 波长得到的相位图；(c) 相减后的相位图；(d) 等效波长的相位图；(e) 双波长相位解包裹过程剖面图

Fig.4 Experimental result for plano-concave lens. (a) Phase image for 660 nm; (b) phase image for 671 nm; (c) subtraction of two phase images; (d) phase image for beat wavelength; (e) cross-sectional view of dual-wavelength phase unwrapping

## 参 考 文 献

- 1 Wang Yunxin, Wang Dayong, Zhao Jie *et al.*. 3D profile measurement for micro-optical component by using digital holographic microscopy[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 0412003  
王云新, 王大勇, 赵洁等. 基于数字全息显微成像的微光学元件三维面形检测[J]. *光学学报*, 2011, **31**(4): 0412003
- 2 Zhao Jie, Wang Dayong, Li Yan *et al.*. Experimental study on the quantitative phase-contrast imaging of the biological samples by digital holographic microscopy[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(11): 2906~2911  
赵洁, 王大勇, 李艳等. 数字全息显微术应用于生物样品相衬成像的实验研究[J]. *中国激光*, 2010, **37**(11): 2906~2911
- 3 F. Eilenberger, S. M. Minardi, D. Pliakis *et al.*. Digital holography from shadowgraphic phase estimates[J]. *Opt. Lett.*, 2012, **37**(4): 509~511
- 4 T. Colomb, S. Krivec, H. Hutter *et al.*. Digital holographic reflectometry[J]. *Opt. Express*, 2010, **18**(4): 3719~3731
- 5 Li Junchang, Song Qinghe, Gui Jinbin *et al.*. Research of image plane filtering technique in digital holographic wavefront reconstruction[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(9): 0900135  
李俊昌, 宋庆和, 桂进斌等. 数字全息波前重建中的像平面滤波技术研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(9): 0900135
- 6 Zheng Gang, Wang Wenge, Luo Chunhong. Phase unwrapping algorithm based on the reliability[J]. *Optical Technique*, 2004, **30**(4): 510~512  
郑刚, 王文格, 罗春红. 基于可靠性的相位去包裹算法[J]. *光学技术*, 2004, **30**(4): 510~512
- 7 Zhang Yizhuo, Wang Dayong, Zhao Jie *et al.*. Investigation on phase unwrapping algorithms in digital holography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3323~3327  
张亦卓, 王大勇, 赵洁等. 数字全息中实用相位解包裹算法研究[J]. *光学学报*, 2009, **29**(12): 3323~3327
- 8 Song Peiyong. 3D Topography Recovery of Objects Based on Digital Holographic Technology [D]. Nanjing: Nanjing Normal University, 2011. 11~13  
宋佩勇. 基于数字全息技术的物体三维形貌研究[D]. 南京: 南京师范大学, 2011. 11~13
- 9 D. Parshall, M. Kim. Digital holographic microscopy with dual-wavelength phase unwrapping[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(3): 451~459
- 10 J. Kühn, T. Colomb, F. Montfort *et al.*. Real-time dual-wavelength digital holographic microscopy with a single hologram acquisition[J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(12): 7231~7242
- 11 A. Asundi, W. S. Zhou. Fast phase-unwrapping algorithm based on a gray-scale mask and flood fill[J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(23): 5416~5420
- 12 A. Khmaladze, M. Kim, C. M. Lo. Phase imaging of cells by simultaneous dual-wavelength reflection digital holography[J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(15): 10900~10911

- 13 K. Matsushima, H. Schimmel, F. Wyrowski. Fast calculation method for optical diffraction on tilted planes by use of the angular spectrum of plane waves[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2003, **20**(9): 1755~1762
- 14 P. Ferraro, L. Miccio, S. Grilli *et al.*. Quantitative phase microscopy of microstructures with extended measurement range and correction of chromatic aberrations by multiwavelength digital holography[J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(22): 14591~14600
- 15 H. Cho, D. Kim, Y. Yu *et al.*. Tilt aberration compensation using interference patterns in digital holography[J]. *J. Opt. Soc. Korea*, 2009, **13**(4): 451~455
- 16 S. De Nicola, A. Finizio, G. Pierattini *et al.*. Recovering correct phase information in multiwavelength digital holographic microscopy by compensation for chromatic aberrations[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(20): 2706~2708

栏目编辑: 何卓铭