

# 基于两个正交一维物体的单幅图像相机标定

薛俊鹏 苏显渝

(四川大学光电科学技术系, 四川 成都 610064)

**摘要** 提出了一种利用两个正交一维物体构成“T”型靶标进行摄像机标定的新方法。该方法只需对“T”型靶标上已知坐标的 5 点投影一幅图像, 然后根据柔性靶标原理计算出由虚点和标记点组成的共直线的 4 点, 由射影变换同素性、接合性以及交比不变性标定出镜头的一阶径向畸变参数。利用已知畸变参数对图像进行畸变校正, 然后由基于两个正交一维物体坐标变换的方法即可标定出相机的内外参数。该方法线性求解镜头畸变参数, 避免了传统方法非线性迭代优化过程中产生的参数耦合现象。实验表明, 不进行镜头畸变校正则相机标定精度随着图像噪声的增加呈不稳定状态; 进行畸变校正后对简单标定计算的初始值进行优化得到稳定的高精度标定结果。整个实验设备简单, 操作方便, 只需一幅图像即可实现镜头畸变和相机内外参数的标定, 可以达到实时的效果。

**关键词** 机器视觉; 相机标定; 交比不变性; 正交; 镜头畸变; 单幅图像

**中图分类号** TP391.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201232.0115001

## Camera Calibration with Single Image Based on Two Orthogonal One-Dimensional Objects

Xue Junpeng Su Xianyu

(*Opto-Electronics Department, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China*)

**Abstract** A new method for camera calibration is proposed by utilizing a T-shaped target of two orthogonal one-dimensional (1D) objects. Through this method, only one projected image of 5 points with known coordinates on the T-shaped target is needed. Then according to the flexible target principle, 4 collinear points composed by the virtual and marked points can be determined, and finally the first-order radial distortion parameters of the lens are calibrated through the primality, associativity and cross-ratio invariability of the projective transformation. Using the calibrated distortion parameters to correct the image distortions, it is possible to calibrate the intrinsic and extrinsic parameters of the camera on the basis of coordinate transformation of the two orthogonal 1D objects. This method, using the linear solution to gain the distortion parameters of the lens, is able to prevent the parameters coupling in the nonlinear iterative optimization process in traditional methods. Experiments prove that if the distortion correction of the camera lens is not conducted, the camera calibration result will be unstable with the increase of image noises; while after conducting the distortion correction, a stable calibration result with high precision will be ensured when the initial values of a simple calibration are optimized. The calibration experiment is simple and easy to operate. Only one image is needed in realizing the calibration of the camera lens distortion and of the intrinsic and extrinsic parameters, thus the real-time operation can be realized.

**Key words** machine vision; camera calibration; cross ratio invariability; orthogonal; lens distortion; single image

**OCIS codes** 150.0155; 150.1488; 150.6910; 080.1753

## 1 引 言

在计算机视觉领域中, 摄像机标定是所有工作

的第一步<sup>[1]</sup>。在三维重建、位姿测量以及视频跟踪等领域中摄像机外参数的标定极其重要<sup>[2,3]</sup>。摄像

**收稿日期**: 2011-06-20; **收到修改稿日期**: 2011-08-08

**基金项目**: 国家自然科学基金(60838002)资助课题。

**作者简介**: 薛俊鹏(1984—), 男, 博士研究生, 主要从事机器视觉和近景摄影测量等方面的研究。

E-mail: junpengxue@163.com

**导师简介**: 苏显渝(1944—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事三维传感和机器视觉等方面的研究。

E-mail: xysu@scu.edu.cn(通信联系人, 中国光学学会会员号: 6100105)

机标定实际上也就是确定相机模型的过程,包括摄像机的内部参数和外部参数<sup>[4]</sup>。传统摄像机标定方法主要是根据已知尺寸和形状的靶标进行标定,常用的有三维靶标和二维平面靶标。根据三维靶标特征点与图像点的对应关系直接求解相机参数,这种方法标定精度高,操作简单,但是高精度三维靶标的加工难度大,费用高<sup>[5,6]</sup>。Zhang<sup>[7]</sup>的平面标定法主要是主要的二维平面标定法,该方法易于实现、标定精度高,但该方法将畸变参数与相机的参数耦合在一起,利用非线性优化的方法搜索最优解,这必然导致参数耦合和优化时间长的现象,另外标定中需要拍摄多幅图像,不能实现快速标定<sup>[7~9]</sup>。而基于消失点的自标定方法可以快速标定<sup>[10]</sup>,通过图像中的消失点得到内部参数,用平面单应性计算外部参数,但是准备标定所需的特殊比例的二维模型平面非常麻烦<sup>[11]</sup>。

根据上述非线性优化参数耦合以及需要多幅图像标定的不足,提出基于两个正交一维物体“T”型靶标的标定方法<sup>[12,13]</sup>。已知“T”型正交物体上5点坐标,利用多条连接两点的直线相交构造虚点,再利用多条连接虚点和标记点的直线相交得到共直线的4点,由射影变换交比不变性对镜头畸变参数进行单独标定,保持它的独立性<sup>[1]</sup>。因为实际镜头存在畸变,极大地影响了标定结果的精度,所以先由摄像机逆畸变模型对图像进行畸变校正,然后用基本的摄影测量共线方程即可通过坐标变换实现相机标定<sup>[14]</sup>。对初值结果进行优化得到更高的标定精度。整个标定过程只需拍摄一幅靶标图像。该方法操作简单、速度快,可以实现实时标定以及位姿测量。

## 2 摄像机模型

### 2.1 摄像机针孔成像模型

在理想的情况下,摄像机是针孔模型<sup>[1,14]</sup>,如图1所示。经过摄像机光心  $O_c$  到光轴与图像平面的交点  $O$  之间的距离通过像素间距转化为以像素为单位的焦距  $f$ ,称为相机的有效焦距。 $(u_0, v_0)$  为相机主点坐标。设  $(X_w, Y_w, Z_w)$  是点  $P$  在世界坐标系  $O_w x_w y_w z_w$  中的坐标; $(X_c, Y_c, Z_c)$  是同一点  $P$  在摄像机坐标系  $O_c x_c y_c z_c$  中的坐标; $Oxy$  是 CCD 成像平面坐标系; $p(x, y)$  是理想针孔成像模型下  $P$  点的图像坐标。则  $P$  点经过针孔成像模型投影到图像坐标系的方程式为<sup>[14]</sup>

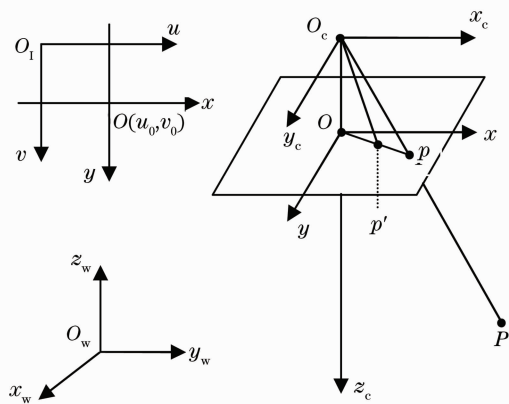


图1 摄像机模型

Fig. 1 Camera model

$$x = f \frac{r_{11} X_w + r_{12} Y_w + r_{13} Z_w + T_x}{r_{31} X_w + r_{32} Y_w + r_{33} Z_w + T_z}, \quad (1)$$

$$y = f \frac{r_{21} X_w + r_{22} Y_w + r_{23} Z_w + T_y}{r_{31} X_w + r_{32} Y_w + r_{33} Z_w + T_z}, \quad (2)$$

式中  $\mathbf{T}(T_x, T_y, T_z)$  为摄像机坐标系到世界坐标系的平移向量,  $r_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$  为摄像机旋转矩阵  $\mathbf{R}$  的元素。为了描述世界坐标系与摄像机坐标系的自旋关系,用欧拉角  $(\theta, \varphi, \omega)$  表示相机绕  $z_c, x_c$  和  $z_w$  坐标轴的自旋角,则有旋转矩阵

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \omega & -\sin \omega & 0 \\ \sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

### 2.2 镜头的非线性畸变模型

实际镜头都存在不同大小的畸变。随着镜头制作工艺水平的提高,一阶径向畸变足以描述失真情况,过多的引入参数反而会引起解的不稳定性。本文选取一阶径向畸变针孔模型。在考虑畸变的情况下,如图1所示,  $P$  点成像的图像坐标为  $p'(x_d, y_d)$ , 畸变模型为

$$\begin{cases} x = x_d(1 + k_1 r^2) \\ y = y_d(1 + k_2 r^2) \end{cases}, \quad (4)$$

式中  $r^2 = x_d^2 + y_d^2$ ,  $k_1$  和  $k_2$  分别为水平和垂直方向的一阶径向畸变系数。

## 3 摄像机标定原理

用两个正交一维物体组成“T”形靶标,如图2所示,其中  $d_1, d_2, d_3, d_4$  为已知固定值。

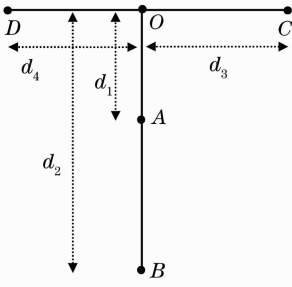


图2 “T”形靶标

Fig. 2 T-shaped target object

### 3.1 径向畸变参数求解

“T”形靶标上的5个标记点坐标已知。按图3所示,两点可确定一条直线,由这些直线相交得到虚点坐标,由虚点和标记点组成同一直线上的4点,即图3中的 $D, E, A, F$ 。

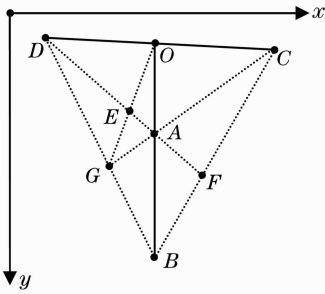


图3 虚拟交点

Fig. 3 Virtual intersections

根据同素性和接合性等射影变换不变性,在投影图像上的5个标记点同样按图3所示方法求得同一直线上4个对应图像坐标点 $d, e, a, f$ 。

对于空间中同一直线的4个点 $P_1(X_{P_1}, Y_{P_1}, Z_{P_1})$ ,  $P_2(X_{P_2}, Y_{P_2}, Z_{P_2})$ ,  $P_3(X_{P_3}, Y_{P_3}, Z_{P_3})$ ,  $P_4(X_{P_4}, Y_{P_4}, Z_{P_4})$ , 交比可写成如下形式<sup>[1]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{(X_{P_1} - X_{P_3})(X_{P_2} - X_{P_4})}{(X_{P_2} - X_{P_3})(X_{P_1} - X_{P_4})} = J \\ \frac{(Y_{P_1} - Y_{P_3})(Y_{P_2} - Y_{P_4})}{(Y_{P_2} - Y_{P_3})(Y_{P_1} - Y_{P_4})} = J \\ \frac{(Z_{P_1} - Z_{P_3})(Z_{P_2} - Z_{P_4})}{(Z_{P_2} - Z_{P_3})(Z_{P_1} - Z_{P_4})} = J \end{cases} \quad (5)$$

空间四点对应图像点分别为 $p_1(x_{p_1}, y_{p_1})$ ,  $p_2(x_{p_2}, y_{p_2})$ ,  $p_3(x_{p_3}, y_{p_3})$ ,  $p_4(x_{p_4}, y_{p_4})$ 。根据交比不变性有

$$\begin{cases} \frac{(x_{p_1} - x_{p_3})(x_{p_2} - x_{p_4})}{(x_{p_2} - x_{p_3})(x_{p_1} - x_{p_4})} = J \\ \frac{(y_{p_1} - y_{p_3})(y_{p_2} - y_{p_4})}{(y_{p_2} - y_{p_3})(y_{p_1} - y_{p_4})} = J \end{cases} \quad (6)$$

根据射影变换交比不变性,将“T”形靶标上共线坐标点 $D, E, A, F$ 和对应图像点 $d, e, a, f$ 代入(4)~(6)式求得镜头一阶径向畸变参数 $k_1$ 和 $k_2$ 。由镜头畸变参数,利用逆畸变模型对图像进行畸变校正。

### 3.2 摄像机内外参数标定

对图像进行畸变校正后,利用对“T”形靶标拍摄的单幅图像进行摄像机标定。首先建立空间坐标系在靶标上,如图4所示。

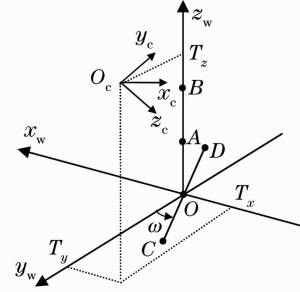


图4 摄像机和靶标上5个参考点在世界坐标系中的分布

Fig. 4 A camera and the five reference points on the target in the world coordinate system

由图4知,当 $CD$ 绕 $z_w$ 轴旋转 $\omega$ 时,摄像机自旋矩阵由(3)式化简为

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (7)$$

旋转后靶标上的5个参考点的三维坐标分别为 $O(0,0,0)$ ,  $A(0,0,d_1)$ ,  $B(0,0,d_2)$ ,  $C(-d_3 \sin \omega, d_3 \cos \omega, 0)$ ,  $D(d_4 \sin \omega, -d_4 \cos \omega, 0)$ 。

将 $O, A, B$ 三点经(1),(2)式计算出对应的图像坐标

$$x_0 = f \frac{T_x}{T_z}, \quad (8)$$

$$y_0 = f \frac{T_y}{T_z}, \quad (9)$$

$$x_j = f \frac{r_{13} d_j + T_x}{r_{33} d_j + T_z} \quad (j = 1, 2), \quad (10)$$

$$y_j = f \frac{r_{23} d_j + T_y}{r_{33} d_j + T_z} \quad (j = 1, 2), \quad (11)$$

由(8),(10)式得

$$\begin{cases} \alpha r_{33} = f r_{13} \\ \alpha = \frac{(x_2 - x_0)x_1 d_1 - (x_1 - x_0)x_2 d_2}{(x_2 - x_0)d_1 - (x_1 - x_0)d_2} \end{cases} \quad (12)$$

由(9),(11)式得

$$\begin{cases} \beta r_{33} = fr_{23} \\ \beta = \frac{(y_2 - y_0)y_1 d_1 - (y_1 - y_0)y_2 d_2}{(y_2 - y_0)d_1 - (y_1 - y_0)d_2} \end{cases} \quad (13)$$

由(7),(12)和(13)式求得

$$\theta = \arctan(\alpha/\beta). \quad (14)$$

另外,将  $C, D$  两点经(1),(2)式计算出对应的图像坐标

$$x_j = f \frac{r_{11} d_j \sin \omega - r_{12} d_j \cos \omega + (-1)^j T_x}{r_{31} d_j \sin \omega - r_{32} d_j \cos \omega + (-1)^j T_z} \quad (j = 3, 4), \quad (15)$$

$$y_j = f \frac{r_{21} d_j \sin \omega - r_{22} d_j \cos \omega + (-1)^j T_y}{r_{31} d_j \sin \omega - r_{32} d_j \cos \omega + (-1)^j T_z} \quad (j = 3, 4). \quad (16)$$

由(8),(15)式得

$$\begin{cases} \gamma(r_{31} \sin \omega - r_{32} \cos \omega) = f(r_{11} \sin \omega - r_{12} \cos \omega) \\ \gamma = \frac{(x_4 - x_0)x_3 d_3 + (x_3 - x_0)x_4 d_4}{(x_4 - x_0)d_3 + (x_3 - x_0)d_4} \end{cases}, \quad (17)$$

由(9),(16)得

$$\begin{cases} \epsilon(r_{31} \sin \omega - r_{32} \cos \omega) = f(r_{21} \sin \omega - r_{22} \cos \omega) \\ \epsilon = \frac{(y_4 - y_0)y_4 d_3 + (y_3 - y_0)y_4 d_4}{(y_4 - y_0)d_3 + (y_3 - y_0)d_4} \end{cases}, \quad (18)$$

由(7),(17)和(18)式求得

$$\frac{\tan \omega}{\cos \varphi} = \frac{\epsilon \sin \theta - \gamma \cos \theta}{\gamma \sin \theta + \epsilon \cos \theta}. \quad (19)$$

由(7),(13),(17)和(19)式得

$$\varphi = -\arctan \left[ \sqrt{\frac{\beta}{\gamma} \left( \frac{\epsilon \sin \theta - \gamma \cos \theta}{\gamma \sin \theta + \epsilon \cos \theta} - \tan \theta \right)} \right]. \quad (20)$$

如果  $\gamma=0$  则

$$\varphi = -\arctan \left[ \sqrt{-\frac{\beta}{\epsilon} (1 + \tan^2 \theta)} \right]. \quad (21)$$

将  $\varphi$  代入(19)式,得

$$\omega = \arctan \left( \frac{\epsilon \sin \theta - \gamma \cos \theta}{\gamma \sin \theta + \epsilon \cos \theta} \cos \varphi \right). \quad (22)$$

求得三个自旋欧拉角后,由(17)式,得

$$f = \frac{\gamma \sin \varphi}{\cos \theta \tan \omega - \sin \theta \cos \varphi}.$$

根据(8)~(11),(15),(16)式可以计算出平移向量  $\mathbf{T}(T_x, T_y, T_z)$ 。

### 3.3 摄像机标定结果优化

为了得到精度更高的结果,对相机标定参数进行优化。以重投影误差最小为目标函数:

$$\min \sum_{j=0}^4 \| p_j - g_j(f, \theta, \varphi, \omega, T_x, T_y, T_z) \|^2 \quad (j = 0, 1, 2, 3, 4), \quad (23)$$

式中  $p_j$  为经过畸变校正的 5 个参考点图像坐标。以  $g_j$  为重投影模型,得到 5 个标记点以  $(f, \theta, \varphi, \omega, T_x, T_y, T_z)$  为参数计算的图像坐标。通过 Levenberg-Marquardt 优化算法<sup>[15]</sup>对目标函数进行优化,得到高精度标定结果。

## 4 实验结果与分析

为了测试文中提出的只需一幅图像进行摄像机标定新方法的性能,分别进行了模拟实验和实际测量实验。软件平台采用 Windows XP 系统,Matlab 编程平台编写程序,所用计算机配置为 CPU Celeron<sup>®</sup> 3.06 GHz, 1 GB 内存。

### 4.1 模拟实验

模拟相机内参数为:焦距  $f=2000$  pixel,主点  $c$  坐标为(512,640) pixel,图像分辨率为 1024 pixel×1280 pixel;镜头畸变系数为: $k_1=k_2=2 \times 10^{-8}$ 。相机外参数如表 1 所示。模拟图 2 所示“T”形靶标,设定  $d_1=200$  mm, $d_2=400$  mm, $d_3=200$  mm, $d_4=200$  mm。

表 1 相机外部参数

Table 1 Extrinsic parameters of the camera

$\theta / (^\circ)$	$\varphi / (^\circ)$	$\omega / (^\circ)$	$T_x / \text{mm}$	$T_y / \text{mm}$	$T_z / \text{mm}$
5	-80	0	100	1500	400

#### 4.1.1 镜头畸变校正

利用带畸变的摄像机模型对“T”形靶标进行投影,得到一幅图像。用 3.1 节内容计算镜头畸变参数,得到畸变参数为  $k_1=k_2=1.952 \times 10^{-8}$ ,计算结果与模拟镜头畸变系数设定值的绝对误差仅为  $\Delta k_1=\Delta k_2=0.048 \times 10^{-8}$ 。利用计算结果对图像进行畸变校正,“T”形靶标上标记点的图像坐标理想点、畸变点和校正点如图 5 所示。

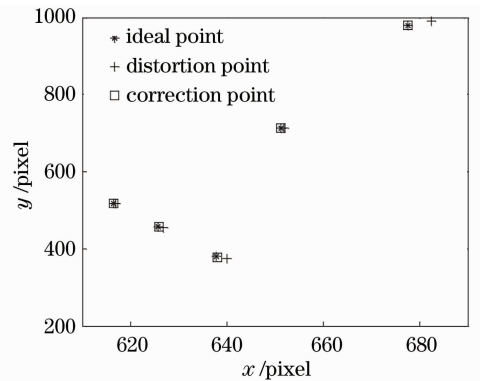


图 5 “T”形靶标标记点的畸变校正效果  
Fig. 5 Distortion correction effect of T-shaped target marker

## 4.1.2 摄像机标定

分别对经过畸变校正和没有经过畸变校正的图像加高斯噪声,高斯噪声方差为  $0\sim 1$  pixel,其步长为  $0.1$  pixel。在不同的噪声条件下,分别用下述方法进行摄像机标定,每次标定重复  $1000$  次求平均值,验证文中标定方法的抗噪声能力和标定精度,实验中均采

用绝对误差。标定方法如下:简单的正交一维靶标定方法 C(Calibration);简单的标定方法并进行优化 CO(Calibration and Optimization);图像畸变校正和简单标定方法 CC(Correction and Calibration);图像畸变校正和简单标定并且进行优化 CCO(Correction, Calibration and Optimization)。标定结果如图 6 所示。

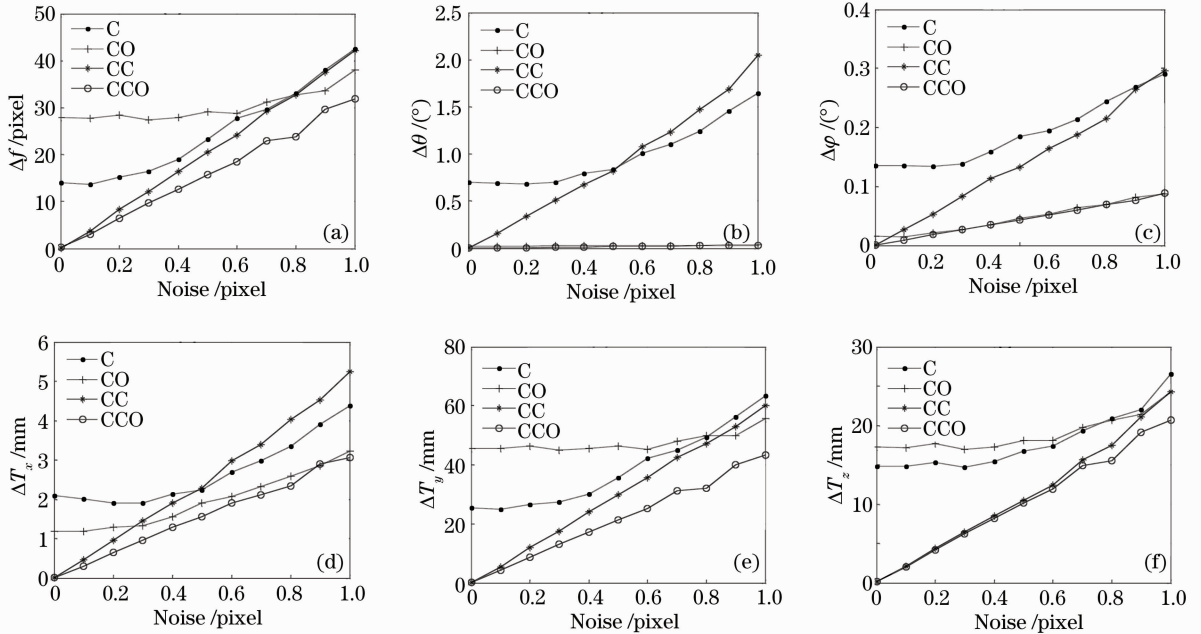


图 6 摄像机标定参数绝对误差。(a)焦距  $f$ ; (b), (c) 自旋角  $\theta, \varphi$ ; (d), (e), (f) 相机光心位置  $T_x, T_y, T_z$

Fig. 6 Absolute errors of calibration parameters of the camera. (a) Focal length  $f$ ; (b), (c) spin angle  $\theta$  and  $\varphi$ , (d), (e), (f) optical center position  $T_x, T_y$  and  $T_z$  of camera

图 6(a)说明,对于未进行畸变校正的图像,随着噪声的增加,焦距的标定误差增加;在噪声低于  $0.8$  pixel 时优化反而降低了简单标定结果的精度;经过畸变校正优化后标定精度明显好于其他 3 种方法。从图 6(b), (c) 可以看出,随着噪声的增加,不经过优化时,进行畸变校正反而降低了自旋角的标定精度;经过优化后畸变校正和不校正得到的自旋角标定精度几乎相同,而且标定误差在  $0.1^\circ$  以下。图 6(d)~(f)说明经畸变校正且进行优化后平移向量的标定精度最高。经图 6 分析在不同噪声条件下由各种标定方法得到的相机参数的绝对误差得出下列结论:未经过畸变校正的图像,在噪声低的时候优化反而降低了标定精度,随着噪声的增加优化结果好于不经过优化的结果,标定结果不稳定,不能决定何时选择优化;经过畸变校正的图像用简单的标定方法得到的标定误差几乎与噪声成正比,随着噪声的增加标定误差增加,且超过不经过畸变校正的标

定误差;经过畸变校正标定后进行优化是这 4 种标定方法中标定结果最稳定、标定精度最高的方法。

## 4.2 实际测量实验

实验中,摄像机为 JAI 公司的 CV-A50,分辨率为  $752 \text{ pixel} \times 582 \text{ pixel}$ ,像素尺寸为  $8.6 \mu\text{m} \times 8.3 \mu\text{m}$ ,镜头焦距为  $12 \text{ mm}$ 。用 Philips170S87 液

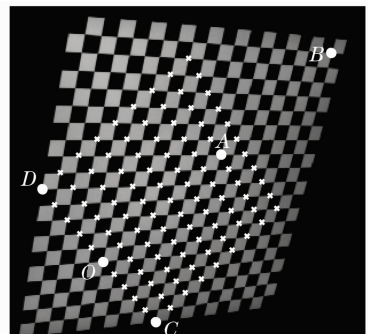


图 7 靶标测量图

Fig. 7 Measured picture of the target

晶显示器显示一个  $20 \times 20$  的棋盘格,如图 7 所示,图中圆点标记的角点  $O, A, B, C, D$  构成 5 点“T”形靶标。显示器分辨率为  $1280 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ ,像素间距为  $0.264 \text{ mm}$ ,所以  $d_{OA} = 133.81 \text{ mm}$ ;  $d_{OB} = 267.62 \text{ mm}$ ;  $d_{OC} = 95.58 \text{ mm}$ ;  $d_{OD} = 95.58 \text{ mm}$ 。

对棋盘格拍摄一幅图像。首先利用“T”形靶标

表 2 实际数据标定结果

Table 2 Calibration results with real data

Method	Focal length		Rotation		Translation			Reprojective error /pixel
	$f$ /pixel	$\theta$ /( $^\circ$ )	$\varphi$ /( $^\circ$ )	$T_x$ /mm	$T_y$ /mm	$T_z$ /mm		
C	1410.4	-43.387	-81.943	-28.09	-688.5	-6.55	4.304	
CO	1636.8	-48.350	-81.827	-29.01	-696.2	-11.18	0.358	
CC	1438.5	-43.880	-82.221	-28.16	-702.0	-5.16	3.906	
CCO	1461.1	-48.340	-81.845	-28.89	-711.3	-13.12	0.313	

如表 2 所示,第一行和第三行分别为没有畸变校正和畸变校正后的简单标定结果,可见畸变校正能够降低重投影误差;第二行和第四行分别为没有畸变校正和畸变校正后对标定值进行优化的结果,可见在优化条件下畸变校正同样降低了重投影误差;分别对第一、二行和第三、四行标定结果比较可见优化结果比简单标定结果的重投影误差降低了一个数量级。这 4 种标定方法中对畸变校正的图像标定结果进行优化得到的重投影误差最低,得到的标定结果精度最高。

## 5 结 论

提出了基于两个正交一维物体“T”型靶标的摄像机标定方法,该方法只需摄像机对“T”型靶标拍摄一幅图像即可标定出镜头的畸变参数和摄像机的内外参数。模拟实验证明,如果不对图像进行畸变校正,则摄像机标定结果不稳定,所以在实际标定中必须计算镜头畸变参数。用畸变校正后的图像进行摄像机标定,标定误差随着图像噪声的增加而增长,但对标定初始值进行优化处理后得到稳定可靠且高精度的结果。实际标定实验也证明了模拟实验的正确性。实际测量实验所需设备简单,操作方便,计算速度快。该摄像机标定方法对于视频跟踪、自动导航和航天器对接等有很好的应用价值。

## 参 考 文 献

1 Zhang Guangjun. Vision Measurement [M]. Beijing: Science Press, 2008. 134~173  
张广军. 视觉测量[M]. 北京:科学出版社, 2008. 134~173

上 5 个标记点对镜头进行标定,得到畸变参数为  $k_1 = -2.179 \times 10^{-8}$ ,  $k_2 = -2.283 \times 10^{-8}$ 。然后利用模拟实验中的 4 种标定方法进行标定,用重投影误差来衡量标定精度,计算重投影误差时取 99 个棋盘格角点,如图 7 所示。实验标定结果如表 2 所示。

2 Mao Xianfu, Su Xianyu, Liu Yuankun *et al.*. Analysis on optical coordinate measurement based on phase target[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(9): 2452~2457  
毛先富, 苏显渝, 刘元坤等. 基于相位靶标的光学坐标测量方法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(9): 2452~2457  
3 Zhao Rujin, Zhang Qiheng, Zuo Haorui *et al.*. A method of improving the measuring accuracy of the pose of targets based on outliers-removal [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(9): 2463~2467  
赵汝进, 张启衡, 左颀睿等. 基于去离群点策略提高目标位姿测量精度[J]. *光学学报*, 2009, **29**(9): 2463~2467  
4 M. M. Rahman, X. Gang. A novel camera calibration technique based on a rotating planar complex object with a fixed point[C]. 17th International Conference on Artificial Reality and Telexistence, 2007, 312~313  
5 Sun Junhua, Liu Zhen, Zhang Guangjun *et al.*. Camera calibration based on flexible 3D target[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3433~3439  
孙军华, 刘震, 张广军等. 基于柔性立体靶标的摄像机标定[J]. *光学学报*, 2009, **29**(12): 3433~3439  
6 G. Hu, N. Gans, W. Dixon. Quaternion-based visual servo control in the presence of camera calibration error [J]. *Int. J. Robust Nonlin. Control.*, 2010, **20**(5): 489~503  
7 Zhengyou Zhang. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(11): 1330~1334  
8 Liu Yuankun, Su Xianyu. A new camera calibration technique using FTP method [J]. *J. Sichuan University (Engineering Science Edition)*, 2007, **39**(6): 149~153  
刘元坤, 苏显渝. 基于傅里叶条纹分析的摄像机标定[J]. *四川大学学报(工程科学版)*, 2007, **39**(6): 149~153  
9 J. Weng, P. Cohen, M. Hernious. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, **14**(10): 965~980  
10 Huo Ju, Yang Wei, Yang Ming. A self-calibration technique based on the geometry property of the vanish point [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 465~472  
霍炬, 杨卫, 杨明. 基于消隐点几何特性的摄像机自标定方法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(2): 465~472  
11 A. Mavrincac, X. Chen, K. Tepe. An automatic calibration method for stereo-based 3D distributed smart camera networks

- [J]. *Comput. Vis. Image Und.*, 2010, **114**(8): 952~962
- 12 Zhang Lingfei, Chen Gang, Ye Dong *et al.*. Cameras calibration based on one-dimensional reference object and improved evolutionary strategy [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(11): 3136~3142  
张灵飞, 陈刚, 叶东等. 基于一维标定物和改进进化策略的相机标定[J]. *光学学报*, 2009, **29**(11): 3136~3142
- 13 Zhengyou Zhang. Camera calibration with one-dimensional objects [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, **26**(7): 892~899
- 14 Yu Qifeng, Shang Yang. *Videometrics: Principles and Researches*[M]. Beijing: Science Press, 2009. 22~51  
于起峰, 尚洋. *摄像测量学原理与应用研究*[M]. 北京: 科学出版社, 2009. 22~51
- 15 B. Triggs, P. McLauchlan, R. Hartley *et al.*. Bundle adjustment—a modern synthesis [C]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2000, **1883**: 298~372

栏目编辑: 李文喆