基于精密测角法的测绘相机分组渐进标定算法

远国勤^{1,2} 丁亚林¹ 惠守文¹ 刘立国¹ 于春风^{1,2}

(¹中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033 ²中国科学院研究生院,北京 100049

摘要 针对精密测角法标定测绘相机内方位元素中理论误差和观测点分布状态对标定精度影响的问题,提出了一种基于精密测角法的分组渐进标定算法。提出的算法包括 2 个部分:采用分组渐近方式调整精密转台零点位置,减小了理论误差;对每组观测数据引入了数据一致性约束,消除观测值分布、数量对标定结果的影响。最后,给出了分组渐进算法的精度分析。实验数据显示,在相同试验环境条件下,分组渐进标定算法中主点、主距标定精度比精密测角算法分别提高了 2.43 倍和 2.00 倍,可达到 2.12 μm 和 4.02 μm,表明分组渐进标定算法提高了标定精度。 关键词 测量;测绘相机标定;精密测角法;分组渐进算法;精度分析 中图分类号 V447.3; TN942.2 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201232.0112005

Grouped Approach Algorithm for Mapping Camera Calibration Based on Method of Exact Measuring Angle

Yuan Guoqin^{1,2} Ding Yalin¹ Hui Shouwen¹ Liu Liguo¹ Yu Chunfeng^{1,2}

⁽¹ Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China

² Graduate University, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Toward the problems of theoretical error and the distribution status of the observed which can influence on camera calibration accuracy, a grouped approach algorithm based on exact measuring angle method is proposed. The proposed algorithm is composed of two parts: the method of adjusting the zero point of precise rotating platform is put forward to reduce the theoretical error, and the method of weighted theory is used to approach group data processing to eliminate the influence on the calibration result. Finally, the accuracy of grouped approach algorithm is analyzed. Experimental results show that principal point accuracy and the principal distance accuracy obtained by the proposed algorithm are reduced to 2.12 μ m and 4.02 μ m and improved by 2.43 times and 2.00 times respectively, comparing with the traditional exact measuring angle method in the same laboratory environment. The experimental results indicate that the calibration accuracy has been improved greatly.

Key words measurement; mapping camera calibration; exact measuring angle method; grouping approach algorithm; accuracy analysis

OCIS codes 120.0280; 080.1753; 100.2000

1 引 言

用摄影测量方法研究被摄物体的空间位置时, 为了能使图像的信息正确描述空间被摄物体,相机 必须经过精密标定,精确标定测绘相机主点、主距等 内方位元素是实现高精度测绘的一个必要条件。相 机标定在高空测绘、摄影、计算机视觉和生产等领域 有重要的作用^[1~4]。

相机内方位元素标定方法按照试验场地分可以 分为实验室标定和外场标定两种^[5,6]。利用外场的 三维控制场进行相机标定算法较简单,但建立高精

作者简介:远国勤(1982—),男,博士研究生,助理研究员,主要从事航空成像与测量技术等方面的研究。 E-mail: yuanguoqin@139.com

导师简介:丁亚林(1964—),男,研究员,博士生导师,主要从事空间遥感相机稳定成像技术等方面的研究。 E-mail: 2581876@sina.com

收稿日期: 2011-07-04; 收到修改稿日期: 2011-08-26

基金项目: 国家 863 计划(2007AA701203)资助课题。

度控制场却费用昂贵,难度很高。自标定方法是最 近兴起的一种标定方法^[7,8],无需控制场和标准标定 物,从影像中即可直接求解标定元素,但与实验室内 精密测角标定方法相比,精度较低,且运算量大,方程 解不稳定。对于中高空工作的航空测绘相机而言,一 般采取借助于星点板、平行光管及精密转台的实验室 内精密测角法来标定相机的内方位元素参数^[9]。

精密测角法算法直观简洁,易于实现,但对实验 环境要求苛刻,由于测量仪器系统误差、观测点数目 和分布等的变化,即使在同样实验环境中,计算得出 的内方位元素参数精度也会相差较大^[10]。本文在 对精密测角法进行误差分析的基础上,提出了一种 分组渐进标定算法,该算法可从减少理论误差、消除 观测点影响两个方面提升内方位元素标定精度。

2 精密测角算法

2.1 算法介绍

精密测角法标定测绘相机原理如图 1 所示, *M* 为转台处于零位时通过平行光管的星点在 CCD 像 面所成像的初始坐标值, 一般取为 CCD 像面的几何 中心; *O* 为光学系统的待求主点; *S_x* 为主点在 CCD 像面投影; *O*S_x 为待求主距。位于物方视场角度α_i 处 星点 *P_i* 通过平行光管成像于焦平面 *P'*_i 处。

根据几何光学, α_i 处 P_i 光线的光学畸变 Δ_i 为

$$\Delta_{i} = x_{i} - x_{0} - f_{x} \tan(\alpha_{i} - d\alpha), \qquad (1)$$
将 $\tan(\alpha_{i} - d\alpha)$ 泰勒展开,并略去高阶项可得

 $\begin{aligned} &\tan(\alpha_i - d\alpha) = \tan \alpha_i - \sec^2 \alpha_i d\alpha, \qquad (2) \\ &(2) 式 中 d\alpha = \arctan(x_0/f), 若 x_0 \ll f, 近似可得 \\ &d\alpha \approx x_0/f. 经过上述简化, 可得 \end{aligned}$



图 1 精密测角法原理 Fig.1 Geometric drawing of exact measuring angle method

用精密转台改变角度,获取多个星点角度及像 点位置。观测点记为 *p*₁,*p*₂,...,*p*_n,分别定义矩阵 *V*,*X*,*B*,*N* 为

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \vdots \\ \Delta_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \tan \alpha_1 & -\tan^2 \alpha_1 \\ \tan \alpha_2 & -\tan^2 \alpha_2 \\ \vdots & \vdots \\ \tan \alpha_n & -\tan^2 \alpha_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} f_x \\ x_0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

则V = X - BN,精密测角算法以全视场畸变平方和 $T_{PRS} = \min \sum_{i=1}^{n} \Delta_{i}^{2} = \min V^{T}V$ 为约束条件求解内方位 元素,由最小二乘可解算出矩阵 $N, N = (B^{T}B)^{-1} \cdot B^{T}X$,即

$$x_{0} = \frac{-\sum x_{i} \tan^{2} \alpha_{i} \sum \tan^{2} \alpha_{i} + \sum x_{i} \tan \alpha_{i} \sum \tan^{3} \alpha_{i}}{\sum \tan^{2} \alpha_{i} \sum \tan^{4} \alpha_{i} - (\sum \tan^{3} \alpha_{i})^{2}},$$
(5)

$$f_{x} = \frac{\sum x_{i} \tan \alpha_{i} \sum \tan^{4} \alpha_{i} - \sum x_{i} \tan^{2} \alpha_{i} \sum \tan^{3} \alpha_{i}}{\sum \tan^{2} \alpha_{i} \sum \tan^{4} \alpha_{i} - (\sum \tan^{3} \alpha_{i})^{2}}.$$
(6)

2.2 精密测角算法精度分析

精密测角算法采用间接测量得到内方位元素, 误差来源包括^[11~13]:

1) $tan(\alpha_i - d\alpha)$ 泰勒展开时略去高阶项, $d\alpha$ 取 值 x_0/f 时近似简化, 均带来理论误差;

2) 获取观测点 p_1, p_2, \dots, p_n 时角度误差 σ_{α} ;

3) 获取像点坐标 x_1, x_2, \dots, x_n 时位置误差 σ_x ;

 4)标定过程中,温度、震动、光源和气流等环境 因素的影响。

若实验中采用必要条件屏蔽了环境条件的不利 影响,根据误差传递理论,可得主点标定精度为

$$\sigma_{x_0} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_0}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_{x_i}^2} + \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_0}{\partial \alpha_i}\right)^2 \sigma_{a_i}^2.$$
 (72)
由(5)式可以得到

$$\frac{\partial x_0}{\partial x_i} = \frac{\tan \alpha_i \sum \tan^3 \alpha_i - \tan^2 \alpha_i \sum \tan^2 \alpha_i}{\sum \tan^2 \alpha_i \sum \tan^4 \alpha_i - \left(\sum \tan^3 \alpha_i\right)^2}, (8)$$

$$\frac{\partial x_0}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial x_0}{\partial \tan \alpha_i} \frac{\operatorname{dtan} \alpha_i}{\operatorname{d} \alpha_i} = \boldsymbol{Q} \boldsymbol{H} \operatorname{sec}^2 \alpha_i, \qquad (9)$$

式中

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \frac{-4F\sum_{i}\tan^{2}\alpha_{i}}{J^{2}} \\ \frac{2J\sum_{i}x_{i}\tan^{2}\alpha_{i} - 2F\sum_{i}\tan^{4}\alpha_{i}}{J^{2}} \\ \frac{2\sum_{i}\tan^{2}\alpha_{i}}{J} \\ \frac{3J\sum_{i}x_{i}\tan\alpha_{i} + 6F\sum_{i}\tan^{3}\alpha_{i}}{J^{2}} \\ \frac{\sum_{i}\tan^{3}\alpha_{i}}{J} \end{bmatrix},$$

$$\begin{split} \boldsymbol{Q} &= \lfloor \tan^{3} \alpha_{i} \quad \tan^{2} \alpha_{i} \quad x_{i} \tan \alpha_{i} \quad \tan \alpha_{i} \quad \alpha_{i} \rfloor, \\ F &= -\sum x_{i} \tan^{2} \alpha_{i} \sum \tan^{2} \alpha_{i} + \sum x_{i} \tan \alpha_{i} \sum \tan^{3} \alpha_{i}, \\ J &= \sum \tan^{2} \alpha_{i} \sum \tan^{4} \alpha_{i} - (\sum \tan^{3} \alpha_{i})^{2}, \\ \overrightarrow{u} A_{1} &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, A_{2} &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial \alpha_{i}}\right) \sec^{2} \alpha_{i}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, A_{2} &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial \alpha_{i}}\right) \sec^{2} \alpha_{i}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, A_{2} &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial \alpha_{i}}\right) \sec^{2} \alpha_{i}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, A_{2} &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial \alpha_{i}}\right) \sec^{2} \alpha_{i}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, A_{2} &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial \alpha_{i}}\right) \sec^{2} \alpha_{i}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, A_{2} &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial \alpha_{i}}\right) \sec^{2} \alpha_{i}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, A_{2} &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial \alpha_{i}}\right) \sec^{2} \alpha_{i}, \\ (\overrightarrow{u} B_{2}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, \\ (\overrightarrow{u} B_{1}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, A_{2} &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial \alpha_{i}}\right) \sec^{2} \alpha_{i}, \\ (\overrightarrow{u} B_{2}) &= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial x_{0}}{\partial x_{i}}\right)^{2}, \\ (\overrightarrow{u} B_{2}) &=$$

$$\sigma_{x0} = \sqrt{A_1 \sigma_x^2 + A_2 \sigma_a^2}.$$
 (10)

同理,根据(6)式可得

$$\sigma_f = \sqrt{A_3 \sigma_x^2 + A_4 \sigma_a^2}.$$
 (11)

(11)式中, $A_3 = \sum \left(\frac{\partial f_x}{\partial x_i}\right)^2$, $A_4 = \sum \left(\frac{\partial f_x}{\partial \alpha_i}\right)^2$ 。 由 $T_{\text{PRS}} = \sum_{i=1}^n (x_i - f_x \tan \alpha_i + x_0 \tan^2 \alpha_i)^2$ 可得

$$\sigma_{T_{\text{PRS}}}^{2} = \sum \left[\left(\frac{\partial T_{\text{PRS}}}{\partial x_{i}} \right)^{2} \sigma_{x}^{2} + \left(\frac{\partial T_{\text{PRS}}}{\partial \alpha_{i}} \right)^{2} \sigma_{\alpha}^{2} + \left(\frac{\partial T_{\text{PRS}}}{\partial x_{0}} \right)^{2} \sigma_{x_{0}}^{2} + \left(\frac{\partial T_{\text{PRS}}}{\partial f_{x}} \right)^{2} \sigma_{f_{x}}^{2} \right], \quad (12)$$

对于一次独立的标定过程,观测点 p_1, p_2, \dots, p_n 为 固定点, A_1, A_2, A_3, A_4 为常数, $\sigma_{x_0}, \sigma_f, \sigma_{T_{\text{PRS}}}$ 为常数。

(7)、(10)~(12)式可以得到:

 由于理论误差的存在,精密测角算法得不到 主点、主距的精确解;

2) 仪器精度对标定精度影响较大,单纯依靠增加观测点数量不能无限制的提高标定精度;

3) 观测点数量及分布状态影响相机标定精度。

即使在同一标定环境中,不同的观测点将导致全视 场畸变平方和及标定精度发生改变。

基于此,本文提出了一种实验室内分组渐进标 定算法,分别针对精密测角算法中的理论误差及观 测点状态对标定精度的影响问题进行改进修正,提 高标定精度。

3 分组渐进测量法

根据上述分析过程可以得出,除了受仪器、观测 点的影响外,精密测角算法还具有理论误差,这些因 素限制了标定精度。如果采用相应的改进措施,减 小、消除理论误差和观测点状态对标定的影响,可提 高测绘相机标定精度。本文提出的分组渐进测量 (PAGM)法即包含两部分内容:

1) 采用渐进式分组测量,根据第t组结果调整第 t+1组起始观测点 M坐标值,使 $x_0 \rightarrow 0$, $d_\alpha \rightarrow 0$,然后 再进行 t+1 组独立标定,消除理论误差的影响。

2) 若第 J, J + 1 组 M 值调整量已满足精度要求,则认为可忽略理论误差影响。此时采用参数一致 性约束综合处理第 $1, 2, \dots, J + 1$ 组数据,消除观测 点的影响。

3.1 PAGM 算法实现及精度分析

由于 M 初始坐标的微量调整,第 1,2,…,J + 1 组观测点分布各不相同,依据(7)、(10) ~ (12) 式, 各组 σ_{x_0} , σ_f , T_{PRS} 均不相同,为消除观测点状态对标 定精度的影响,PAGM 算法分别对每组观测数据引 入了数据一致性约束,即把各组观测值认为是不等 权观测,根据加权理论进行解算。

若实验时共测得 J+1 组数据,每组数据观测点 数量均为 n_{\circ} 采用精密测角算法时第 t 组内方位元素 解算值为 $x_{0t}, f_{t},$ 精度为 $\sigma_{x_{0}t}, \sigma_{f_{t}},$ 全视场畸变平方和 $T_{\text{PRS}t} = \sum_{k=1}^{n} (x_{tk} - f_{t} \tan \alpha_{tk} + x_{0t} \tan^{2} \alpha_{tk})^{2},$ 精度为 $\sigma_{T_{\text{PRS}t}},$ 则可设定 $T_{\text{PRS}t}, x_{0t}, f_{t}$ 的权值 P_{Et}, P_{xt}, P_{ft} 分 別为^[14]

$$P_{Et} = \frac{1}{\sigma_{T_{\text{PRS}t}}^2}, \quad P_{xt} = \frac{1}{\sigma_{x_0t}^2}, \quad P_{ft} = \frac{1}{\sigma_{f_t}^2}, \quad (13)$$

PAGM 算法解算的内方位元素值记为 X_0 , F_x , 第 t 组全视场畸变平方和变化为 T'_{PRSt} 。同时定义 \overline{x}_0^1 , \overline{f}_0^1 为

$$\overline{x}_{0}^{1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{J+1} P_{xi}} \sum_{i=1}^{J+1} P_{xi} x_{0i}, \quad \overline{f}_{0}^{1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{J+1} P_{fi}} \sum_{i=1}^{J+1} P_{fi} f_{i}.$$
(14)

根据最大似然理论,分别将 $x_0^1, \overline{f}_0^1, w_1^0, w_2^0$ 作为 X_0, F_x 的近似值及改正数。即

$$X_{0} = \overline{x}_{0}^{1} + w_{1}^{0}, \quad F_{x} = \overline{f}_{0}^{1} + w_{2}^{0},$$
$$T'_{PRSt} = \sum_{k=1}^{n} [x_{tk} - (\overline{f}_{0}^{1} + w_{2}^{0}) \tan \alpha_{tk} + (\overline{x}_{0}^{1} + w_{1}^{0}) \tan^{2} \alpha_{tk}]^{2}.$$
(15)

将 T'_{PRSt} 在 \overline{x}_{0}^{1} , \overline{f}_{0}^{1} 处展开, 略去高阶项, 可得:

$$T'_{PRSt} = \sum_{k=1}^{n} (x_{tk} - \overline{f}_{0}^{1} \tan \alpha_{tk} + \overline{x}_{0}^{1} \tan^{2} \alpha_{tk})^{2} + a_{t1} w_{1}^{0} + a_{t2} w_{2}^{0}, \qquad (16)$$

式中

$$\begin{bmatrix} a_{i1} \\ a_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial T'_{\text{PRS}i} & 0 \\ 0 & \partial T'_{\text{PRS}i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\partial \overline{x}_0} \\ \frac{1}{\partial \overline{f}_0} \end{bmatrix}.$$

引入中间量 $\overline{T_{\text{PRS}_{t}}}, E_{\iota}, W_{\iota}, T_{\text{PRS}_{\sum A}}, T_{\text{PRS}_{\sum G}}, 分别定 义如下:$

$$\begin{cases} \overline{T_{\text{PRS}_{t}}} = \sum_{k=1}^{n} (x_{ik} - \overline{f}_{0}^{1} \tan \alpha_{ik} + \overline{x}_{0}^{1} \tan^{2} \alpha_{ik})^{2}, \\ E_{t} = T_{\text{PRS}} - \overline{T_{\text{PRS}_{t}}}, \\ W_{t} = T'_{\text{PRS}} - \overline{T_{\text{PRS}_{t}}}, \\ T_{\text{PRS}} \sum_{A} = \\ \sum_{i=1}^{l+1} \left[P_{Ei} \sum_{k=1}^{n} (x_{ik} - f_{i} \tan \alpha_{ik} + x_{0i} \tan^{2} \alpha_{ik})^{2} \right], \\ T_{\text{PRS}} \sum_{G} = \\ \sum_{i=1}^{l+1} \left[P_{Ei} \sum_{k=1}^{n} (x_{ik} - F_{x} \tan \alpha_{ik} + X_{0} \tan^{2} \alpha_{ik})^{2} \right], \end{cases}$$
(17)

则

$$W_{t} = a_{t1}w_{1}^{0} + a_{t2}w_{2}^{0} - E_{t}.$$
 (18)

PAGM 算法修正了测绘相机标定值,导致第 t 组全视场畸变平方和变化 W_t,根据各组数据的权 重,测绘相机内方位元素标定的最终约束条件 —— 全部 J +1 组数据在 PAGM 算法修正后全视场畸变 加权平方和变化

$$\Delta \hbar = \sum_{i=1}^{J+1} P_{Ei} W_i^2 = (T_{\text{PRS}_{\sum A}} - T_{\text{PRS}_{\sum G}})^2.$$
(19)

由于各组数据均是可信赖的,全视场畸变加权平方 和变化量应具有最小属性,以此作为约束条件,根据 偏最小二乘原理,求解 X₀,F_x 的改正数。

即
$$w_1^\circ, w_2^\circ$$
 应满足
$$\min\left[\sum_{i=1}^{J+1} P_{Ei} W_t^2 = (T_{\text{PRS}_{\sum A}} - T_{\text{PRS}_{\sum G}})^2\right]. (20)$$

根据各组观测数据,定义矩阵 W,A,w°,L,P 为

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{1} \\ \vdots \\ \mathbf{W}_{J+1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ \vdots & \vdots \\ a_{(J+1)1} & a_{(J+1)2} \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{w}^{\rho} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{1}^{\rho} \\ \mathbf{w}_{2}^{\rho} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} E_{1} \\ \vdots \\ E_{J+1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{E1} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & P_{EJ+1} \end{bmatrix}$$
(21)

根据(18)式, $W = Aw^0 - L_0$

由 PAGM 算法约束条件 min_HW^TPW,法方程 组可化简为

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{W}=0, \qquad (22)$$

可解得

$$\boldsymbol{w}^{0} = (\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P} \boldsymbol{A})^{-1} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P} \boldsymbol{L}, \qquad (23)$$

即

$$w_{1}^{0} = \frac{\sum_{i=1}^{j+1} p_{E} a_{i2}^{2} \sum_{i=1}^{j+1} p_{E} a_{i1} E_{i} - \sum_{i=1}^{j+1} p_{E} a_{i1} a_{i2} \sum_{i=1}^{j+1} p_{E} a_{i2} E_{i}}{\sum_{i=1}^{j+1} p_{E} a_{i1}^{2} \sum_{i=1}^{j+1} p_{E} a_{i2}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{j+1} p_{E} a_{i1} a_{i2}\right)^{2}},$$
(24)

$$u_{2}^{0} = \frac{\sum_{i=1}^{j+1} p_{E}a_{i1}^{2} \sum_{i=1}^{j+1} p_{E}a_{i2}E_{i} - \sum_{i=1}^{j+1} p_{E}a_{i1}a_{i2} \sum_{i=1}^{j+1} p_{E}a_{i1}E_{i}}{\sum_{i=1}^{j+1} p_{E}a_{i1}^{2} \sum_{i=1}^{j+1} p_{E}a_{i2}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{j+1} p_{E}a_{i1}a_{i2}\right)^{2}}.$$
(25)

为消除(16)式舍去高阶项时的理论误差,采取 逐次迭代的方式逼近 X_0 , F_x 的真值。将 w_1^0 , w_2^0 的计 算结果作为一级近似值计入 \overline{x}_0^1 , \overline{f}_0^1 ,重复该迭代过 程,求得修正值的二级近似值 w_1^1 , w_2^1 。经过 r 次迭代 后,当 | $w^r - w^{r-1}$ | $< \epsilon(\epsilon$ 为设定的逼近精度)时,认 为获得最终解算值。

PAGM 算法解算的主点、主距及一致性约束后的观测值,可根据文献[15]给出的畸变模型计算得出畸变系数待估参数。

 $\sum_{i=1}^{J+1} P_i W_i^2 / \sigma^2$ 服从自由度为(J + 1 - 2)的 χ^2 分 布^[16],所以以 $\sum_{i=1}^{J+1} P_i W_i^2 / (J - 1)$ 作为 σ^2 的无偏估计量, 则 PAGM算法的标准不确定度 $u = \sum_{i=1}^{J+1} W_i^2 / (J - 1)$,内 方位元素不确定度 $\begin{bmatrix} u_{X_0} \\ u_{F_x} \end{bmatrix} = u \begin{bmatrix} \sqrt{d_{11}} \\ \sqrt{d_{22}} \end{bmatrix}$,其中 d_{11}, d_{22} 是 矩阵 $(\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1}$ 中的对角元素。

3.2 PAGM 算法流程

根据上述分析过程,PAGM 算法从减小理论误 差及观测点分布状态对标定精度的影响 2 个方面对 精密测角法进行了改进,可以给出 PAGM 算法流程 如下:

1) i=1时,以 CCD 像面的几何中心作为 M 初 始坐标值, $i \neq 1$ 时,根据第 i-1 组数据调整 M 坐标 值。根据测绘相机确定观测点数量及分布,通过改 变精密转台角度,记录角度及像点位置,确定矩阵 X,B。

2) 按照(5),(6)式计算内方位元素值,确定矩 阵 N,并计算 T_{PRS} ,根据(10)~(12)式计算 σ_{x_0} , σ_f , $\sigma_{T_{PPS}}$ 。

3)对2)得到的内方位元素矩阵 N、da 进行判断,若满足精度要求转入4),否则转入1),继续分组标定,完成渐进过程。

4)采用 PAGM 算法处理各组数据,得到内方 位元素最佳无偏估计值,计算最终标定精度,结束标 定过程。

1)~3)逐组逼近内方位元素真值,可减小精密 测角法的理论误差,4)采用数据一致性约束综合处 理逼近过程中所得的各组数据,可减小观测点状态 对标定精度的影响。

算法流程图如图2所示。

4 实验结果与分析

在精密测角法实验室(单轴精密转台、1600 平行 光管)环境完成 PAGM 算法的验证。首先调整转台 零点,将相片几何中心点作为 *M* 初始坐标值,等间隔 采样,完成第一组数据。根据图 2 所示流程,设置 da <3.5×10⁻⁴ rad 作为 3)满足条件,设置 $\epsilon = 1 \times 10^{-5}$ 作 为 X_0 , F_x 逼近精度。实验装置如图 3 所示。实验中转 台精度 $\sigma_a = 0.5''$,星点像位置采用像元细分方式取 得,精度 $\sigma_x = 0.8 \ \mu m$,每组观测点n = 30,实验结果数 据如表1所示,其中 $\sigma_{x_0}(i)$, $\sigma_f(i)$ 分别表示第i组主点、 主距标定精度, ν , λ 表示 PAGM 算法较传统精密测角 算法主点、主距标定精度提高百分比。



图 2 PAGM 算法流程图 Fig. 2 Flow chart of PAGM algorithm



图 3 标定系统装置



表1 分组测量 PAGM 结果

Grouped sequence	$d\alpha$ /(10 ⁻⁴ rad)	$\sigma_{x_0}(i) / \mu \mathrm{m}$	$\sigma_f(i) \ /\mu \mathrm{m}$	$\sum_{i=1}^{n} \Delta_{i}^{2} / \mu \mathbf{m}$
i=1	26	7.2	12.2	4.5
i=2	9.8	8.7	13.4	5.5
i=3	6.0	6.8	11.8	4.2
i = 4(J+1)	2.7	6.4	10.9	4.7
	$T_{\text{PRS}_{\Sigma A}} = 24.939$,	$P_{E1}: P_{E2}: P_{E3}: P_{E4} = 1:$	1.18:1.43:1.69,	
$\overline{\sigma}_{x_0} = \frac{1}{J+1} \sum_{i=1}^{J+1} \sigma_{x_0}$	$(i) = 7.275, \overline{\sigma}_f = \frac{1}{J+1}$	$\sum_{i=1}^{J+1} \sigma_f(i) = 12.075, u_X$	$u_{F_0} = 2.12 \ \mu \text{m}, u_{F_x} = 4.$. 02 μm
$\nu = \left \frac{u_{x_0} - \overline{\sigma}_{x_0}}{u} \right >$	$\langle 100\% = 243.2\%, \lambda =$	$\frac{u_{F_x} - \overline{\sigma}_f}{ x } \times 100\% = 2$	00.3%	

Table 1 Result of measurement with PAGM method

从实验结果可以看出,在观测点 n=30 情况下, PAGM 算法较传统精密测角算法主点、主距标定精 度平均提高了 2.43 倍和 2.00 倍。在表 1 结果中可 以看到, $da \rightarrow 0$ 过程中,收敛至一定程度后速度减 慢,这是由于分组渐进过程中,获取像点位置坐标时 的误差 σ_x 影响了 M 坐标值调整精度,提高 CCD 细 分误差可以加速 da 收敛速度。

5 结 论

为了提高测绘相机内方位元素标定精度,本文 提出了基于实验室精密测角法的分组渐进测量 (PAGM)算法,通过引入分组渐进测量,引入参数一 致性约束,减小了精密测角法算法的理论误差及观 测点分布对标定精度的影响。实验结果表明, PAGM 算法在每组观测点 *n*=30 的情况下,主点、 主距的标定精度平均提高了 2.43 倍和 2.00 倍。因 此,PAGM 算法更适合实验室内内方位元素的精密 标定。

参考文献

- 1 Zhang Tao, Huang Jian. Geometric calibration method of the multi-spectral camera [J]. J. Astronautic Metrology and Measurement, 2008, 28(4): 4~8
 - 张 涛,黄 健. 多光谱相机的几何标定方法[J]. 字航计测技 术, 2008, **28**(4): 4~8
- 2 Li Deren, Wang Shugen, Zhou Yueqin. An Introduction to Photogrammetry and Remote Sensing [M]. Beijing: Mapping Press, 2008. 11~112

李德仁,王树根,周月琴.摄影测量与遥感概论[M].北京:测绘 出版社,2008.11~112

3 Liu Jinguo. Study on high accurate geometrical calibration of precision photo electronic measuring system with large field of view and distortion correcting [J]. Optics and Precision Engineering, 1994, 2(4): 109~120

刘金国. 大视场光电测量系统的精密几何标定和畸变校正的研 究[J]. 光学精密工程, 1994, **2**(4): 109~120

- 4 Huang Jing, Gao Xiaodong, Ma Wenli *et al.*. Accurate geometric calibration of large resolution digital aerial survey camera[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, 33(2): 138~142
 黄 静,高晓东,马文礼等.大面阵数字航测相机的精密几何标定[J].光电工程,2006,33(2): 138~142
- 5 Wang Zhihe, Shu Rong, He Zhiping *et al.*. New method of CCD camera calibration based on collimator[J]. *J. Infrared Millim. Waves*, 2007, **26**(6): 465~470

王志和, 舒 嵘, 何志平 等. 基于平行光管的 CCD 相机标定新 方法[J]. 红外与毫米波学报, 2007, **26**(6): 465~470

6 Wang Zhizhuo. The Principle of Photogrammetry[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2007. 240~253

王之卓. 摄影测量原理[M]. 武汉:武汉大学出版,2007. 240~253

- 7 Huo Ju, Yang Wei, Yang Ming. A self-calibration technique based on the geometry property of the vanish point [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 465~469
 霍 炬,杨 卫,杨 明. 基于消隐点几何特性的摄像机自标定
- 方法[J]. 光学学报, 2010, **30**(2): 465~469 8 Li Weimin, Yu Qiaoyun, Liu Chao. Calibration method with separation pattern of a single-camera based on difference coordinates[J]. Acta Optica Sinica, 2006, **26**(5): 697~701 李为民, 俞巧云, 刘 超. 采用分离式差分标定靶的单摄像机标 定方法[J]. 光学学报, 2006, **26**(5): 697~701
- 9 Liu Weiyi, Ding Yalin, Jia Jiqiang *et al.*. Calibration of inner orientation elements for camera by means of star points [J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(9): 2086~2089 刘伟毅, 丁亚林, 贾继强等. 借助于星点标定相机内方位元素[J]. 光学精密工程, 2010, 18(9): 2086~2089
- 10 Liu Weiyi, Jia Jiqiang, Ding Yalin *et al.*. Measurement error impact on parameters calibration in precise angle measurement method[J]. Infrared and Laser Engineering, 2009, 38 (4): 705~709

刘伟毅,贾继强,丁亚林等.精密测角法中测量误差对内方位元 素标定的影响[J]. 红外与激光工程,2009,38(4):705~709

- 11 Jong-Soo Lee, Yu-Ho Jeong. CCD camera calibrations and projection error analysis [C]. IEEE Int. Conf. Sci. Technol., 2000, (2): 50~55
- 12 Wu Guodong, Han Bing, He Xun. Calibration of geometric parameters of line-array CCD camera based on exact measuring angle in lab [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2007, **15**(10): 1628~1632 吴国栋,韩 冰,何 煦. 精密测角法的线阵 CCD 相机几何参数实验室标定方法[J]. 光学精密工程, 2007, **15**(10): 1628~1632
- 13 Hong Fan, Baozong Yuan. High performance camera calibration algorithm[C]. SPIE, 1993, 2067: 1~13
- 14 Mao Yingtai. Error Theory and Precision Analysis[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1982. 20~230 毛英泰. 误差理论与精度分析[M]. 北京:国防工业出版社, 1982. 30~80
- 15 Liu Bo, Jia Jiqiang, Ding Yalin. Geometric calibration with angle measure for CCD aerial photogrammetric camera in laboratory [J]. Laser & Infrared, 2010, 40(3): 298~301
 刘 波, 贾继强, 丁亚林. 基于测角法的 CCD 航测相机实验室 几何标定[J]. 激光与红外, 2010, 40(3): 298~301
- 16 Ding Zhenliang. Error Theory and Data Processing[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2006. 46~184 丁振良. 误差理论与数据处理[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2006. 46~184

栏目编辑:何卓铭