

# 方形谐振腔背向散射耦合效应的初步研究

陈梅雄 袁 杰 龙兴武

(国防科学技术大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 初步研究了方形谐振腔环形激光器的背向散射耦合效应。用矢量法求解了方形谐振腔镜片位置变动对腔内稳态闭合光路的长度及形状变化的影响。根据背向散射矢量耦合理论,在对闭合光路变动进行分析的基础上建立了方形无源谐振腔背向散射耦合模型。此模型可以推广应用到任意形状环形腔的背向散射耦合效应的研究。理论上得到了背向散射耦合系数振幅与谐振腔腔长变化具有双波长周期关系。理论分析表明谐振腔体初始加工径向误差对于背向散射耦合效应有巨大影响。

**关键词** 激光技术; 方形谐振腔; 背向散射耦合效应; 矢量法; 环形激光器

**中图分类号** U666.12<sup>+</sup>3      **文献标识码** A      **doi**: 10.3788/AOS201131.s100522

## Backscattering Coupling Effect in Square Ring Resonator

Chen Meixiong Yuan Jie Long Xingwu

(College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** Backscattering coupling effect in square ring resonator is studied. Vector method has been proposed to analyze the optical path variation induced by reflectors' displacement in square ring resonator. A mathematic model of backscattering coupling analysis has been established. This model can be applied to analyze backscattering coupling effect in any form of ring resonators. Backscattering coupling coefficient  $r$  as a function of mirror's axial displacements has been obtained. The absolute value of  $r$  has a period of two wave lengths in optical path length. It shows that the initial machining error of the resonator has a great effect on backscattering coupling effect. It is important for the research on the backscattering coupling effect in ring resonator.

**Key words** laser technique; square ring resonator; backscattering coupling effect; vector method; ring laser

**OCIS codes** 140.0140; 140.4780; 010.1350

## 1 引 言

目前有多种谐振腔应用于环形激光器,包括平面腔或非平面腔、单轴或空间三轴谐振腔等<sup>[1~3]</sup>。谐振闭锁效应是环形激光器的主要误差源之一,而谐振腔的背向散射耦合效应是引起闭锁效应的主要原因<sup>[1]</sup>。背向散射耦合效应对环形激光器的锁区及性能存在重要影响<sup>[4~10]</sup>。背向散射耦合效应受环形激光器谐振腔镜片的相对位置影响,在环形激光器研制生产过程中,调节谐振腔镜片相对位置直接影响成品环形激光器的性能。研究环形激光器谐振腔镜片位置变动对背向散射耦合效应的影响规律具有重要意义。

本文用矢量法数学模型求解了方形谐振腔镜片

位置变动对腔内稳态闭合光路的长度及形状变化的影响。根据背向散射矢量耦合理论,在对闭合光路变动进行分析的基础上建立了方形无源谐振腔背向散射耦合模型。此模型可以推广应用到任意形状的环形平面腔和非平面腔的背向散射耦合效应的研究。研究发现方形谐振腔初始加工误差对于背向散射耦合效应存在巨大影响。最后指出了在调腔阶段通过寻找合适的环形激光器谐振腔体光路形状来改善环形激光器性能的可能性。

## 2 数学模型

图 1 为方形谐振腔的 4 个腔片  $P_m$  ( $m=1,2,3,4$ )及闭合光路。实线是正确调腔时的理想闭合光

**收稿日期**: 2011-03-28; **收到修改稿日期**: 2011-04-15

**基金项目**: 国家自然科学基金(61078017,60608002)资助课题。

**作者简介**: 陈梅雄(1986—),男,硕士研究生,助理工程师,主要从事环形激光器方面的研究。

E-mail: meixiongchen@163.com

**导师简介**: 袁 杰(1977—),男,博士,副教授,主要从事环形激光器方面的研究。E-mail: jieyuan@nudt.edu.cn

路。虚线是腔镜片发生位置变化后变动光路的闭合回路。球面反射镜  $P_1, P_2$  的半径为  $R$ 。  $P'_1, P'_2$  为反射镜移动之后的位置。  $P_3, P_4$  为平面镜。  $\mathbf{R}_{mn0}$  ( $m, n=1, 2, 3, 4$ ) 为理想闭合光路反射点  $m \rightarrow n$  的位移矢量。如  $\mathbf{R}_{120}$  为理想闭合光路反射点  $1 \rightarrow 2$  的位移矢量。  $\mathbf{R}_{12}$  为  $\mathbf{R}_{120}$  光路变动后的位移矢量。  $\mathbf{k}_{m00}$  ( $m=1, 2, 3, 4$ ) 为 4 个反射镜的法线方向单位矢量。  $\mathbf{k}_m$  ( $m=1, 2, 3, 4$ ) 分别为  $P'_m$  ( $m=1, 2, 3, 4$ ) 上的光路反射点处的法线方向单位矢量。  $\mathbf{j}$  垂直理想闭合光路所在平面。在 4 个反射镜上分别建立右手坐标系, 以理想闭合光路反射点为原点,  $[\mathbf{i}_m$  ( $m=1, 2, 3, 4$ ),  $\mathbf{j}, \mathbf{k}_{m00}$  ( $m=1, 2, 3, 4$ )] 构成右手坐标系。

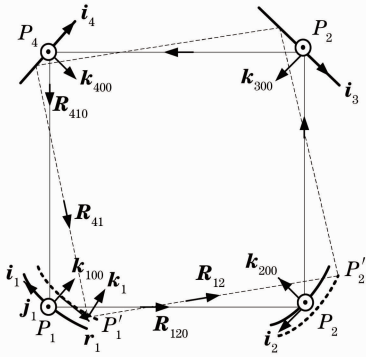


图 1 方形谐振腔闭合光路变动

Fig. 1 Diagram of optical path variation in square resonator

在实际的调腔过程中平面镜  $P_3, P_4$  一般固定, 主要调节两个球面镜  $P_1, P_2$  向右手坐标系  $[\mathbf{i}_m$  ( $m=1, 2, 3, 4$ ),  $\mathbf{j}, \mathbf{k}_{m00}$  ( $m=1, 2, 3, 4$ )] 三个方向移动, 分别为  $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ 。本文首先着重分析考虑球面镜  $P_1, P_2$  的径向移动  $\delta_r$  对背向散射耦合效应的影响规律。

根据几何关系可知<sup>[11]</sup>

$$\begin{cases} \mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_{100} - \mathbf{r}_1/R_1, \\ \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_{200} - \mathbf{r}_2/R_2, \\ \mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_{300}, \\ \mathbf{k}_4 = \mathbf{k}_{400}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\mathbf{r}_m \mathbf{k}_{m00} = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{R}_{12} = \mathbf{R}_{120} + \delta_2 \mathbf{k}_{200} - \delta_1 \mathbf{k}_{100} + \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad (3)$$

近似地

$$\mathbf{R}_{12} = R_{120} \left( 1 + \frac{\hat{\mathbf{R}}_{120} \boldsymbol{\varepsilon}_{12}}{R_{120}} \right), \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{12} = \frac{\mathbf{R}_{12}}{R_{12}} = \hat{\mathbf{R}}_{120} \left( 1 - \frac{\hat{\mathbf{R}}_{120} \boldsymbol{\varepsilon}_{12}}{R_{120}} \right) + \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{12}}{R_{120}}, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{mm} = \delta_n \mathbf{k}_{n00} - \delta_m \mathbf{k}_{m00} + \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m, \quad (6)$$

$$(m = 1, 2, 3, 4)$$

$$\mathbf{r}_m = x_m \mathbf{i}_m + y_m \mathbf{j}_m, \quad (m = 1, 2, 3, 4) \quad (7)$$

所以根据坐标轮换

$$\hat{\mathbf{R}}_{12} = \hat{\mathbf{R}}_{120} \left( 1 - \frac{\hat{\mathbf{R}}_{120} \boldsymbol{\varepsilon}_{12}}{R_{120}} \right) + \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{12}}{R_{120}}, \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{23} = \hat{\mathbf{R}}_{230} \left( 1 - \frac{\hat{\mathbf{R}}_{230} \boldsymbol{\varepsilon}_{23}}{R_{230}} \right) + \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{23}}{R_{230}}, \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{34} = \hat{\mathbf{R}}_{340} \left( 1 - \frac{\hat{\mathbf{R}}_{340} \boldsymbol{\varepsilon}_{34}}{R_{340}} \right) + \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{34}}{R_{340}}, \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{41} = \hat{\mathbf{R}}_{410} \left( 1 - \frac{\hat{\mathbf{R}}_{410} \boldsymbol{\varepsilon}_{41}}{R_{410}} \right) + \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{41}}{R_{410}}, \quad (11)$$

其中

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{mm} = \delta_n \mathbf{k}_{n00} - \delta_m \mathbf{k}_{m00} + \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m, \quad (12)$$

$$\mathbf{r}_m = x_m \mathbf{i}_m + y_m \mathbf{j}_m, \quad (13)$$

$$R_{120} = R_{230} = R_{340} = R_{410} = L, \quad (14)$$

根据几何光学的反射定律可确定腔变动后的闭合光路为

$$\begin{cases} \mathbf{k}_1 \times (\hat{\mathbf{R}}_{12} - \hat{\mathbf{R}}_{41}) = 0, \\ \mathbf{k}_2 \times (\hat{\mathbf{R}}_{23} - \hat{\mathbf{R}}_{12}) = 0, \\ \mathbf{k}_3 \times (\hat{\mathbf{R}}_{34} - \hat{\mathbf{R}}_{23}) = 0, \\ \mathbf{k}_4 \times (\hat{\mathbf{R}}_{41} - \hat{\mathbf{R}}_{34}) = 0, \end{cases} \quad (15)$$

可以得到

$$\left( \frac{2\sqrt{2}L}{R} - 2 \right) x_1 - x_2 - x_4 = \delta_4 - \delta_2. \quad (16)$$

根据轮换坐标系可以得到

$$\left( \frac{2\sqrt{2}L}{R} - 2 \right) x_2 - x_3 - x_1 = \delta_1 - \delta_3, \quad (17)$$

$$-2x_3 - x_4 - x_2 = \delta_2 - \delta_4, \quad (18)$$

$$-2x_4 - x_1 - x_3 = \delta_3 - \delta_1, \quad (19)$$

联立(16)~(19)式可以解出光点坐标与反射镜径向位移的关系式  $x_i(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)$  ( $i=1, 2, 3, 4$ )。根据四个右手坐标系之间的位置关系, 可以求出变动后闭合光路的位置形状及长度与反射镜径向位移的关系式  $R_{mn}(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)$  ( $m, n=1, 2, 3, 4$ )。

### 3 背向散射矢量耦合模型的结论

图 2 为方形谐振腔光路 4 个反射镜的背向散射光线耦合示意图, 入射激光在每个镜片表面都会产生背向散射, 根据耦合理论, 膜片的复合背向散射是每个膜片表面背向散射的相干叠加。

$\mathbf{r}$  表示谐振腔背向散射耦合系数,  $r_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 表示第  $i$  个反射镜表面的背向散射系数,  $S_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 表示第  $i$  反射点到探测点之间的距离,  $R_{mn}$  ( $m, n=1, 2, 3, 4$ ) 表示腔内激光从第  $m$  个反射点到第  $n$  个反射点之间的光程长。

根据耦合理论

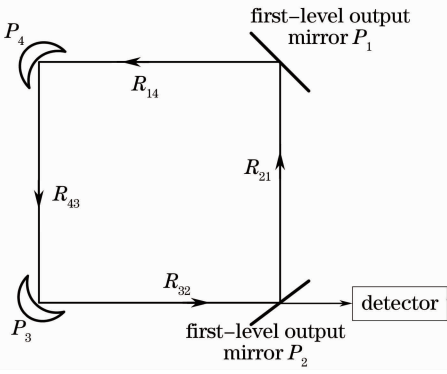


图2 方形谐振腔背向散射光线耦合示意图  
Fig.2 Diagram of backscattering coupling in square resonator

$$r = r \cdot \exp(i\beta) = \sum_{i=1}^4 r_i \exp(-2ikS_i) = r_3 \exp(-2ikR_{32}) + r_4 \exp[-2ik(R_{43} + R_{32})] + r_4 \exp[-2ik(R_{14} + R_{43} + R_{32})] + r_3 \exp[-2ik(R_{21} + R_{14} + R_{43} + R_{32})], \quad (20)$$

谐振腔背向散射耦合系数是各个膜片的背向散射系数和光程长的函数。进而得到谐振腔背向散射耦合系数幅度  $r$  及相位  $\beta$  与反射镜径向位移之间的关系式  $r(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)$ 。

用 Matlab 分析  $R_{mm}(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)$  ( $m, n = 1, 2, 3, 4$ ) 与  $r(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)$ , 可以得到以下结论:

1) 根据背向散射的耦合理论, 可以推导出谐振

腔的相邻两纵模  $q, q+1$  模的背向散射是不同的。不妨假设谐振腔处在标准的, 四边相等的状态。当谐振腔处在  $q=2n, 2n+1$  时, 4 个镜面的背向散射量耦合关系如图 3 所示。

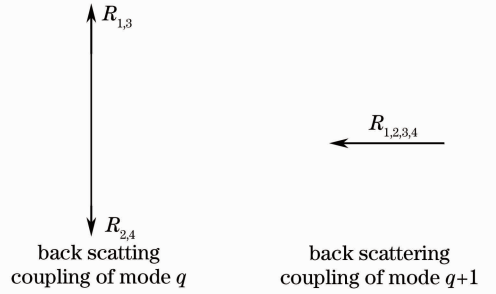


图3 谐振腔相邻两模式的不同耦合关系  
Fig.3 Different backscattering coupling effects between two adjacent longitudinal modes

如图 3 所示, 谐振腔相邻模式的背向散射是截然不同的。因此可以据此选择合适的谐振腔工作模式, 从而降低谐振腔的背向散射耦合效应。

2) 腔体初始加工径向误差对于背向散射耦合效应有巨大影响。在实际情况中, 平面镜位置存在初始加工径向误差  $\delta_3, \delta_4$ 。理论分析表明不同的谐振腔体存在不同的初始加工径向误差导致球面镜径向移动量  $\delta_1, \delta_2$  对谐振腔背向散射耦合系数的影响规律截然不同。

图 4 为  $\delta_3, \delta_4$  取不同值时背向散射耦合系数的幅度  $r$  与  $\delta_1, \delta_2$  之间的两类关系。

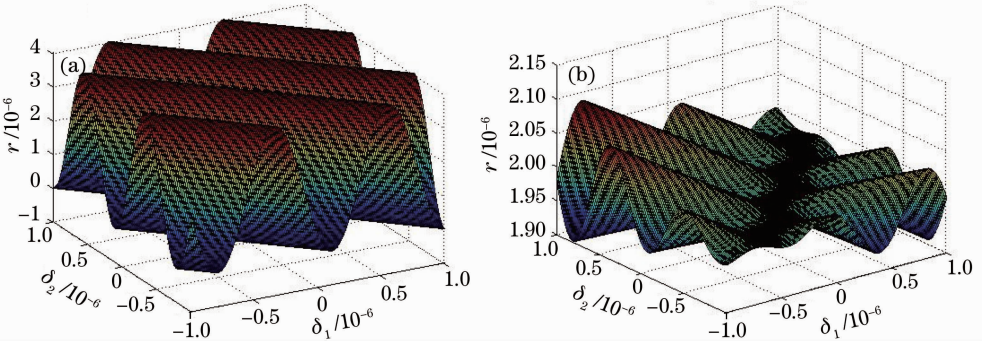


图4  $\delta_3, \delta_4$  取不同值时的  $r(\delta_1, \delta_2)$ 。(a)  $\delta_3=0, \delta_4=0$ ; (b)  $\delta_3=2 \mu\text{m}, \delta_4=2 \mu\text{m}$

Fig.4 Diagram of  $r(\delta_1, \delta_2)$  versus  $\delta_3, \delta_4$  with different values. (a)  $\delta_3=0, \delta_4=0$ ; (b)  $\delta_3=2 \mu\text{m}, \delta_4=2 \mu\text{m}$

可以看到, 在横向对角线方向上(即  $\delta_1 = \delta_2$  直线方向上), 图 4(a) 为背向散射耦合系数的幅度  $r$  变化较小的情况, 而图 4(b) 为背向散射耦合系数的幅度  $r$  变化剧烈的情况。根据理论模型可以找到合适的平面腔片加工位置即  $\delta_3, \delta_4$  取合适的值使背向散射耦合系数较小, 从而使得成品环形激光器的性能得到改善。

## 4 结 论

本文从背向散射矢量耦合理论的角度证明了背向散射耦合效应振幅与谐振腔腔长变化具有双波长周期关系; 对 4 个反射镜径向位移对背向散射耦合效应的影响规律进行了分析; 研究发现方形谐振腔初始加工误差对于背向散射耦合效应存在巨大影

响。指出了在调腔阶段通过寻找合适的环形激光器谐振腔体光路形状来改善环形激光器性能的可能性。

## 参 考 文 献

- 1 W. W. Chow, J. Gea-Banacloche, L. M. Pedrotti *et al.*. The ring laser gyro[J]. *Rev. Mod. Phys.*, 1985, **57**(1): 61~104
- 2 M. Faucheux, D. Fayoux, J. J. Roland. The ring laser gyro [J]. *J. Opt.*, 1988, **19**(3): 101~115
- 3 A. E. Siegman. Laser beams and resonators: beyond the 1960s [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2000, **6**(6): 1389~1399
- 4 R. Rodloff. A laser gyro with optimized resonator geometry[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1987, **QE-23**(4): 438~445
- 5 F. Aronowitz, R. J. Collins. Lock-in and intensity-phase interaction in the ring laser[J]. *J. Appl. Phys.*, 1970, **41**(1): 130~141
- 6 R. Adler. A study of locking phenomena in oscillators[J]. *Proc. IRE*, 1946, **34**(6): 351~357
- 7 Hermann A. Haus, Smith I. W.. Frequency locking of modes in a ring laser[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1985, **QE-21**(1): 78~85
- 8 Kong Xianggui, Feng Tiesun, Jin Guofan. Lock-in variation in the frequency-stabilized ring laser gyroscope [J]. *Chinese J. Lasers*, 1992, **19**(10): 744~748
- 孔祥贵,冯铁荪,金国藩. 稳频激光陀螺中闭锁阈值的变化[J]. *中国激光*, 1992, **19**(10): 744~748
- 9 Han Zonghu, Chen Linfeng, Chen Yong *et al.*. The study of laser gyro lock-in characteristic[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(6): 807~809
- 韩宗虎,陈林峰,陈勇等. 激光陀螺锁区特性的研究[J]. *光子学报*, 2006, **35**(6): 807~809
- 10 Kong Xianggui, Feng Tiesun, Jin Guofan. The effect of retroscattering of cavity mirrors on the lock-in of ring laser gyroscope[J]. *Applied Laser*, 1988, **9**(3): 97~99
- 孔祥贵,冯铁荪,金国藩. 腔反射镜的反向散射模型以及对激光陀螺闭锁阈值的影响[J]. *应用激光*, 1988, **9**(3): 97~99
- 11 Gao Bolong, Jiang Yanan. Zero drift effects in the Langmuir flow [D]. Changsha: J. National University of Defense Technology, 1980. 41~43
- 高伯龙,姜亚南. 朗缪尔流动的零漂效应[D]. 长沙: 国防科技大学学报, 1980. 41~43