

# Sierpinski 分形结构的太赫兹透射光谱特性研究

王晓燕 赵国忠 张存林

(首都师范大学物理系太赫兹波谱与成像重点实验室, 北京 100048)

**摘要** 利用太赫兹时域光谱系统 (THz-TDS) 对 Sierpinski 分形结构太赫兹透射特性进行了研究, 结果表明: 太赫兹脉冲通过 Sierpinski 分形结构会产生多个透射通带与禁带, 透射通带与禁带的位置对样品结构存在一定的尺度依赖性。随着结构阵列的增加, 透射峰与禁带都有加强的趋势。通过对缺级样品的分析, 进而得出: 透射峰与禁带的产生主要是由于方孔对太赫兹波的耦合作用, 且不同的透射峰与禁带是由不同阶孔对太赫兹波的耦合作用产生的; 低频区的透射峰与禁带主要是由低级分形方孔对太赫兹波的耦合引起的, 高频区的透射峰与禁带主要是由高级分形方孔对太赫兹波的耦合作用引起的。

**关键词** 光谱学; 太赫兹; 透射增强; 时间分辨光谱; Sierpinski 分形

**中图分类号** O433.3      **文献标识码** A      **doi:** 10.3788/AOS201131.s100507

## Investigation on Terahertz Transmission Spectrum through Sierpinski Fractal Structures on Copper Foils

Wang Xiaoyan Zhao Guozhong Zhang Cunlin

(Key Laboratory for Terahertz Spectroscopy and Imaging, Department of Physics, Capital Normal University, Beijing 100048, China)

**Abstract** The enhanced transmission spectra of sub-wavelength Sierpinski fractal structure are presented by means of THz time domain spectroscopy (THz-TDS). It is found that there are several transmission peaks and forbidden band gaps with the frequency selectivity in the transmission spectra. The transmission peaks and forbidden band gaps increase with increase of the structure arrays. Further analysis reveals that the transmission enhancement is caused by a complicated waveguide coupling effect, that is, THz transmission enhanced in low frequency region mainly results from the waveguide coupling in low level square holes, while in high frequency region mainly results from the waveguide coupling in high level square holes.

**Key words** spectroscopy; terahertz; enhanced transmission; time domain spectrum; Sierpinski fractal

**OCIS codes** 320.7120; 320.7150; 260.3090; 280.6780

## 1 引 言

Ebbesen 等<sup>[1]</sup>实验发现, 当一束平行光照射具有亚波长小孔阵列结构的金属薄膜时, 在特定波长处表现出异常的透射增强效应。由于这种增强效应突破了经典孔径理论的限制, 在平板显示器、可调谐光滤波器、微腔量子电动力学, 以及近场光学领域具有巨大的应用潜力<sup>[2]</sup>。到目前为止, 解释这种效应

的理论机理主要有: 1) 表面等离子体激元共振 (SPR) 耦合效应<sup>[1~5]</sup>, 即入射光与金属薄膜前后表面激发的表面等离子激元波 (SPW) 的共振耦合会导致透射增强。2) 法布里-珀罗腔 (F-P) 共振效应<sup>[6~9]</sup>, 当入射光波长满足法布里-珀罗腔共振匹配条件时, 便会产生透射增强效应。3) 表面电流效应<sup>[10]</sup>, 即金属表面在光频诱导下产生的振荡电流

收稿日期: 2010-08-10; 收到修改稿日期: 2010-11-03

基金项目: 国家 973 计划 (2007CB310408)、国家自然科学基金 (50971094) 和北京市自然科学基金 (1092007) 资助课题。

作者简介: 王晓燕 (1982—), 女, 硕士研究生, 主要从事亚波长分形结构的太赫兹光谱特性方面的研究。

E-mail: wangxiaoyan5763@163.com

导师简介: 赵国忠 (1964—), 男, 博士, 教授, 主要从事太赫兹光谱技术和光电信息功能材料等方面的研究。

E-mail: guozhong-zhao@126.com (通信联系人)

(表面电流)导致透射增强。4)波导耦合效应<sup>[11]</sup>,即二维小孔阵列的光透射增强效应是一种复杂的波导耦合效应,而金属薄膜上的表面电流及 SPW 具有将入射光能量从金属表面向小孔转移的作用,并不是透射增强的本质原因<sup>[11]</sup>。5)分形结构的局域共振效应<sup>[12]</sup>,即分形结构的不同的透射峰是由于不同阶的分形线引起的。但这些理论都难以完全说明所有的透射特性。

从 1970 年 Mandelbrot<sup>[13]</sup> 提出分形理论以来,这一理论就在自然科学和社会科学上得到了广泛的应用。在光学和电磁学领域,Jakeman 等<sup>[14~16]</sup>也进行了大量的研究。近年来,电磁波通过亚波长金属分形结构的透射增强特性受到了高度重视。在太赫兹 (THz) 频段,光通过亚波长平面分形结构,其透射谱出现多个通带和禁带,透射率亦有增强现象<sup>[17,18]</sup>。研究亚波长金属分形结构的太赫兹透射光谱特性,可以揭示金属结构对太赫兹波的调制机理,对于太赫兹光子器件的研制具有重要的指导意

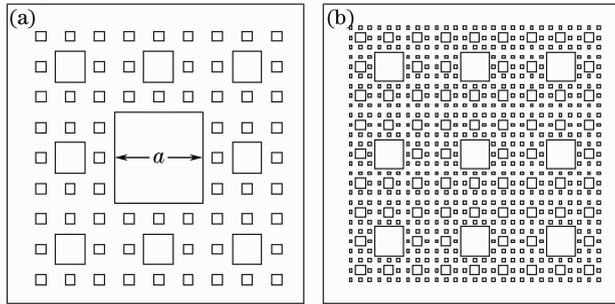


图 1 Sierpinski 分形结构图

Fig. 1 Schematic diagram of Sierpinski structure

THz-TDS 实验装置如图 2 所示, MaiTai 激光器产生的飞秒激光经过偏振分束镜 (PBS1) 分成两束光:透射的一束光作为抽运光,打在  $\langle 100 \rangle$  p 型 InAs 发射晶体表面上,产生光生载流子,在晶体表面引发超快光致丹倍尔电场,从而加速载流子运动产生太赫兹辐射,然后经过两对表面镀金的立轴抛物面镜 PM1-PM4 准直、聚焦,最后汇聚到 1 mm 厚的  $\langle 110 \rangle$  ZnTe 电光探测晶体上。另一束作为探测光束,与载有样品信息的太赫兹波同时照到 ZnTe 晶体上,由于探测晶体的折射率椭球随着太赫兹电场的变化而变化,使得透射探测光的偏振特性随之变化。被调制的探测光经过  $\lambda/4$  波片 (QWP) 和沃拉斯顿棱镜 (PBS2) 后分成偏振方向相互垂直的两束光,这两个偏振分量的差分信号到达差分探测器,再经过锁相放大器积分和通用接口总线 (GPIB) 传输到计算机,即可获得样品的透射信息。

义。而研究太赫兹波段的亚波长光学器件,将会对太赫兹光学系统的集成化方面有重要作用,对太赫兹波技术<sup>[19]</sup>的发展具有重要意义。

本文实验研究了 Sierpinski 地毯亚波长金属分形结构在太赫兹波段的透射光谱特性,得出了不同级分形方孔对透射增强的影响机理,说明了这种分形结构的透射增强主要是由方孔的波导耦合效应作用引起的。

## 2 样品制备和实验装置

分形样品是在 100  $\mu\text{m}$  厚的铜箔上经铬绿激光器加工而得的,如图 1(a)所示。定义中心一级方孔的边长是  $a$ ,在它周围相距  $a/3$  处衍射出 8 个二级方孔,二级方孔的边长为  $a/3$ ,同理,在每个二级方孔周围又会衍射出 8 个三级方孔,每个三级方孔的边长为  $a/9$ ,其与二级方孔的间距为  $a/9$ ,实验中  $a = 450 \mu\text{m}$ 。以此为元胞,又设计了如图 1(b)所示的  $3 \times 3$  分形阵列以及  $5 \times 5$  分形阵列 (图略)。

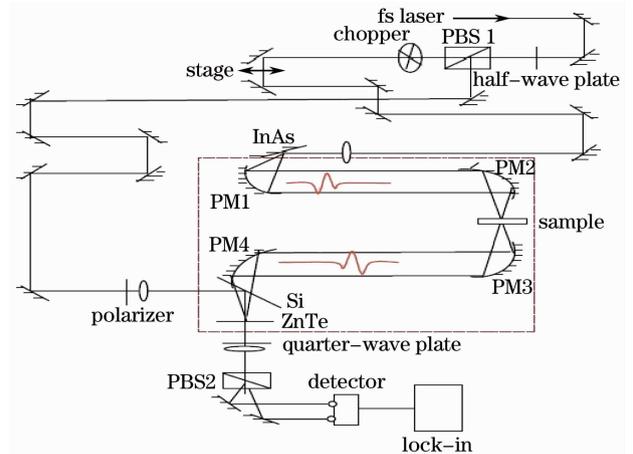


图 2 THz-TDS 实验装置图

Fig. 2 Schematic experimental setup of the THz-TDS spectrometer

实验系统的基本参数为:钛蓝宝石激光器产生的激光中心波长为 800 nm,脉宽为 100 fs,重复频

率为 82 MHz。在整个实验过程中,实验箱相对湿度约为 3.8%,温度为 294 K。

### 3 实验结果与讨论

THz-TDS 可以获取太赫兹电场的时域波形,通过快速傅里叶变换把时域光谱变换到频域,利用公式

$$t = \frac{A_t(f)}{A_r(f)}$$

就可以得到样品的透射系数谱。式中  $f$  是入射太赫兹电场的频率,  $A_r$  是入射太赫兹波的频域振幅,  $A_t$  是透射太赫兹波的频域振幅。

图 3 是得出的完整三级分形结构的透射谱。其中 A 表示只有一个完整三级元胞的透射谱, B 表示完整三级元胞  $3 \times 3$  阵列的透射谱, C 表示完整三级元胞  $5 \times 5$  阵列的透射谱。在 0.25 THz 处, 3 个样品都出现了明显的透射峰, 且透射峰随着阵列的增加而变大。在 0.46 THz 处,  $3 \times 3$  阵列和  $5 \times 5$  阵列均出现了明显的禁带。在 2.0 THz 处, 3 个样品也都出现了明显的禁带, 且禁带随着阵列的增加出现增强的趋势。在 1.17 THz 处, 单元胞结构及  $3 \times 3$  阵列的样品观察不到明显的透射峰, 到  $5 \times 5$  阵列却观察到了明显的透射峰, 这是由于  $5 \times 5$  的分形阵列使透射峰加强的缘故, 即本来不明显的透射峰随着阵列的增加而得到加强。这也就进一步验证了亚波长分形阵列结构比通过单个分形元胞样品的透过率高很多, 且不影响透射峰的位置。

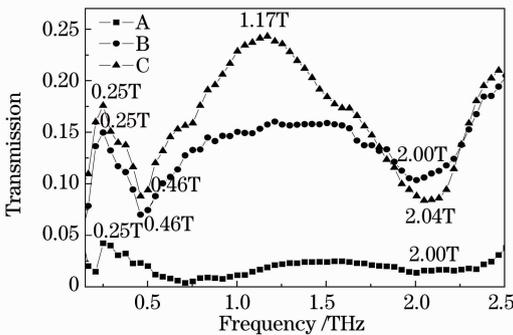


图 3 不同阵列结构的透射光谱

Fig. 3 THz transmission spectra of a full-level fractal structure with different arrays

为了进一步研究分形的各级方孔对透射峰与透射禁带的影响, 又设计了分别缺少一级、二级和三级的  $3 \times 3$  分形阵列。

图 4 是缺少某一级分形方孔的分形结构的太赫兹透射谱。其中 E 表示缺少一级方孔的分形结构

的透射谱, 在 1.12 THz 处有明显的透射峰, 在 2.20 THz 处有明显的禁带。D 表示缺少二级方孔的分形结构的透射谱, 在 0.25 THz 处有明显的透射峰, 在 2.10 THz 处有明显的禁带。F 表示缺少三级方孔的分形结构的透射谱, 在 0.25 THz 处有明显的透射峰, 在 1.17 THz 处有明显的透射峰。对比图像, 发现只要有一级方孔的分形结构, 在 0.25 THz 处都出现了透射峰, 说明这个低频的透射峰主要是由低级分形方孔(一级)引起的。只要有二级的分形结构, 在 1.2 THz 附近都出现了明显的透射峰, 说明这个透射峰主要是由二级分形方孔引起的。只要有三级的分形结构, 在 2.0 THz 附近都出现了明显的透射禁带, 说明这个高频区的透射禁带主要是由高级(三级)的分形方孔引起的。即不同级数的方孔对透射峰与禁带的影响不同。

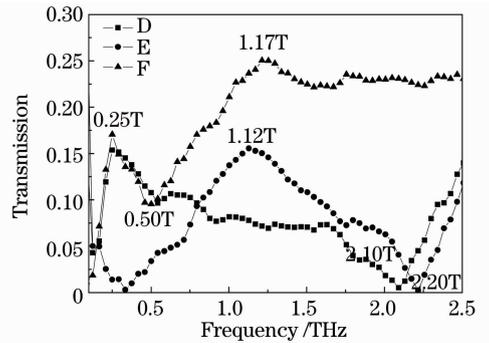


图 4 缺级样品结构的透射光谱

Fig. 4 THz transmission spectra of a fractal structure with certain levels lacked

图 5 是完整三级结构的共振频率对应的波长图。由图可以看出, 0.25 THz 处的透射峰对应的共振波长是  $1200 \mu\text{m}$ , 1.17 THz 处的透射峰对应的共振波长是  $256 \mu\text{m}$ , 2.00 THz 处的禁带对应的共振波长是  $150 \mu\text{m}$ , 这要比影响这些透射峰与禁带的方孔的尺度 ( $450$ 、 $150$  和  $50 \mu\text{m}$ ) 大很多。这说明

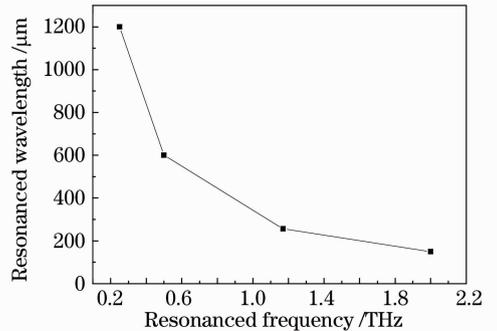


图 5 样品共振波长与共振频率的关系

Fig. 5 Relationship between the resonance wavelength and frequency

Sierpinski 分形结构的透射峰起因于方孔的波导耦合效应,即方孔可以将比自己尺度大很多的电磁波耦合到小孔内,不同级数的方孔耦合波的能力不同,也就形成了不同的透射峰。

## 4 结 论

利用 THz-TDS 实验装置研究了 Sierpinski 分形结构在太赫兹波段的透射光谱特性。太赫兹波通过 Sierpinski 分形结构的透射谱存在明显的通带与禁带,这些通带与禁带随着结构阵列的增加而加强。Sierpinski 分形结构不同的透射峰与禁带是由不同方孔对光波的耦合作用产生的:低频区的透射峰与禁带主要是由低级分形方孔对光波的耦合引起的,高频区的透射峰与禁带主要是由高级分形方孔对光波的耦合作用引起的,即分形样品产生透射峰与透射禁带是分形结构各级方孔的局域耦合效应。

## 参 考 文 献

- 1 T. W. Ebbesen, H. J. Lezec, H. F. Gaemi *et al.*. Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays[J]. *Nature*, 1998, **391**(6668): 667~669
- 2 T. J. Kim, T. Thio, T. W. Ebbesen *et al.*. Control of optical transmission through metals perforated with subwavelength hole arrays[J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(4): 256~258
- 3 H. F. Ghaemi, T. Thio, D. E. Grupp *et al.*. Surface plasmons enhance optical transmission through subwavelength holes[J]. *Phys. Rev. B*, 1998, **58**(11): 6779~6782
- 4 W. L. Barnes, W. A. Murray, J. Dintinger *et al.*. Surface plasmon polaritons and their role in the enhanced transmission of light through periodic arrays of sub-wavelength holes in a metal film[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **92**(10): 107401~107404
- 5 Yungchiang Lan, Chejung Chang, Penghsiao Lee. Resonant tunneling effects on cavity-embedded metal film caused by surface-plasmon excitation[J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(1): 25~27
- 6 J. A. Porto, H. J. Garcia-Vidal, J. B. Pendry. Transmission resonances on metallic gratings with very narrow slits[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **83**(14): 2845~2849
- 7 Y. Takakura. Optical resonance in a narrow slit in a thick metallic screen [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **86** (24): 5601~5603
- 8 F. Yang, J. R. Sambles. Resonant transmission of microwaves through a narrow metallic slit [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **89**(6): 063901~063904
- 9 Z. B. Li, Y. H. Yang, X. T. Kong *et al.*. Fabry-Perot resonance in slit and grooves to enhance the transmission through a single subwavelength slit [J]. *J. Opt. A: Pure and Appl. Opt.*, 2009, **11**(10): 105002~105004
- 10 M. M. Traacy. Dynamical diffraction in metallic optical gratings [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1999, **75**(5): 606~608
- 11 Yi Yongxiong, Wang Guoping, Long Yongbing *et al.*. Optical transmission enhancement of two-dimensional subwavelength hole arrays in metallic films[J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, **52**(3): 604~608  
易永祥,汪国平,龙拥兵等. 二维亚波长金属小孔阵列的透射光增强效应[J]. *物理学报*, 2003, **52**(3): 604~608
- 12 Meng Tianhua, Zhao Guozhong, Zhang Cunlin. Study of enhanced transmission of terahertz radiation through subwavelength fractals structures [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**(6): 3846~3852  
孟田华,赵国忠,张存林. 亚波长分形结构太赫兹透射增强的机理研究[J]. *物理学报*, 2008, **57**(6): 3846~3852
- 13 B. B. Mandelbro. *The Fractal Geometry of Nature*[M]. USA: Times Books, 1982
- 14 E. Jakeman. Fresnel scattering by a corrugated random surface with fractal slope [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72** (8): 1034~1041
- 15 C. Bourrelly, P. Chiappetta, B. Torresani. Light scattering by particles of arbitrary shape; a fractal approach[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1986, **3**(2): 250~255
- 16 D. L. Jaggard, Y. Sun. Reflection from fractal multilayers[J]. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(24): 1428~1430
- 17 Zhao Guozhong, Tian Yan, Sun Hongqi. Multiband terahertz photonic band gaps of sub-wavelength planar fractals [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2006, **23**(6): 1456~1460
- 18 Wen Weijia, Zhou Lei, Hou Bo *et al.*. Resonant transmission of microwaves through subwavelength fractal slits in a metallic plate [J]. *Rhys. Rev. B*, 2005, **72**(15): 153406~1053410
- 19 Sun Hongqi, Zhao Guozhong, Tian Yan *et al.*. Transverse mode distribution of THz wave by THz imaging technology[J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(9): 1225~1229  
孙红起,赵国忠,田艳等. 太赫兹波传播过程中横模分布的成像[J]. *中国激光*, 2006, **33**(9): 1225~1229