

随机电磁光束经振幅调制透镜的聚焦特性

陶 华¹ 张 国 文² 蒲 继 雄¹

(¹华侨大学信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021
²中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理国家实验室, 上海 201800)

摘要 基于广义惠更斯-菲涅耳衍射积分和相干偏振统一理论,研究了随机电磁光束经振幅调制透镜的聚焦特性,推导出了电磁高斯-谢尔模型(EGSM)在经振幅调制透镜聚焦的交叉谱密度矩阵解析式,通过数值计算分析了EGSM光束经振幅调制透镜聚焦的光强分布。研究结果表明振幅调制半径、调制位置和透射率以及空间位置和相干长度都会对EGSM光束的聚焦光强分布产生影响,当振幅调制半径在某一定值的时候,聚焦光斑存在被极度压缩的现象,此时聚焦中心光斑能量最大。通过对振幅调制半径、调制位置、透射率以及空间位置和相干长度参数的改变,可以获得不同形状的光强分布。

关键词 物理光学;振幅调制透镜聚焦;惠更斯-菲涅耳衍射积分;相干偏振统一理论;光强分布

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.s100411

Stochastic Electromagnetic Beams Focused by a Modulated Lens

Tao Hua¹ Zhang Guowen² Pu Jixiong¹

(¹ College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China
² National Laboratory on High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

Abstract Based on the generalized Huygens-Fresnel diffraction integral and the unified theory of coherence and polarization, properties of stochastic electromagnetic beams focused by a modulated lens are analyzed, the analytical expressions for the cross-spectral density matrix of a class of electromagnetic Gaussian Schell-model (EGSM) beams focused by an amplitude modulated lens are derived, and intensity distribution of EGSM beams focused by an amplitude modulated lens through numerical calculations is also analyzed. It shows that focused intensity distribution of EGSM beams is influenced by radius, location, transmittance of amplitude modulation, spatial position and the coherence length. When the radius of amplitude modulation takes a certain value, it appears that focusing spot is extremely compressed and focusing central spot has a large energy at this time. Different shapes of intensity distribution can be gotten by changing the parameters of radius, location, transmittance of amplitude modulations and spatial position, and the coherence length.

Key words physical optics; focused by an amplitude modulated lens; Huygens-Fresnel diffraction integral; unified theory of coherence and polarization; intensity distribution

OCIS codes 260.2110; 050.1940; 240.6700; 140.3300

1 引 言

2003年, Wolf^[1]建立了随机电磁光束的相干偏振统一理论,该理论将光束的相干和偏振两个重要

特性有效地统一结合,方便了对光束传输特性的研究。研究者采用该理论做了大量的研究,例如随机电磁光束在大气湍流中的传输特性^[2~9],随机电磁

收稿日期: 2011-01-20; **收到修改稿日期**: 2011-03-04

基金项目: 国家自然科学基金(60977068),中国科学院瞬态光学与光子技术国家重点实验室基金(SKL ST200912)和中国科学院安徽光学精密机械研究所开放课题资助课题。

作者简介: 陶 华(1988—),男,硕士研究生,主要从事激光传输与光束变换等方面的研究。E-mail: taohua@hqu.edu.cn

导师简介: 蒲继雄(1962—),男,教授,主要从事光束传输与非线性光学等方面的研究。

E-mail: jixiong@hqu.edu.cn(通信联系人)

光束在增益或吸收介质中的传输特性^[10]。在现实生活中,光学元件并不是理想的,由于元件设计、工艺、清洁和环境洁净度等情况,元件不可避免地存在诸如杂质、划痕、灰尘、损伤以及亚表面“缺陷”等因素会对传输光束产生调制。文献[11]对随机电磁光束经双焦透镜的聚焦特性做了分析,但并没有考虑到实际光学元件中光束存在调制的现象。在实际光束传输过程中,光束不仅受到光学元件传输变换的影响,还受到元件表面诸如“缺陷”等的调制。由于光学元件在生产及使用过程所造成的缺陷种类繁多,但对光束所造成的影响可分为振幅调制和相位调制两类。实际情况中,光学元件由于缺陷、灰尘或者镀膜所造成的振幅调制是比较常见的。基于此,本文研究了随机电磁光束经一振幅调制透镜后的聚焦特性。根据振幅调制半径的大小、位置和透射率的不同以及相干长度的不同,研究了聚焦场光强的分布特点,对于光束在实际光路中传输具有基础研究意义和参考价值。

2 理论分析

随机电磁光束在 $z=0$ 处的交叉谱密度矩阵表示为^[1]

$$\mathbf{W}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) = \begin{bmatrix} W_{xx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) & W_{xy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) \\ W_{yx}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) & W_{yy}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中

$$W_{ij}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) = \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\rho}_1^2 + \boldsymbol{\rho}_2^2}{4\sigma^2}\right) \times \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2}{2\delta_{ij}^2}\right] \quad (i, j = x, y), \quad (2)$$

式中 $\boldsymbol{\rho}_1$ 和 $\boldsymbol{\rho}_2$ 分别表示 $z=0$ 平面内某两点的横向矢量, σ 为光斑的束腰宽度, δ 为相干长度。

为了方便数值计算,把(2)式写为

$$W_{ij}^{(0)}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, 0, \omega) = \exp\left(-\frac{x_1'^2 + y_1'^2 + x_2'^2 + y_2'^2}{4\sigma^2}\right) \times \exp\left[-\frac{x_1'^2 + y_1'^2 + x_2'^2 + y_2'^2 - 2(x_1'x_2' + y_1'y_2')}{2\delta_{ij}^2}\right] \quad (i, j = x, y). \quad (3)$$

在实际光束传输过程中,由于元件设计、工艺、清洁和环境洁净度等情况,元件不可避免的存在诸如杂质、划痕、灰尘、损伤以及亚表面“缺陷”等,光束不仅受到光学元件传输变换的影响,还受到元件表面振幅或相位的调制。假设 $z=0$ 平面处有一薄透镜,透镜表面由于各种原因形成了一透射率反高斯分布圆斑,则透镜所在截面的透射率函数可表示为^[12]

$$T = 1 - A \exp\left[-\frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{r_0^2}\right], \quad (4)$$

式中 (x_0, y_0) 为振幅调制圆斑横向中心坐标位置, A 为圆斑透射率大小, r_0 为圆斑半径。

当矢量高斯-谢尔模型光束通过该振幅调制的薄透镜时,根据傍轴传输,其衍射积分公式表示为^[13]

$$W_{ij}(x_1, y_1, x_2, y_2, z, \omega) = \left(\frac{\omega}{2\pi B c}\right)^2 \iiint \iiint W_{ij}^{(0)}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, 0, \omega) T^* T \times \exp\left\{-\frac{i\omega}{2B c} \{Ax_1'^2 + Ay_1'^2 - 2(x_1x_1' + y_1y_1') + D(x_1^2 + y_1^2) - [Ax_2'^2 + Ay_2'^2 - 2(x_2x_2' + y_2y_2') + D(x_2^2 + y_2^2)]\}\right\} dx'_1 dy'_1 dx'_2 dy'_2 \quad (i, j = x, y), \quad (5)$$

式中 c 为真空中的光速, A, B, D 为光学变换矩阵 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 的组成元素。变换矩阵可表述为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{z}{f} & z \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

将(3)、(4)、(6)式代入(5)式,经过一系列积分整理,可得聚焦场交叉谱密度矩阵元解析式为

$$W_{ij}(x_1, y_1, x_2, y_2, z, \omega) = W_{ij}^{(1)}(x_1, y_1, x_2, y_2, z, \omega) + W_{ij}^{(2)}(x_1, y_1, x_2, y_2, z, \omega) + W_{ij}^{(3)}(x_1, y_1, x_2, y_2, z, \omega) + W_{ij}^{(4)}(x_1, y_1, x_2, y_2, z, \omega) \quad (i, j = x, y), \quad (7)$$

其中各分量表示为

$$W_{ij}^{(1)}(x_1, y_1, x_2, y_2, z, \omega) = \left(\frac{\omega}{2\pi Bc}\right)^2 \frac{4\pi^2}{4\Delta\Delta^* - \left(\frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)^2} \times \exp\left[\frac{\left(\frac{i\omega}{zc}\right)^2 \Delta^* (x_1^2 + y_1^2) - \frac{1}{\delta_{ij}^2}(x_1x_2 + y_1y_2) + \Delta(x_2^2 + y_2^2)}{4\Delta\Delta^* - \left(\frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)^2}\right], \quad (8)$$

$$W_{ij}^{(2)}(x_1, y_1, x_2, y_2, z, \omega) = -\left(\frac{\omega}{2\pi Bc}\right)^2 A \exp\left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{r_0^2}\right) \frac{4\pi^2}{4\Delta\Delta^* - \left(\frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)^2 - \frac{4\Delta^*}{r_0^2}} \times \exp\left[\frac{\left(\frac{i\omega}{Bc}\right)^2 \Delta^* (x_1^2 + y_1^2) - \frac{1}{\delta_{ij}^2}(x_1x_2 + y_1y_2) + \Delta(x_2^2 + y_2^2)}{4\Delta\Delta^* - \left(\frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)^2 - \frac{4\Delta^*}{r_0^2}}\right] \times \exp\left[\frac{\frac{4\Delta^*}{r_0^4}(x_0^2 + y_0^2) - \frac{4\Delta^* i\omega}{r_0^2 Bc}(x_0x_1 + y_0y_1) + \left(\frac{\omega}{r_0 Bc}\right)^2 (x_2^2 + y_2^2) + \frac{2i\omega}{r_0^2 \delta_{ij}^2 Bc}(x_0x_2 + y_0y_2)}{4\Delta\Delta^* - \left(\frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)^2 - \frac{4\Delta^*}{r_0^2}}\right], \quad (9)$$

$$W_{ij}^{(3)}(x_1, y_1, x_2, y_2, z, \omega) = -\left(\frac{\omega}{2\pi Bc}\right)^2 A \exp\left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{r_0^2}\right) \frac{4\pi^2}{4\Delta\Delta^* - \left(\frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)^2 - \frac{4\Delta}{r_0^2}} \times \exp\left[\frac{\left(\frac{i\omega}{Bc}\right)^2 \Delta(x_2^2 + y_2^2) - \frac{1}{\delta_{ij}^2}(x_1x_2 + y_1y_2) + \Delta^*(x_1^2 + y_1^2)}{4\Delta\Delta^* - \left(\frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)^2 - \frac{4\Delta}{r_0^2}}\right] \times \exp\left[\frac{\frac{4\Delta}{r_0^4}(x_0^2 + y_0^2) + \frac{4\Delta i\omega}{r_0^2 Bc}(x_0x_2 + y_0y_2) + \left(\frac{\omega}{r_0 Bc}\right)^2 (x_1^2 + y_1^2) - \frac{2i\omega}{r_0^2 \delta_{ij}^2 Bc}(x_0x_1 + y_0y_1)}{4\Delta\Delta^* - \left(\frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)^2 - \frac{4\Delta}{r_0^2}}\right], \quad (10)$$

$$W_{ij}^{(4)}(x_1, y_1, x_2, y_2, z, \omega) = \left(\frac{\omega}{2\pi Bc}\right)^2 A^2 \exp\left[\frac{2(x_0^2 + y_0^2)}{r_0^2}\right] \frac{4\pi^2}{4SS^* - \left(\frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)^2} \times \exp\left[\frac{\left(\frac{i\omega}{Bc}\right)^2 S^* (x_2^2 + y_2^2) - \frac{1}{\delta_{ij}^2}(x_1x_2 + y_1y_2) + S(x_1^2 + y_1^2)}{4SS^* - \left(\frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)^2}\right] \times \exp\left[\frac{\frac{4}{r_0^4}\left(S + \frac{1}{\delta_{ij}^2} + S^*\right)(x_0^2 + y_0^2) - \frac{2i\omega}{r_0^2 Bc}\left(2S^* + \frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)(x_0x_1 + y_0y_1) + \frac{2i\omega}{r_0^2 Bc}\left(2S + \frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)(x_0x_2 + y_0y_2)}{4SS^* - \left(\frac{1}{\delta_{ij}^2}\right)^2}\right], \quad (11)$$

式中

$$\Delta = \frac{1}{4\sigma^2} + \frac{1}{2\delta_{ij}^2} + \frac{i\omega A}{2Bc}, \quad (12)$$

$$\Delta^* = \frac{1}{4\sigma^2} + \frac{1}{2\delta_{ij}^2} - \frac{i\omega A}{2Bc}, \quad (13)$$

$$S^* = \frac{1}{4\sigma^2} + \frac{1}{2\delta_{ij}^2} - \frac{1}{r_0^2} - \frac{i\omega A}{2Bc}, \quad (14)$$

$$S = \frac{1}{4\sigma^2} + \frac{1}{2\delta_{ij}^2} - \frac{1}{r_0^2} + \frac{i\omega A}{2Bc}. \quad (15)$$

令 $x_1 = x_2 = x, y_1 = y_2 = y$, 根据相干偏振统一理论, 聚焦场的总光强可表示为^[1]

$$I(x, y, z, \omega) = \text{tr} \mathbf{W}(x, y, x, y, z, \omega), \quad (16)$$

式中 $\text{tr} \mathbf{W}()$ 为交叉谱密度矩阵的迹。

3 数值计算结果及分析

通过一系列数值算例来说明随机电磁光束经振幅调制透镜的聚焦特性。图 1 所示的是振幅调制半径 r_0 不同的情况下, 聚焦场光强分布的变化, 其他参数为 $\omega=3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $c=3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $f=0.8 \text{ m}$, $\delta=0.1 \text{ mm}$, $\sigma=2 \text{ mm}$, $A=1$, $x_0=0$, $y_0=0$ 。 r_0 从 0.03 mm 增大到 0.052 mm 的过程中, 聚焦场中心光强减弱, 光斑变小, 并且随着 r_0 的增大, 聚焦场中心光强进一步减弱, 光斑进一步变小。当 r_0 增大到 0.1002 mm 时, 聚焦场中心出现了明显的暗孔, 聚焦场中心暗孔之外的光强变强, 并且在 r_0 增大到 0.1003 mm 时, 暗孔继续存在, 聚焦场中心暗孔之外的光强变得更强。当 r_0 继续增大到 0.5 mm 时, 暗

孔消失。 r_0 继续增大到 1 mm 的过程中, 聚焦场中心光强出现了往 z 轴负方向的焦移, 并且 r_0 越大, 焦移现象越明显。当 r_0 继续增大到 4.0001 mm 时, 图 1(i) 中出现了聚焦光斑被极度压缩的现象, 此时聚焦中心光斑能量大, 如果聚焦场中心存在其它的光学元件, 可能会对其造成损伤。 r_0 继续增大到 10 mm 过程中, 图 1(j)、(k)、(l) 中出现了聚焦场中心光斑同时往 z 轴正、负方向拉伸, $y-z$ 平面的光斑形状由椭圆变为圆形又回到椭圆, 光斑逐渐变大, 中心能量减小。从上述的光强分布变化过程可以得出通过改变振幅调制半径 r_0 的大小可以控制聚焦场的光强分布。

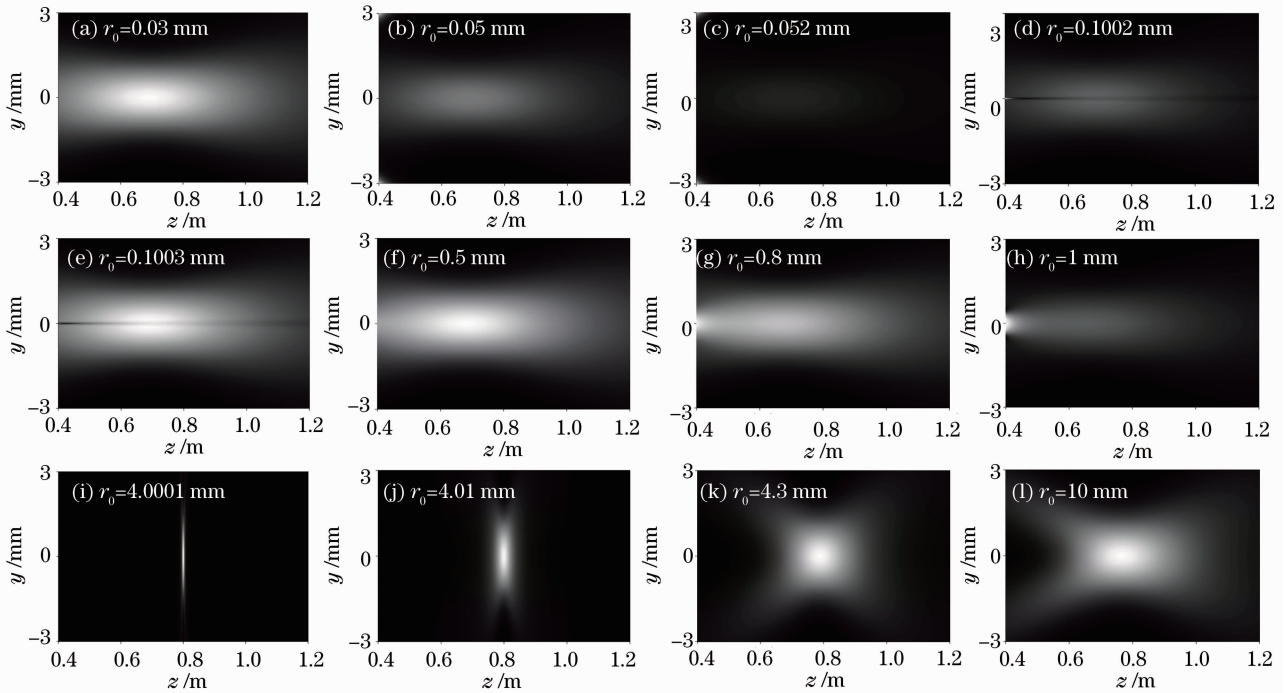


图 1 振幅调制半径 r_0 不同情况下的聚焦场光强分布

Fig. 1 Intensity distribution of focusing field for different radii r_0 of amplitude modulation

图 2 所示的是振幅调制位置不同时的焦距场 $y-z$ 平面光强分布, 其他参数为 $\omega=3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $c=3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $f=0.8 \text{ m}$, $\delta=0.1 \text{ mm}$, $\sigma=2 \text{ mm}$, $A=1$, $x_0=0$, $r_0=4.3 \text{ mm}$ 。可以看出随着 y_0 的增大,

缺陷的位置由 $x-y$ 平面中心向 y 轴上方移动, 分布图中左上方和右下方的光强逐渐变弱, 而左下方和右上方的光强得到进一步的拉伸, $y_0=4 \text{ mm}$ 时, 聚焦场光强偏折成为一条近似均匀的斜线分布。因而

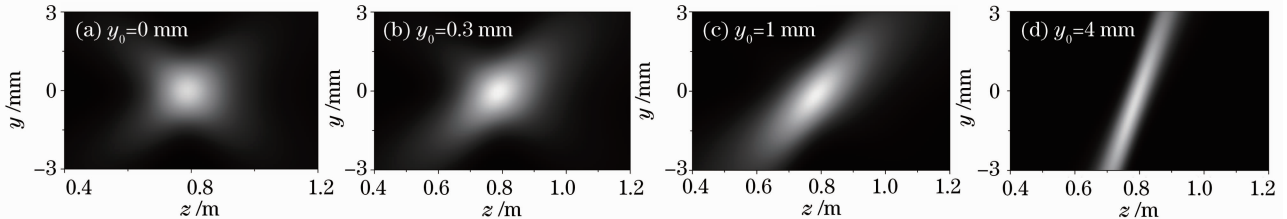


图 2 振幅调制位置不同时的聚焦场光强分布

Fig. 2 Intensity distribution of focusing field for different locations of amplitude modulation

通过振幅调制位置的控制,可以获得聚焦场不同的光强分布。

图 3 所示的是空间位置不同的 x - y 焦平面光强分布,其他参数为 $\omega = 3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $f = 0.8 \text{ m}$, $\delta = 0.1 \text{ mm}$, $\sigma = 2 \text{ mm}$, $A = 1$, $x_0 = 0$, $y_0 = 0.4 \text{ mm}$, $r_0 = 4.3 \text{ mm}$ 。可以看出 $z = 0.6 \text{ m}$ 时,聚焦场 y 轴上方光强分布出现了光“缺陷”。 z 从 0.6 m 增大到 0.65 m 的过程中,聚焦光斑尺寸变小,并且光“缺陷”变小。当 $z = 0.8 \text{ m}$ 时,光“缺陷”消失,并且光斑大小最小,光斑恢复圆形分布。随着 z 的进一步增大到 1.1 m ,聚焦光斑大小变大,而且在 y 轴

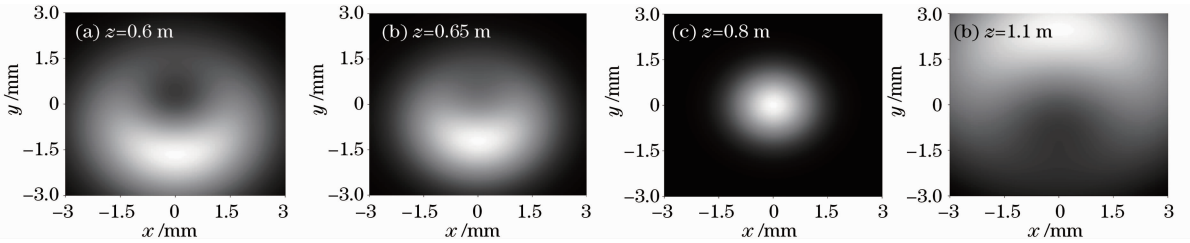


图 3 空间位置不同的焦平面光强分布

Fig. 3 Intensity distribution of focusing field at different spatial positions

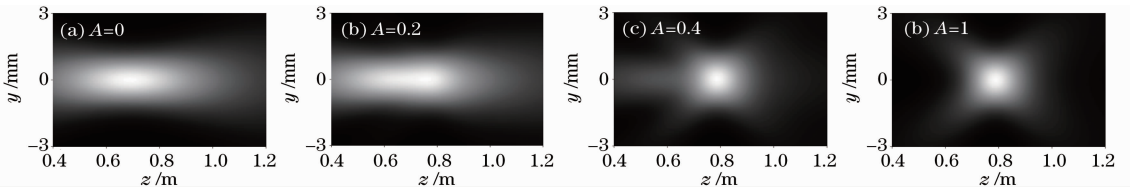


图 4 透射率不同情况下的聚焦场光强分布

Fig. 4 Intensity distribution of focusing field for different transmittances

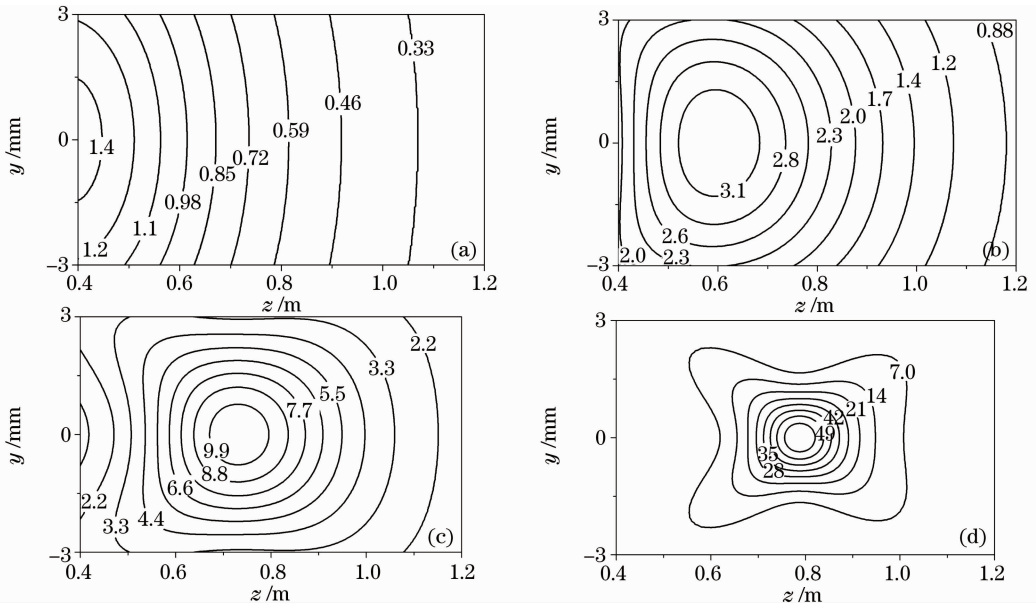


图 5 相干长度不同情况下的聚焦场光强等高线。(a) $\delta = 0.01 \text{ mm}$; (b) $\delta = 0.02 \text{ mm}$; (c) $\delta = 0.04 \text{ mm}$; (d) $\delta = 0.1 \text{ mm}$

Fig. 5 Contour of the intensity distribution of focusing field for different coherence lengths. (a) $\delta = 0.01 \text{ mm}$;

(b) $\delta = 0.02 \text{ mm}$; (c) $\delta = 0.04 \text{ mm}$; (d) $\delta = 0.1 \text{ mm}$

下方出现了光“缺陷”。因此可以在空间的不同位置来获取所需的光强分布。

图 4 所示的是透射率不同情况下的聚焦场光强分布,其他参数为 $\omega = 3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $f = 0.8 \text{ m}$, $\delta = 0.1 \text{ mm}$, $\sigma = 2 \text{ mm}$, $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $r_0 = 4.3 \text{ mm}$ 。由透射率 $A = 0$ 变化到 $A = 0.6$ 的过程中,聚焦场的光强分布往聚焦场中心出现了收缩,并且光强往聚焦场中心出现了部分焦移。随着 A 的增大,往聚焦场中心的收缩越明显,焦移也变大。在透射率 $A = 1$ 时,聚焦场中心光斑形状由椭圆形变为圆形。

图 5 所示的是相干长度不同情况下的聚焦场光强等高线,其他参数为 $\omega = 3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $c = 3 \times 10^{18} \text{ m/s}$, $f = 0.8 \text{ m}$, $\sigma = 2 \text{ mm}$, $A = 1$, $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $r_0 = 4.3 \text{ mm}$ 。可以看出随着相干长度 δ 的增大,聚焦场的光强分布往聚焦场中心出现了收缩,并且光强往聚焦场中心出现了焦移,聚焦场 $y-z$ 平面光强中心分布逐渐变强,聚焦场中心光斑形状由椭圆形逐渐变为圆形。

4 结 论

通过广义惠更斯-菲涅耳衍射积分,研究了随机电磁光束经振幅调制透镜的聚焦特性,研究结果表明,聚焦场的光强分布与振幅调制半径、调制位置、透射率以及空间位置和相干长度有关。当振幅调制半径 r_0 取某特定值的时候,聚焦光斑存在被极度压缩的现象,此时聚焦中心光斑能量大。当幅调制半径、调制位置、透射率以及空间位置和相干长度参数改变时,可以获得不同形状的光强分布,例如环状光束等。另外当振幅调制中心位置偏离透镜中心时,聚焦场能量发生偏移,呈现出光束偏折的现象。研究还表明,当透镜表面存在振幅调制时,聚焦场光强出现了极强峰值,这对后续光学元件具有破坏风险;当振幅调制半径和位置不同时,聚焦场光强分布和光束路径发生相应的变化。从积极方面考虑,可以通过在透镜表面镀膜或采用其它方式获得相应的光强分布和实现光束路径的变化。

参 考 文 献

1 Wolf E.. Unified theory of coherence and polarization of random

- electromagnetic beams [J]. *Phys. Lett. A*, 2003, **312**(5-6): 263~267
- 2 Korotkova O., Salem M., Wolf E.. The far-zone behavior of the degree of polarization of electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Opt. Commun.*, 2004, **233**(4-6): 225~230
- 3 Korotkova O., Cai Y., Watson E.. Stochastic electromagnetic beams for lidar systems operating through turbulent atmosphere [J]. *Appl. Phys. B*, 2009, **94**(4): 681~690
- 4 Cai Y., Korotkova O., Eyyuboglu H. T. *et al.*. Active laser radar systems with stochastic electromagnetic beams in turbulent atmosphere [J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(20): 15834~15846
- 5 Pu J., Korotkova O.. Propagation of the degree of cross-polarization of a stochastic electromagnetic beam through the turbulent atmosphere [J]. *Opt. Commun.*, 2009, **282**(9): 1691~1698
- 6 Du X., Zhao D., Korotkova O.. Changes in the statistical properties of stochastic anisotropic electromagnetic beams on propagation in the turbulent atmosphere [J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(25): 16909~16915
- 7 Zhao D., Du X.. Polarization modulation of stochastic electromagnetic beams on propagation through the turbulent atmosphere [J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(6): 4257~4262
- 8 Chen Z., Pu J.. Propagation characteristics of aberrant stochastic electromagnetic beams in a turbulent atmosphere [J]. *J. Opt. A, Pure Appl. Opt.*, 2007, **9**(12): 1123~1130
- 9 Du X., Zhao D.. Changes in generalized Stokes parameters of stochastic electromagnetic beams on propagation through ABCD optical systems and in the turbulent atmosphere [J]. *Opt. Commun.*, 2008, **281**(24): 5968~5972
- 10 Pu J., Korotkova O.. Spectral and polarization properties of stochastic electromagnetic beams propagating in gain or absorbing media [J]. *Opt. Commun.*, 2010, **283**(9): 1693~1706
- 11 Zhang G., Pu J.. Stochastic electromagnetic beams focused by a bifocal lens [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2008, **25**(7): 1710~1715
- 12 Bray M., Chabassier G.. Localized wavefront deformations-propagation in nonlinear media [C]. *SPIE*, 1997, **3492**: 480~494
- 13 Collins S. A.. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1970, **60**(9): 1168~1177