

随机并行梯度下降算法的自适应优化方法

梁 钰^{1,2} 黄永梅¹ 齐 波¹ 边 疆¹ 吴琼雁¹

(¹ 中国科学院成都光电技术研究所, 四川 成都 610209)
² 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要 随机并行梯度下降(SPGD)算法已被证明是一种较为有效的像清晰化系统控制算法,具有不依赖波前传感器直接对系统性能指标进行优化的特点。其控制参数增益系数和扰动幅度决定了算法的收敛速度以及收敛稳定性。参数取值范围较窄,超出范围将导致收敛后期的震荡,或者较慢的算法收敛速度。研究了算法增益系数和扰动幅度对校正效果和收敛速度的影响,提出了一种参数自适应优化的方法。基于 52 单元变形镜、位置敏感传感器等器件建立了 SPGD 控制算法的像清晰化实验平台,验证该方法的有效性。实验结果表明,该方法扩展了参数取值范围,提高算法收敛速度的同时具有较好的收敛稳定性。

关键词 图像处理;自适应光学;随机并行梯度下降算法;像清晰化技术

中图分类号 TP273.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.s100408

Adaptive Optimization of Stochastic Parallel Gradient Descent Algorithm

Liang Yu^{1,2} Huang Yongmei¹ Qi Bo¹ Bian Jiang¹ Wu Qiongyan¹

(¹ Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China)
² Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract The stochastic parallel gradient descent (SPGD) algorithm had been proved to be an effective system control method of image clarity in experiments and applications, which is independent of wavefront sensor and can optimize the system performance directly. The convergence speed and stability are determined by the value of the control parameters. The ranges of the control parameters are narrow, and out of range will lead to the vibration of the convergence or reduce the convergence speed. Based on SPGD, an image clarity test bed is built with a 52-element deformable mirror and a position sensitive detector. A method of automatic adjustment of parameters is proposed. The principle of SPGD control algorithm was demonstrated through examining the effects of gain and perturbation amplitude on correction capability and convergence rate, and the new method is proved to be effective. Experimental results show that by using the method of automatic adjustment of parameters, the ranges of parameters are extended. The practicality and convergence speed of the algorithm are improved with better convergence stability.

Key words image processing; adaptive optics; stochastic parallel gradient descent; image clarity

OCIS codes 010.1080; 010.1330; 010.1285; 060.2605

1 引 言

随机并行梯度下降(SPGD)算法已被证明是一种非常有效的像清晰化系统控制算法,并在许多实验中得以应用^[1~4]。SPGD 算法是在同时扰动随机

近似^[5]控制算法基础上开发的自适应光学校正技术。使用优化算法直接对系统性能指标进行优化,无需利用波前传感器探测畸变波前相位信息进行波前重构,因此在降低系统复杂性的同时,也降低了控

收稿日期: 2010-12-22; **收到修改稿日期**: 2011-01-16

基金项目: 中国科学院知识创新工程重大项目(YYYJ-0815)资助课题。

作者简介: 梁 钰(1985—),男,硕士研究生,主要从事最优化控制算法及像清晰化技术等方面的研究。

E-mail: liangyu66@gmail.com

导师简介: 黄永梅(1968—),女,研究员,主要从事光束控制、空间光通信和 ATP 系统等方面的研究。

E-mail: hjn666@sohu.com

制算法的复杂性,且该技术适用于大多数类型的波前校正器,在空间光通信和量子通信上有极大的应用和发展潜力。

由于SPGD算法是一种逐步逼近的算法,算法的收敛速度决定了算法的性能,调整算法中的两个影响算法收敛速度的控制参数:随机扰动幅值和迭代增益。波前残差大小与其相应的像质评价函数值并不是线性的,导致对于相同的随机扰动,算法迭代前期像质评价函数值远小于后期。参数固定的情况下,当迭代增益和扰动电压幅值较大的时候,收敛速度较快,但是后期震荡十分明显;当迭代增益和扰动电压幅值较小的时候,震荡较小,但是收敛速度也较慢。在具体的实验中,需要对参数进行多次实验,才能找到一组较优的值,没有完全发挥算法的性能,降低了该算法在实际应用中的收敛效果和实用性。因此,找到一种依据评价函数大小不同而自动调整迭代增益和随机扰动幅值的方法是十分有益的。

本文通过自适应因子实现迭代增益和随机扰动幅值的自适应调整,利用自适应因子对当前评价函数值在零点的泰勒二阶展开式,提出了一种较为简洁有效的参数自适应优化方法。

2 SPGD 算法介绍

SPGD算法利用性能指标测量值的变化量 δJ 与当前施加的扰动电压向量 $\delta \mathbf{u}^{(n)}$ 进行控制参量的梯度估计,以迭代方式在梯度下降方向上进行控制参量的搜索。SPGD算法的迭代表式为^[6]

$$\mathbf{u}^{(n+1)} = \mathbf{u}^{(n)} - \mu \delta J^{(n)} \delta \mathbf{u}^{(n)}, \quad (1)$$

式中 $\mathbf{u}^{(n)}$ 为当前变形镜的驱动电压向量; μ 为迭代增益; $\delta \mathbf{u}^{(n)}$ 为当前施加的扰动电压向量,其中元素相互独立且服从伯努利分布; $\delta J^{(n)}$ 为像质评价函数的梯度估计,有如下计算:

$$\delta J^{(n)} = J[\mathbf{u}^{(n)} + \delta \mathbf{u}^{(n)}] - J[\mathbf{u}^{(n)} - \delta \mathbf{u}^{(n)}]. \quad (2)$$

由(1),(2)式可以看出,参数 $\delta \mathbf{u}^{(n)}$ 和 μ 决定了SPGD算法的收敛速度和算法的稳定性。算法一次迭代过程中至少要施加两次扰动,分别为 $\mathbf{u}^{(n)} + \delta \mathbf{u}^{(n)}$ 和 $\mathbf{u}^{(n)} - \delta \mathbf{u}^{(n)}$,而过大的 $|\delta \mathbf{u}^{(n)}|$ 会导致两次推动变形镜采集到的光斑形态改变很大,使得校正过程中采集到的图像不停闪烁,无法得到形态稳定的光斑。

由于参数的选择范围较小,需要经过多次实验才能确定一个较优值,制约了算法的速度和稳定性,不能充分发挥算法的性能,因此需要根据当前像差以及像质评价函数值的大小自动调整参数值的大小,充分发挥算法的收敛速度以及收敛稳定性。

3 SPGD 算法优化

对于上一节提到的参数问题,国内外提出了一些自适应参数 μ 的方法,文献[7,8]中提出的自适应增益方法,仅对迭代增益做自适应调整,没有考虑到随机扰动电压幅值的调整,并且实现过程中需要对多个参量进行调整,实现方式较为复杂,实际应用中不易实现。本文提出对随机扰动电压幅值以及迭代增益分别采取自适应优化方法,提高算法的性能。

上一节的分析表明,迭代增益和随机扰动电压幅值可以表示成像质评价函数值的函数,即

$$|\delta \mathbf{u}^{(n+1)}| = U[J^{(n)}], \quad \mu^{(n+1)} = \mu[J^{(n)}].$$

为了便于讨论,引入自适应因子 Q ,是关于像质评价函数值的函数,取值范围为 $(0,1)$,将 μ 和 $|\delta \mathbf{u}^{(n)}|$ 表达成如下形式:

$$Q^{(n)} = f[J^{(n)}] \in (0,1) \quad (3)$$

$$|\delta \mathbf{u}^{(n+1)}| = Q^{(n)} \times |\delta \mathbf{u}^{(0)}|, \quad (4)$$

$$\mu^{(n+1)} = [Q^{(n)}]^2 \times \mu^{(0)}, \quad (5)$$

考虑到不同的评价函数形式,其相应的评价函数值范围也大不相同,为了使自适应因子适用于不同的评价函数形式,对(3)式自变量做归一化处理,得到如下形式:

$$Q^{(n)} = f(T) \in (0,1), \quad (6)$$

$$T = \frac{J^{(n)}}{J^{(\text{opt})}}, \quad (7)$$

其中 $J^{(\text{opt})}$ 为当前评价函数的期望值,取当前光斑形态较好时的评价函数值。由文献[9]中对SPGD算法推导可知,对 $\delta J^{(n)} \delta \mathbf{u}^{(n)}$ 有如下近似:

$$\tilde{J}' = \delta J^{(n)} \delta \mathbf{u}^{(n)} \approx \frac{\partial J}{\partial \mathbf{u}} (\delta \mathbf{u})^2, \quad (8)$$

其中 \tilde{J}' 是对像质评价函数的梯度估计,可以看出(3)式 \tilde{J}' 是 $\delta \mathbf{u}$ 对的泰勒展开式的二阶估计。针对这样的近似,我们同样的对(6)式进行二阶泰勒展开并保留前三项,得到如下表达式:

$$Q^{(n)} = f(T) = aT^2 + bT + c. \quad (9)$$

为了使算法有较好的收敛速度,允许随机扰动幅值和迭代增益为一个较大的初始值,这时 $Q^{(0)} = 1$,即 $f(0) = 1$;为了保证算法后期的稳定性,随机扰动幅值和迭代增益应当在中后期迅速下降,并且在像质评价函数等于期望值时,随机扰动幅值和迭代增益下降到0,即 $f(1) = 0$ 。对于不同的评价函数形式,其取值范围也大不相同,对波前残差的敏感程度也大不相同,因此不能对泰勒展开式的系数做定值处理,需要根据不同的评价函数形式取不同的系数。引入当前评价函数的期望值的目的在于使本方法适

用于不同评价函数形式的取值范围,改变(6)式在 $T = J^{(n)} / J^{(opt)} = 0.5$ 时的取值,则可以适应对波前残差敏感程度不同的评价函数形式。针对现有条件,实验中取 $f(T) |_{T=0.5} = 0.7$, 综上可以求解出(9)式的各项系数,分别为 $a = -0.8, b = -0.2, c = 1$, 从而实现了随机扰动幅度和迭代增益的自适应调整。

4 验证实验

为了验证引入的自适应因子对算法优化的有效性以及效果,用 52 单元,15 mm 口径变形镜(DM)作为控制器件,其响应频率为 200 Hz;采用位置敏感传感器(PSD)作为光束能量反馈器件搭建了像清晰化系统实验平台。在 PSD 靶面之前放置一个直径为 $75 \mu\text{m}$ 的针孔作为光阑对入射到 PSD 靶面的光进行滤波,PSD 检测通过针孔光阑的光束能量作为 SPGD 算法中的像质评价函数^[10]。由于针孔光阑孔径较小,SPGD 算法迭代的时候对光轴带来的倾斜分量导致光束偏离针孔光阑,因此光路中需要采用快速控制反射镜(FSM)稳定光轴。实验光路如图 1 所示。

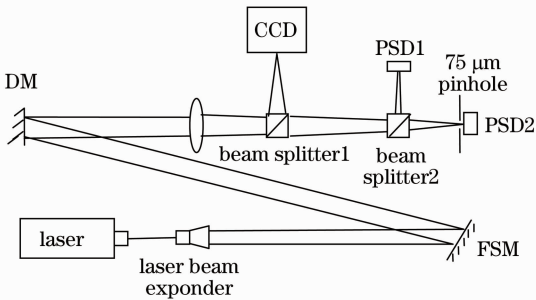


图 1 实验光路图

Fig. 1 Experimental optical path diagram

光束经过一个扩束器后由 FSM 反射到 DM 上,DM 出射光经过透镜聚焦,分光镜 1 将光束分出一束用于 CCD 记录光斑形态,分光镜 2 将光束分成两部分,在一束光的焦点上放置 PSD1,用于 FSM 闭环,另一束的焦点上放置 $75 \mu\text{m}$ 针孔做滤波,PSD2 检测通过针孔的光束能量,通过 A/D 采集其输出电压作为 SPGD 算法的像质评价函数。系统根据 SPGD 控制算法计算出控制变形镜面形变化的驱动电压信号驱动变形镜。

5 实验结果与讨论

5.1 参数取值对算法性能影响实验结果

对不同的随机扰动幅度 $|\delta u^{(n)}|$ 和迭代增益 μ 分别做重复 20 次实验,每次迭代 1500 步,每步采集

2 次像质评价函数值,对像质评价函数值取平均得到 $\langle J \rangle$,实验结果如图 2,3 所示。

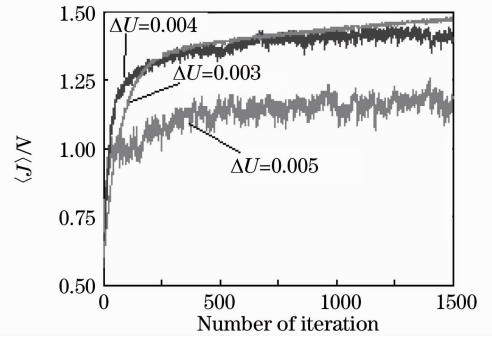


图 2 不同扰动幅度实验结果对比 ($\mu=5.0$)

Fig. 2 Experimental results of different $|\delta u^{(n)}|$ ($\mu=5.0$)

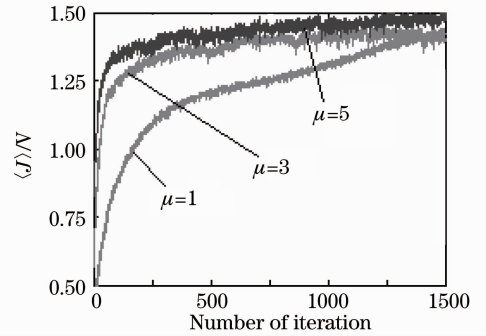


图 3 不同增益实验结果对比 ($|\delta u^{(n)}| = 0.004$)

Fig. 3 Experimental results of different μ ($|\delta u^{(n)}| = 0.004$)

由图 2,3 可以看出,若随机扰动幅度 $|\delta u^{(n)}|$ 和迭代增益 μ 过低,算法收敛速度很慢,并且较容易陷入局部极值;随着 $|\delta u^{(n)}|$ 和 μ 的增加,算法的收敛速度也随之 μ 提高,但之后出现较大幅度的抖动。

5.2 自适应优化方法的实验结果

实验中,取初始随机扰动幅值为 0.006,初始迭代增益为 10,对系统静态相差进行 20 次重复实验,每次迭代 1500 步,每步采集 2 次像质评价函数值,对每个采集到的像质评价函数绘制曲线(如图 4~9 所示),验证引入自适应因子的有效性。

从 20 次实验结果看,引入自适应因子的 SPGD 算法能够使评价函数稳定收敛到一个较优值没有陷入局部极值,并使得光斑形态有较大的改善,远场光斑峰值由 40 提升到 108,证明引入自适应因子的方法没有破坏 SPGD 算法的收敛性和有效性。

多次实验发现,引入自适应因子后,扩展了对 SPGD 算法的两个参数:随机扰动幅度和迭代增益的选择范围。固定参数模式下,随机扰动幅度大于 0.005 时,实时监控到的光斑形态闪烁非常剧烈,不能得到一个较为稳定的光斑;当迭代增益大于 6 时,

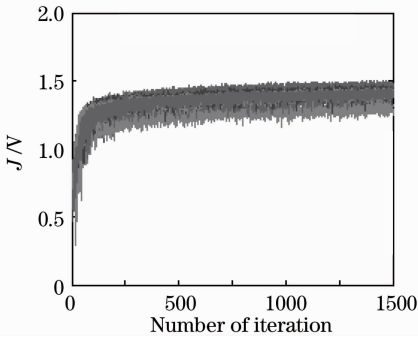


图 4 20 次实验评价函数值随迭代次数变化曲线
Fig. 4 J evolution curves with number of iteration in 20 times experiments

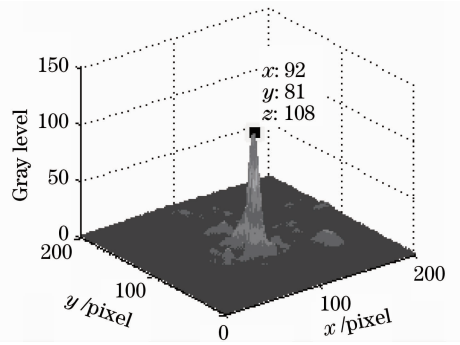


图 8 迭代后的远场光斑三维图
Fig. 8 Intensity 3D distribution of far field after correction

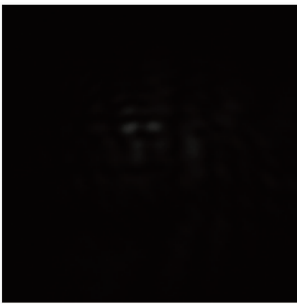


图 5 迭代前的远场光斑
Fig. 5 Far field intensity before correction



图 6 迭代后的远场光斑
Fig. 6 Far field intensity after correction

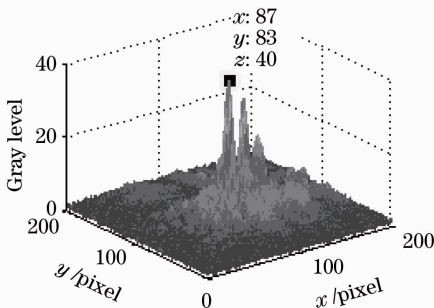


图 7 迭代前的远场光斑三维图
Fig. 7 Intensity 3D distribution of far field before correction

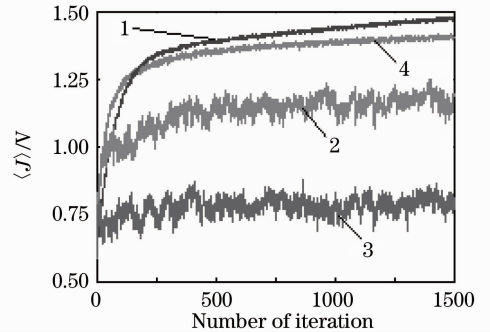


图 9 20 次重复实验平均值: 1: $|\delta u^{(n)}| = 0.003, \mu = 5.00$; 2: $|\delta u^{(n)}| = 0.005, \mu = 5.00$; 3: $|\delta u^{(n)}| = 0.006, \mu = 6.00$; 4: 自适应优化参数

Fig. 9 Mean value of J evolution curves: 1: $|\delta u^{(n)}| = 0.003, \mu = 5.00$; 2: $|\delta u^{(n)}| = 0.005, \mu = 5.00$; 3: $|\delta u^{(n)}| = 0.006, \mu = 6.00$; 4: adaptive optimization

算法无法收敛,出于剧烈震荡状态;在引入了自适应因子后,初始随机扰动幅值可以提高到 0.006,初始迭代增益可以提高到 10,在算法初期光斑形态迅速变好,后期由于像质评价函数值接近预期要求,随机扰动幅度及迭代增益分别下降到 0.001 和 1.0,得到较为稳定的光斑形态。把达到收敛时值的 80% 所需要的迭代步数作为算法收敛速度的评价指标,在固定参数模式下,收敛速度最快需要 120 步,在引入自适应因子后,收敛速度只需要 60 步,提高了近 100%。

对比固定参数下迭代结果可以看出,引入自适应因子优化后的 SPGD 算法具备较快的收敛速度的同时又有较好的后期稳定性,并且较大程度上扩展了初始参数的取值范围,提高了算法的实际应用能力。

5.3 讨论

对于(7)式中引入的当前评价函数的期望值 $J^{(opt)}$ 的取值不需要进行严格的限定,可以比当前能

够达到的最好情况下的评价函数值略高,也不会影响算法的稳定性。这是由于当前评价函数值接近期望值时,自适应因子 Q 将变得很小,随机扰动幅值和迭代增益随之变小,使得评价函数稳定在当前值,并没有提升到期望值,所以即使期望值略高于最优值也不会造成算法后期的震荡。对于不同的评价函数形式,其取值范围也大不相同,其对波前残差的敏感程度也大不相同,引入当前评价函数的期望值 $J^{(\text{opt})}$ 的目的在于使本方法适用于不同评价函数形式的取值范围,而改变(8)式在 $T = J^{(n)} / J^{(\text{opt})} = 0.5$ 时的取值,可以使本方法适应对波前残差敏感程度不同的评价函数形式。这些特性与结论可以成为今后进一步研究和实验的方向和内容。

6 结 论

研究了不同扰动幅度,不同增益系数情况下SPGD算法的校正效果和收敛速度,提出对随机扰动幅度以及迭代增益分别采用参数自适应优化的方法。利用自适应因子对当前评价函数值在零点处的泰勒二阶展开式,提出了一种有效的参数自适应优化方法。基于52单元变形镜和PSD等器件建立了像清晰化实验平台。实验结果表明,参数自适应优化方法扩展了扰动幅度和迭代增益的取值范围,简化了参数的确定方法,在提高SPGD算法收敛速度的同时,拥有较好的收敛稳定性及校正效果,提高了SPGD算法的实用性。

参 考 文 献

- 1 Mark L. Plett, Pierre R. Barbier, David W. Rush. Compact adaptive optical system based on blind optimization and a micromachined membrane deformable mirror [J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(3): 327~330
- 2 T. Weyrauch, M. A. Vorontsov. Atmospheric compensation with a speckle beacon in strong scintillation conditions: directed energy and laser communication applications [J]. *Appl. Opt.*, 2005, **44**(30): 6388~6401
- 3 Mikhail Vorontsov, Jim Riker, Gary Carhart *et al.*. Deep turbulence affects compensation experiments with a cascaded adaptive optics system using a 3:63 m telescope [J]. *Appl. Opt.*, 2009, **48**(1): A47~A57
- 4 Yang Huizhen, Chen Bo, Li Xinyang *et al.*. Experimental demonstration of stochastic parallel gradient descent control algorithm for adaptive optics system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 205~210
杨慧珍, 陈波, 李新阳等. 自适应光学系统随机并行梯度下降控制算法实验研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(2): 205~210
- 5 J. C. Spall. Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation [J]. *IEEE Trans. on Automatic Control.*, 1992, **37**(3): 332~341
- 6 M. A. Vorontsov, V. P. Sivokon. Stochastic parallel-gradient-descent technique for high-resolution wave-front phase-distortion correction [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(10): 2745~2758
- 7 Mikhail A. Vorontsov, Gary W. Carhart. Adaptive wavefront control with asynchronous stochastic parallel gradient descent clusters [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2006, **23**(10): 2613~2621
- 8 Thomas Weyrauch, Mikhail A. Vorontsov. Dynamic wave-front distortion compensation with a 134-control-channel submillisecond adaptive system [J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(9): 751~753
- 9 Mikhail A. Vorontsov, Gary W. Carhart, Marc Cohen *et al.*. Adaptive optics based on analog parallel stochastic optimization: analysis and experimental demonstration [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, **17**(8): 1440~1453
- 10 Wang Xiaolin, Wang Sanhong, Zhou Pu *et al.*. Investigation on influence of laser intensity fluctuation on beam cleanup system based on stochastic parallel gradient descent algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1396~1401
王小林, 王三宏, 周朴等. SPGD算法光束净化中光强起伏对校正效果的影响研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(5): 1396~1401