

艾里光束对微小颗粒的捕获和输运研究

程 化 臧维平 田建国

(南开大学物理科学学院, 天津 300071)

摘要 采用瑞利近似方法,数值模拟了纳米尺度的电介质粒子在一维艾里(Airy)光束作用下的光学散射力、梯度力,分析了小球所受的光学散射力和梯度力与小球半径、折射率的关系。同时,还数值模拟了小球在艾里光束中的运动轨迹,讨论了小球半径、折射率以及环境粘滞系数对小球轨迹的影响。结果表明光学散射力和梯度力随着小球半径和折射率的增大而增大。小球在光学梯度力的作用下,被牵引到光强极大值处,沿着抛物线做振荡运动,并最终收敛于抛物线型结构。小球的半径、折射率越小,以及环境的粘滞系数越大,小球轨迹的振荡越弱,收敛速度越快。

关键词 激光光学;光学微操控;瑞利近似;捕获和输运;梯度力和散射力;艾里光束

中图分类号 0439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.s100405

Study on Optical Trapping and Propulsion of Small Particles by Airy Beam

Cheng Hua Zang Weiping Tian Jianguo

(Institute of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract The gradient and scattering force of Rayleigh dielectric particles induced by one-dimensional Airy beam were numerically investigated. The impact of particle radius and refractive index on the gradient and scattering forces were discussed. Trajectories of particles in the Airy beam were investigated and their relationships with particle radius, refractive index, and viscosity of surrounding medium were studied. Results validated that larger size and larger refractive index of particles resulted in larger gradient and scattering force. Particles in the Airy beam were firstly dragged into the nearest optical intensity peaks, and then oscillated along the parabolic trajectories and finally converged to the parabolic line. Smaller particles and larger viscosity of surrounding medium resulted in less oscillation and faster convergence to the parabolic line.

Key words laser optics; optical micromanipulation; Rayleigh approximation; trap and propulsion; gradient and scattering forces; Airy beam

OCIS codes 140.0140; 020.7010; 350.4855; 290.5870

1 引 言

自从 1970 年 Ashkin^[1]从实验上实现了对微粒的光学捕获,利用各种光束来操控微粒的理论和实验研究越来越多。在 1986 年, Ashkin^[2]证实了可以用单束高度聚焦的激光对电介质粒子进行三维捕获的可能性,继而光镊成为不需要机械的接触来进行操控微粒的重要光学手段^[3,4]。传统的光镊主要

采用高斯光束来实现,但是高斯光束在焦平面后有很强发散,因此只能将粒子在轴向几个微米范围内进行捕获和操控。

艾里(Airy)光束作为一类的“无衍射”光束,最早由 George Biddell Airy 引入,用来描述光学散焦点附近的光强分布。尽管这个概念已经提出很多年,但是直到最近,才从理论和实验上深入的研究了

收稿日期: 2010-08-30; **收到修改稿日期**: 2010-11-08

基金项目: 国家自然科学基金(60678025)、国家 973 计划(2001CB922003)和新世纪优秀人才支持计划和高等学校学科创新引智计划(B07013)资助课题。

作者简介: 程 化(1983—),女,博士研究生,主要从事光束传播方面的研究。E-mail: icetowater@mail.nankai.edu.cn

导师简介: 田建国(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事光子学领域方面的研究。E-mail: jitian@nankai.edu.cn

艾里光束^[5,6]。艾里光束和另一类“无衍射”的贝塞尔光束的最大不同点在于,艾里光束还经历一个横向的自加速过程,在自由空间传播过程中能够发生自弯曲。Baumgartl 等^[7,8]从实验上将艾里光束应用于光学微操控,和贝塞尔光束不同,艾里光束将粒子沿着弯曲的、自愈的轨道进行运输,并将粒子和细胞从一个样品池区域清除并转移到另一个区域。这个实验的新颖之处在于,它仅仅依靠光学手段,就可以将粒子沿着弯曲的轨道进行运输,这一点将会成为光学微操控的一个有力工具。直到现在,艾里光束在光学微操控中的应用仅仅是从实验上进行了深入的研究,理论上只是进行了定性的分析。因此,迫切需要一个深入的理论分析来更好地指导它在光学微操控中的应用。

本文将对艾里光束操控微粒进行深入的理论模拟。对小球在艾里光束中的光学梯度力和散射力进行了定量的理论分析,数值模拟了小球在艾里光束

中的运动轨迹,同时还分析了粒子的半径、折射率以及环境气体的粘滞系数对小球轨迹的影响。这些理论模拟将会更好地指导实验研究,为了简单而不失一般性,这里只考虑小球半径远小于波长的情况,即瑞利近似。

2 理论与描述

2.1 艾里光束的性质

考虑傍轴情况下(1+1)维的艾里光束,它的电场包络满足薛定谔方程^[5]

$$i \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} = 0, \quad (1)$$

式中 ϕ 为电场包络, $s = x/x_0$ 表示无量纲的横坐标, x_0 为任意横向刻度; $\xi = z/(kx_0^2/2)$ 表示归一化的传播距离, $k = 2\pi n/\lambda_0$ 表示电场的波数。假设电场为沿 x 方向偏振的线偏光,那么艾里光束的电磁场可以解析表示为^[9]

$$E_x = -\frac{ikA_0}{2k^2x_0^2} \{ \exp(C) [(2a^2 + 2ia\xi - \xi^2/4 + 2s + 2k^2x_0^2) f_{\text{Airy}}(D) + (4a + i\xi) f'_{\text{Airy}}(D)] \}, \quad (2)$$

$$E_z = \frac{-ikA_0}{4k^3x_0^3} \{ i \exp(C) [2a^3 + 9ia^2\xi/2 + a(-3\xi^2/2 + 6s - 4k^2x_0^2) - i(2i + \xi^3/8 - 3s\xi/2 + \xi k^2x_0^2) \times f_{\text{Airy}}(D) + (6a^2 + 4ia\xi + 2s - \xi^2/2 - 4k^2x_0^2) f'_{\text{Airy}}(D)] \}, \quad (3)$$

$$B_y = \frac{kA_0}{4k^2x_0^2} \{ i \exp(C) [(2a^2 + 2ia\xi - \xi^2/4 + 2s - 4k^2x_0^2) f_{\text{Airy}}(D) + (4a + i\xi) f'_{\text{Airy}}(D)] \}. \quad (4)$$

式中 $C = (as - a\xi^2/8 - i\xi^3/96 + ia^2\xi/4 + is\xi/4)$, $D = ia\xi/2 - \xi^2/16 + s$, a 表示艾里光束的衰减因子。由电磁场的表达式可以求出艾里光束的光强分布为

$$\mathbf{I} = \langle \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \rangle_t = \frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] = \frac{n\epsilon_0 c}{2} |E_x|^2 \mathbf{e}_z + \frac{n\epsilon_0 c}{2} |E_x| \cdot |E_z| \mathbf{e}_x, \quad (5)$$

式中 n 为介质折射率, ϵ_0 为真空中的介电常数, c 为真空中的光速。

2.2 光学梯度力和散射力

考虑瑞利近似下艾里光束对电介质小球的电场力。对于电介质小球要满足瑞利近似条件,要求小球的半径远远小于光波长(通常要求小球半径 $r \ll \lambda/20$)。在这种情况下,小球可以当作点偶极子来处理。通常,电场对小球的力可以分为两类,一类是由于电场分布的不均匀引起的力,叫做梯度力,它的方向和光强梯度的方向一致;梯度力可以表示为^[10]

$$\mathbf{F}_{\text{grad}}(x, z) = \frac{2\pi n_2 r^3}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \nabla \mathbf{I}(x, z), \quad (6)$$

式中 m 为小球折射率和周围环境折射率的比值, $m = n_1/n_2$, n_1, n_2 分别为小球折射率和周围环境的折射率, r 为小球半径。

另一类电场力是由于小球对光的散射产生的力,叫散射力,沿光传播的方向。散射力可以表示为^[8]

$$\mathbf{F}_{\text{scat}}(x, z) = \left(\frac{n_2}{c} \right) C_{\text{pr}} \mathbf{I}(x, z), \quad (7)$$

$$\text{式中 } C_{\text{pr}} = \frac{8}{3} \pi k^4 r^6 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2.$$

由(5)式可知,光强有沿 x 和 z 两个方向的分量,所以,梯度力和散射力也 x 和 z 两个方向的分量,可以分别表示为

$$(F_{\text{grad}})_x = \frac{2\pi n_2 r^3}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \nabla I_x(x, z), \quad (8)$$

$$(F_{\text{grad}})_z = \frac{2\pi n_2 r^3}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \nabla I_z(x, z), \quad (9)$$

$$(F_{\text{scat}})_x = \left(\frac{n_2}{c}\right)C_{\text{pr}}I_x(x, z), \quad (10)$$

$$(F_{\text{scat}})_z = \left(\frac{n_2}{c}\right)C_{\text{pr}}I_z(x, z). \quad (11)$$

2.3 粒子的运动轨迹方程

当小球在流体或者气体中运动时,将会受到流体或者气体对它的粘滞力

$$\mathbf{F}_{\text{Drag}} = C_{\text{Drag}}\mathbf{V}. \quad (12)$$

如果流体或者气体是静止的,那么斯托克斯牵引系数 $C_{\text{Drag}} = 6\pi\eta r$,其中 η 是流体的粘滞系数, r 是小球的半径, V 是小球的速度。

另外,对于尺寸越小的粒子,布朗热运动力的影响越大。布朗运动力可以表示为

$$F_{\text{Bn}} = \sqrt{2C_{\text{Drag}}k_{\text{B}}T\xi}, \quad (13)$$

式中 k_{B} 为波尔兹曼常数, T 为环境温度, ξ 为单位长度的高斯白噪音^[11]。因此小球的运动方程可以表示为

$$\begin{aligned} m_{\text{p}} \frac{d^2x}{dt^2} &= F_x(x, z) + C_{\text{Drag}} \frac{dx}{dt} + F_{\text{Bn}}, \\ m_{\text{p}} \frac{d^2z}{dt^2} &= F_z(x, z) + C_{\text{Drag}} \frac{dz}{dt} + G_{\text{p}} + F_{\text{b}} + F_{\text{Bn}}, \end{aligned} \quad (14)$$

式中 (x, z) 表示小球在流体中的瞬时坐标, $F_x = (F_{\text{grad}})_x + (F_{\text{scat}})_x$, $F_z = (F_{\text{grad}})_z + (F_{\text{scat}})_z$, G_{p} 和 F_{b} 分别为小球受到的重力和流体对它的浮力。

3 数值模拟与结果讨论

在整个模拟过程中艾里光束的一些参数均取为: $\lambda = 1064 \text{ nm}$, $a = 0.1$, $x_0 = 2 \text{ }\mu\text{m}$, 输入的峰值光强为 $I_0 = 1.4518 \times 10^{11} \text{ W/m}^2$ 。图 1 给出了这个艾里光束在传播 $150 \text{ }\mu\text{m}$ 内的光强分布。可以看出,艾里光束经历了一个自横向加速过程,光强在 $50 \text{ }\mu\text{m}$ 范围内近似不发生变化,即为无衍射区域。光束由一系列的光强极大值排列组成,强度沿 x 负方向依次减小。所以,小球在艾里光束中,将会被捕获到不同的轨道进行运动,捕获粒子的能力随着光强的减小而减小。

下面讨论小球在艾里光束中受到的光学梯度力和散射力。这里采用瑞利近似,首先考虑半径远小于波长 ($r \leq \lambda/20$) 的电介质小球。将不同半径的玻璃小球在 $z=0$ 初始平面内所受的梯度力和散射力随 x 的变化在图 2(a) 和图 2(b) 中表示出来,玻璃小球的折射率为 $n_{\text{p}} = 1.46$, 密度为 $\rho_{\text{p}} = 2.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。其次考虑不同折射率对梯度力和散射力的影响,将半径均为 50 nm 的两种不同折射率构

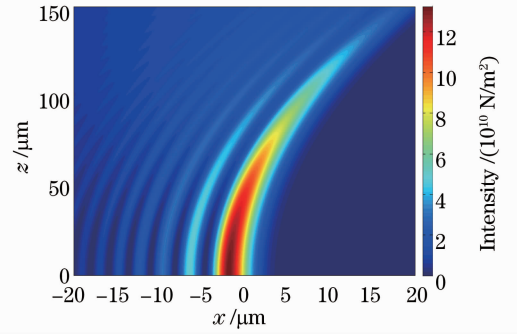


图 1 一维艾里光束在传播 $150 \text{ }\mu\text{m}$ 内的光强分布
Fig. 1 Intensity distribution of a planar Airy beam with a distance of $150 \text{ }\mu\text{m}$

成的小球在艾里光束中所受的光学梯度力和散射力于图 2(c) 和图 2(d) 中表示出来。在 $z=0$ 平面时,小球所受的光学梯度力和散射力分别沿着 x 方向和 z 方向,所以,在图 2 中用 F_x 表示光学梯度力, F_z 表示光学散射力。

对于折射率一定的小球,半径越大,小球所受的光学梯度力和散射力就越大。散射力比梯度力随半径增大而增大的幅度要大,这是因为梯度力和半径的三次方成正比,散射力和半径的六次方成正比。另外,梯度力和散射力还和小球的折射率有关。对于半径一定的小球,折射率越大,小球所受的梯度力和散射力均增大,同样散射力增大的幅度比梯度力要大。

考虑将半径为 50 nm , 折射率为 $n_{\text{p}} = 1.46$ 的小球在艾里光束中的运动轨迹,艾里光束的参数和图 1 中的艾里光束取为一致。将不同初始位置的小球的运动轨迹在图 3 中表示出来,同时,为了更为直观的观察艾里光束对小球的捕获和输运,图 3 中还给出了艾里光束的光强分布图。小球的初始位置均在 $z=0$ 平面,横向位置 x_{p} 分别为 $5, -1.74, -4.68, -6.34, -8.18, -9.52, -11.06$ 和 $-12.38 \text{ }\mu\text{m}$ 。为了更好地看出光学辐射力对小球的轨迹的作用,考虑环境为很稀薄的气体,即粘滞系数为一小量 $\eta = 10^{-8} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 温度为 300 K 。

小球初始位置不同,将会沿着不同的轨道运动。这是因为光学梯度力将小球捕获到离它最近的一个光强极大值处,并由于光学散射力的作用,小球将会沿着艾里光束的坡印亭(Poynting)矢量的方向运动,最终的运动轨迹为一抛物线形。当小球初始位置在光强极大值处时,小球将沿着抛物线型轨迹运动;当小球的初始位置偏离光强极大值处时,小球将会沿着抛物线做振荡运动,最终收敛于抛物线结构。

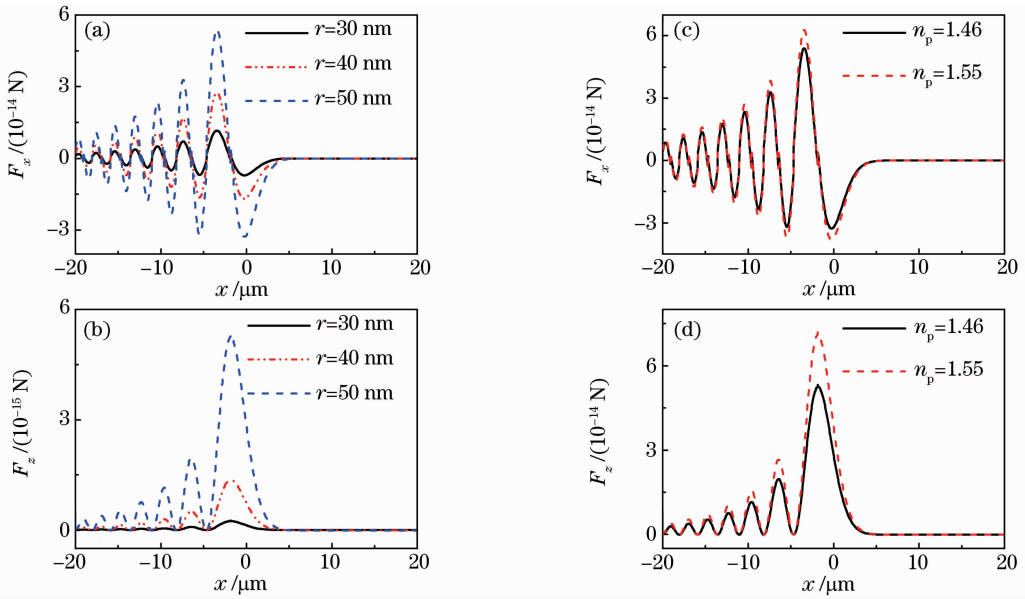


图 2 (a)和(b)折射率为 1.46,不同半径的小球所受沿 x 方向和 z 方向的光场力,(c)和(d)半径为 50 nm,折射率不同的小球所受的沿 x 方向和 z 方向的光场力

Fig. 2 Forces on fused silicon nanoparticles with different radius of x component in (a) and z component in (b). Forces on 50 nm nanoparticles with different refractive index of x component in (c) and z component in (d)

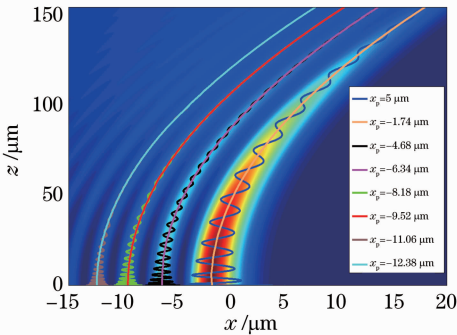


图 3 半径为 50 nm 的硅玻璃小球初始横向位置不同时($z=0$),在艾里光束中的运动轨迹

Fig. 3 Trajectories of 50 nm (radius) fused silica nanoparticles at different initial x positions ($z=0$), and with temperature of 300 K in an Airy beam

偏离光强极大值的距离越大,振荡越剧烈,收敛速度越慢。

小球的这种振荡运动可以这样解释:初始位置偏离光强极大值处的小球,首先由于梯度力的作用,将会向光强极大值处做加速运动,在这个运动过程中,梯度力减小,同时粘滞阻力在增大,所以加速度随着距离光强极大值的位置的减小而减小,但是速度却一直在增大。直到小球到达光强极大值处时,小球就继续向偏离光强极大值处的另一侧运动。但是,此时小球所受的梯度力方向与运动方向相反,所以小球将会减速运动,直到小球横向速度减为零。又由于梯度力的作用,反方向运动,如此反复。同

时,小球在受梯度力和粘滞阻力共同作用下做往返加速减速运动的过程中,还受到散射力的作用,散射力的方向沿着 Poynting 矢量的方向,所以小球还有一个沿着 Poynting 矢量方向的速度。两者叠加起来,就形成了沿着抛物线振荡运动的轨迹。随着光束传播距离的增大,光强减小,小球受的梯度力也随之减小,所以小球的振荡越来越弱,最终收敛为沿着抛物线运动。

需要强调的是,小球的这种振荡运动只有在环境介质的粘滞系数很小的时候才能出现。如果小球在液体环境中时,由于粘滞力很大,小球将会被捕获到光强极大值处,然后沿着 Poynting 矢量的方向做抛物线型运动。

图 4 给出了不同半径和不同折射率下小球的运动轨迹。图 4(a)中给出了半径为 50 nm 和 40 nm 的玻璃小球的运动轨迹,小球的折射率为 $n_p = 1.46$;图 4(b)中给出了折射率分别为 1.46 和 1.8 的半径为 50 nm 的小球的运动轨迹。环境气体的粘滞系数为 $\eta = 10^{-8} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 。由图可以看出,小球的半径和折射率越小,小球运动轨迹振荡越小,越快收敛于抛物线型结构。这是因为,小球半径和折射率越小,所受的梯度力也越小。

最后,考虑不同的环境介质的粘滞系数对小球轨迹的影响。图 5 给出了半径为 50 nm,折射率为 $n_p = 1.46$ 的玻璃小球在不同粘滞系数下的运动轨

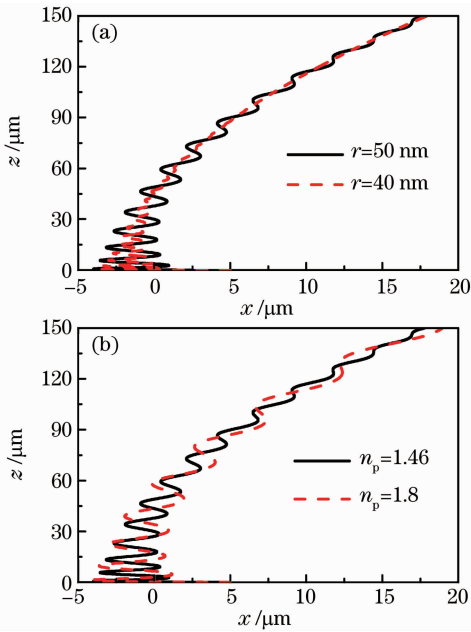


图 4 (a) 折射率相同, 半径不同和 (b) 半径相同, 折射率不同的小球, 初始横向位置在 $x=5 \mu\text{m}$ ($z=0$) 时, 在艾里光束中的运动轨迹

Fig. 4 Trajectories of fused silicon nanoparticles in Airy beam with different radius in (a) and different refractive indexes in (b). The initial x positions ($z=0$) are all at $x=5 \mu\text{m}$

迹, 小球的初始位置为 $(x, z) = (5 \mu\text{m}, 0)$ 。由图可以看出, 随着粘滞系数的增大, 小球的运动轨迹振荡越弱, 越快的收敛于抛物线型结构; 当粘滞系数大到 $\eta=10^{-7} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 时, 小球的运动轨迹基本不发生振荡, 小球由于光学梯度力被捕获到光强极大值处, 然

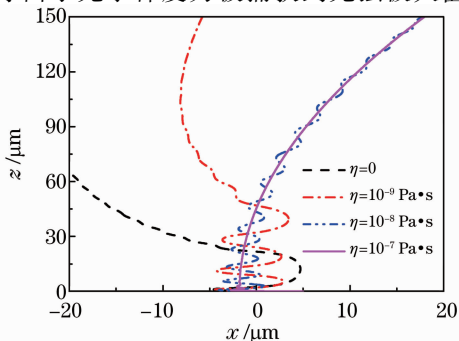


图 5 初始位置在 $(x, z) = (5 \mu\text{m}, 0)$ 时, 在不同粘滞系数的气体中的运动轨迹

Fig. 5 Trajectories of fused silica nanoparticles initially positioned at $(x, z) = (5 \mu\text{m}, 0)$ in gas environment with different viscous coefficient

后沿着抛物线运动; 而当周围环境为真空时, 即粘滞系数 $\eta=0$ 时, 小球的振荡非常剧烈, 以至于脱离抛物线轨迹运动。

4 结 论

数值模拟了电介质粒子在一维艾里光束作用下的光学散射力和梯度力, 以及小球在粘滞系数很小的气体中的运动轨迹。光学散射力和梯度力随着小球半径和折射率的增大而增大, 散射力增大的幅度比梯度力大。小球在光学梯度力的作用下, 被牵引到光强极大值处, 沿着抛物线做振荡运动, 并最终收敛于抛物线型结构。小球的半径、折射率越小, 以及环境的粘滞系数越大, 则小球的轨迹振荡越弱, 收敛速度越快。

参 考 文 献

- 1 A. Ashkin. Acceleration and trapping of particles by radiation forces[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1970, **24**(4): 156~159
- 2 A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm *et al.*. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles [J]. *Opt. Lett.*, 1986, **11**(5): 288~290
- 3 Zhu Yanying, Ding Xifeng, Gao Qiujuan *et al.*. The calculation and numerical simulation on optical trapping force in lateral way of one-beam laser optical tweezers [J]. *Laser Journal*, 2006, **27**(1): 69~70
朱艳英, 丁喜峰, 高秋娟等. 单光束光镊横向光阱力的计算与仿真分析[J]. 激光杂志, 2006, **27**(1): 69~70
- 4 Chen Guanxiang, Zhou Jinhua, Ren Yuxuan *et al.*. Manipulating metallic particles using optical tweezers [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2009, **46**(6): 32~38
陈冠雄, 周金华, 任煜轩等. 操控金属粒子的光镊技术[J]. 激光与光电子学进展, 2009, **46**(6): 32~38
- 5 G. A. Siviloglou, D. N. Christodoulides. Accelerating finite energy Airy beams[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(8): 979~981
- 6 G. Siviloglou, A. J. Broky, A. Dogariu *et al.*. Observation of accelerating Airy beams[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **99**(21): 213901
- 7 J. Baumgartl, M. Mazilu, K. Dholakia. Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets [J]. *Nature Photon.*, 2008, **2**(11): 675~678
- 8 J. Baumgartl, G. M. Hannappel, D. J. Stevenson *et al.*. Optical redistribution of microparticles and cells between microwells [J]. *Lab Chip*, 2009, **9**(10): 1334~1336
- 9 Li Jianxing, Zang Weiping, Tian Jianguo. Vacuum laser-driven acceleration by Airy beams [J]. *Opt. Express*, 2010, **18**(7): 7300~7306
- 10 P. H. Jones, E. Stride, N. Saffari. Trapping and manipulation of microscopic bubbles with a scanning optical tweezer [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2006, **89**(8): 081113
- 11 S. Abuzeid, A. A. Busnaina, G. Ahmadi. Wall deposition of aerosol particles in a turbulent channel flow [J]. *J. Aerosol Sci.*, 1991, **22**(1): 43~62