# 基于纯相位空间光调制器的复振幅调制研究

东 君<sup>1,2</sup> 赵 星<sup>1\*</sup> 方志良<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>南开大学现代光学研究所,光电信息技术教育部重点实验室,天津 300071 <sup>2</sup>泰山学院物理与电子工程学院,山东 泰安 271021

**摘要** 纯相位空间光调制器由于其高光能利用率和高衍射效率而得到广泛的应用,但在实际应用中,有时需要对 光束的振幅和相位同时进行调制。为实现基于纯相位空间光调制器进行复振幅调制的目的,利用调制相位光栅的 相位深度改变其在正一级方向的衍射效率,并通过数值反演计算出相位光栅的调制因子,进而构建可实现复振幅 调制的纯相位传递函数。在理论分析的基础上,利用纯相位空间光调制器实现了贝塞尔振幅调制螺旋相位结构对 平面波的夫琅禾费衍射并得到了环形光束,实验结果与理论值吻合,证明了基于纯相位空间光调制器复振幅调制 方法的有效性。

## Complex Amplitude Modulation Using a Phase-Only Spatial Light Modulator

Chen Jun<sup>1,2</sup> Zhao Xing<sup>1</sup> Fang Zhiliang<sup>1</sup>

 $^{-1}$  Key Laboratory of Optoelectronic Information Science and Technology, Ministry of Education,

Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin, 300071, China

 $^{ extsf{2}}$  Department of Physics and Electronic Engineering, Taishan University, Tai'an, Shandong 271021, China floor

**Abstract** Phase-only spatial light modulator has been widely used in various fields for its high light efficiency and diffraction efficiency. However, the amplitude and phase of beam are required to be modulated simultaneously in some situations. To achieve complex amplitude modulation using a phase-only spatial light modulator, it is spatially varied diffraction efficiency in the first order direction by modulating the phase depth of a grating. Then, the phase modulation factor of grating is calculated using numerical inversion and construct a phase-only transfer function for complex amplitude modulation. Based on the theoretical analysis, doughnut beam is generated using a plane wave diffracted by a spiral phase plate modulated with Bessel-like amplitude based on the phase-only spatial light modulator. The experimental diffraction patterns are in good agreement with the theoretical intensity distribution.

Key words phase-only spatial light modulator; complex amplitude modulation; spiral phase mask; doughnut beam OCIS codes 050.1950; 050.4865; 100.5090; 140.3300; 070.6120

1 引

空间光调制器是一种对光波光场分布进行调制 的元件,它能够对光波的某种或某些特性(如相位、 振幅或强度、偏振态等)进行一维或二维的空间调 制。如今,空间光调制器已经广泛应用于光信息处 理<sup>[1,2]</sup>、光束变换<sup>[3]</sup>等诸多应用领域。液晶空间光调 制器按其调制功能可以分为相位型、振幅型和振幅 相位复合型。其中纯相位型空间光调制器由于其具 有高光能利用率和高衍射效率而广泛应用在光电信 息处理系统中<sup>[4~7]</sup>。但在实际应用中,有时不仅需

E-mail: nankaichen@163.com

言

收稿日期: 2010-08-20; 收到修改稿日期: 2010-10-30

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金和校内引进人才项目(Y05-2-08)资助课题。

作者简介:陈 君(1980—),男,博士,讲师,主要从事光学涡旋的调控与应用方面的研究。

<sup>\*</sup> 通信联系人。E-mail: zhaoxingtjnk@nankai.edu.cn

要相位调制,同时还需要振幅调制<sup>[8]</sup>。1999年, Jeffrey Davis 等<sup>[9]</sup>提出了利用空间调制相位光栅衍 射效率的方法实现基于纯相位型空间光调制器的复 振幅调制,在随后的几年里,该方法得到了国外同行 的推广和应用<sup>[10~13]</sup>,但在国内对这方面的研究还不 多。本文引入了基于纯相位空间光调制器的复振幅 调制方法,并将该方法用于实现基于纯相位空间光 调制器的贝塞尔振幅调制螺旋相位结构产生环状光 束中。

### 2 基于相位光栅的振幅调制原理

首先介绍一下利用相位光栅做振幅调制的原 理<sup>[9]</sup>,如图1所示。光栅的透射率函数可以表示为

 $T(u) = \exp(i2\pi M' u A),$  (1) 式中 *u* 为空间频率变量,1/A 光栅的空间周期,参数 M' 为调制因子,其控制光栅每个周期内的相位调制 深度,并且有 $0 \leq M' \leq 1$ 。因此相移范围可以从0线 性增加到 $2\pi M'$ 。光栅的透射率函数按傅里叶级数 展开

$$T(u) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} T_l \exp(i2\pi l u A), \qquad (2)$$

式中系数  $T_l$  是调制因子 M' 的函数

$$T_{l} = \exp\left[i(l-M')\pi\right] \frac{\sin\left[\pi(l-M')\right]}{\pi(l-M')}, \quad (3)$$

图 1(a)为普通的闪耀光栅,即M' = 1,所有的光都衍 射到正一级方向,图 1(b)为M' < 1的情况,当参数 M'减小时,衍射到正一级方向的光线减少,而衍射到 零级方向的光线增加。尽管也有一些能量衍射到其他 级次上去,但绝大部分能量还是分布在零级和正一级 之间。这两个方向上的衍射能量可以由(3)式求得。比 如当M' = 0.7时,有 73.7%的光能量衍射到正一级 方向,而有 13.5%的光能量衍射到零级方向。



图 1 相位光栅衍射示意图,(a)每个周期相位高度为  $2\pi$ ,(b)每个周期相位高度低于  $2\pi$ ,(c)相位深度空间变化的相位光栅 Fig. 1 Schematic drawing phase grating with (a) phase depth of  $2\pi$ , (b) phase depth of less than  $2\pi$ ,

(c) phase depth varies spatially

如果参数 *M*(*u*)是随空间位置变化的,则(1)式 中的光栅传递函数改写为

 $T(u) = \exp[i2\pi M'(u)uA].$ (4)

这种情况下,衍射到正一级方向的光是随 M'(u)变 化的。如图 1(c)所示,相位调制因子 M'(u)在边缘 部分较大,则中间部分在正一级方向衍射减弱,边缘 部分在正一级方向增强,光栅就形成了一个高通滤 波器。相位调制因子 M'(u)与零级和正一级方向衍 射效率的对应关系如图 2 所示。

### 3 基于纯相位传递函数的复振幅调制

利用纯相位空间光调制器做复振幅调制需要将 振幅和相位信息同时编码到一个相位函数<sup>[10,11]</sup>,假 设要对一个普通的复振幅函数进行编码

 $F(u) = M(u) \exp[i\Phi(u)],$  (5) 式中  $\Phi(u)$  代表相位分布,其范围为 $[0,2\pi],u$  为空 间频率,M(u) 代表要编码的振幅信息,并且有 0  $\leq$ M(u) < 1。将这个复振幅函数表示成纯相位函数





T(u):

 $T(u) = \exp\{iM'(u)[\Phi(u) + 2\pi uA]\},$  (6) 式中 M'(u) 是与所需要的振幅信息 M(u) 相关联的 相位调制函数,最后一项是线性相位光栅,1/A 为光 栅空间周期。由于相位调制函数 M'(u) 是空间变化 的,所以对应的衍射效率也是空间变化的。将(6)式 中的相位函数展开  $T(u) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} T_l(u) \exp\{il[\Phi(u) + 2\pi uA]\}, (7)$ 式中系数  $T_l(u)$ 可表示为

$$T_{l}(u) = \exp\{i[l - M'(u)]\pi\}\frac{\sin\{\pi[l - M'(u)]\}}{\pi[l - M'(u)]}, (8)$$

由(8)式可以看出,相位调制函数 M'(u) 导致出现 不同衍射级次,但只需要考虑零级和正一级方向的 衍射,其他级次可以忽略不计。因此,系数  $T_1(u)$  近 似可以代表振幅函数 M(u),而零级系数  $T_0(u)$  则可 以表示为[1 - M(u)]。如果令  $T_1(u) = M(u)$ ,利用 求得的相位函数则可在正一级衍射方向得到复振幅  $F(u) = M(u) \exp[i\phi(u)]$ 。相位调制因子 M'(u) 则 可由(8)式通过数值反演求得。

### 4 实 验

为了检验上述方法的正确性和可行性,以贝塞 尔振幅调制螺旋相位结构进行了验证,并得到了环 形光束。贝塞尔振幅调制螺旋相位结构的透射率函 数为<sup>[14]</sup>

$$\tau_n(r,\varphi) = \operatorname{circl}\left(\frac{r}{R}\right) \frac{\mathsf{J}_{n-1}(\alpha r)}{r} \exp(\mathrm{i}n\varphi), \quad (9)$$

式中 $(r, \varphi)$ 为相位平面上的坐标系, circl(r/R)为相

位结构的孔径, $J_{n-1}(\alpha r)/r$ 为调制振幅, $exp(in\varphi)$ 为 螺旋相位,n为螺旋相位结构的拓扑荷数,R为相位 结构的半径, $\alpha$ 为振幅调制参数。

在实验中,使用的是 Holoeye 公司生产的 LC-R 3000 型纯相位液晶空间光调制器。根据纯相位 传递函数实现复振幅调制的方法,为了能在正一级 方向得到(9)式给出的复振幅信息,令

$$T_{1}(r,\varphi) = \operatorname{circl}\left(\frac{r}{R}\right)^{\underbrace{\prod_{n=1}^{n}(\alpha r)}{r}} = \exp\{\operatorname{i}\left[1-M'(r,\varphi)\right]\pi\} \frac{\sin\{\pi\left[1-M'(r,\varphi)\right]\}}{\pi\left[1-M'(r,\varphi)\right]}.$$
(10)

由于给出相位调制函数  $M'(r, \varphi)$  的解析式比 较困难,在计算  $M'(r, \varphi)$  的过程中通常利用(10) 式 做数值反演计算,将数值计算得到的相位调制函数  $M'(r, \varphi)$  代入(11) 式,得到的纯相位结构在正一级 方向的衍射即为(9) 式描述的复振幅。图 3 给出贝塞 尔调制振幅和与其相关联的调制相位分布  $M'(r, \varphi)$ ,计算参数分别为拓扑荷 n = 10,调制参数 a =4.45 mm<sup>-1</sup>,半径 R = 3 mm。图 3(a) 贝塞尔函数 J<sub>9</sub>(4.45r)/r的径向分布,通过(10) 式的数值反演计 算得到相应相位调制函数  $M'(r, \varphi)$  的径向分布,如 图 3(b)所示。





最终用于实验的相位图合成过程如图 4 所示, 图 4(a)为拓扑荷为 n=10、半径 R=3 mm 的螺旋相 位结构。相应的振幅调制函数为  $J_9(\alpha r)/r$ ,其中  $\alpha =$ 4.45 mm<sup>-1</sup>,根据(10)式做数值反演计算得出相应 的二维调制相位分布,如图 4(c)所示。图 4(b)为一 维闪耀光栅。最终显示在空间光调制器上的贝塞尔 振幅调制螺旋相位图如图 4(d)所示,根据纯相位型 空间光调制器实现复振幅调制的原理,图 4(d)是由 图 4 中的(c)×[(a)+(b)]过程合成的。

实验采用图 5 所示的光路图。光源为波长为

532 nm 的半导体激光器,激光经过空间滤波器滤 波、扩束后由透镜 L1 准直得到平面波。在光束入 射到空间光调制器显示界面前用一圆形光阑限制光 束的大小,以避免入射光束溢出空间光调制器显示 界面。在这里需要注意的是为了防止光阑限制光束 时引起的衍射,造成入射光严重偏离平面波,圆形光 阑应该尽可能离空间光调制器近一点,并且光阑的 孔径要比显示在空间光调制器上的螺旋相位结构大 一些,这样可以保证入射光束尽量接近严格的平面 波。空间光调制器为 Holoeye 生产的 LC-R 3000



型纯相位空间光调制器,其分辨率为1920 pixel×

- 图 4 (a) 螺旋相位结构, (b) 相位光栅, (c) 调制相位  $M'(r, \varphi)$ 的二维分布, (d)贝塞尔振幅调制螺旋相 位图
- Fig. 4 (a) Spiral phase, (b) phase grating, (c) 2D distribution of phase modulation  $M'(r, \varphi)$ , (d) Bessel amplitude modulated spiral phase mask

位图通过计算机实时显示在空间光调制器上并对入 射光进行调制,在正一级方向得到贝塞尔振幅调制 的环形光束,通过透镜 L2 对正一级方向的衍射光 束汇聚,在其后焦平面上用 CCD 相机接收实验 结果。







图 6 给出了 CCD 记录的实验结果,实验中采用 了拓扑荷 n = 10, R = 3 mm 的螺旋相位结构。 图 6(a)为拓扑荷为 10 的环状光束,其中振幅调制 参数为 $\alpha = 4.45 \text{ mm}^{-1}$ ,图 6(b)为贝塞尔振幅调制 螺旋相位结构产生环形光束的理论和实验对比图, 理论曲线和实验曲线几乎完全吻合。实验结果表 明,基于纯相位空间光调制器的复振幅调制方法是 正确、可行的。



图 6 实验结果。(a)贝塞尔振幅调制螺旋相位结构产生的环状光束,(b)理论与实验对比图 Fig. 6 Experimental result. (a) doughnut beam generating by Bessel amplitude modulated spiral phase mask, (b) intensity profiles comparision of the theory and experimental result

### 结 5 论

介绍了一种基于纯相位液晶空间光调制器进行 复振幅调制的方法,并给出了这种调制方法的理论 分析,即通过调制相位传递函数的衍射效率,在正一 级方向实现对光束的复振幅调制。基于该理论,利 用 Holoeye 公司生产的 LC-R 3000 型纯相位液晶 空间光调制器实现了贝塞尔振幅调制螺旋相位结 构,并产生了环状光束,实验结果与理论计算的对比 结果证明了基于纯相位空间光调制器复振幅调制方 法的有效性。这种利用纯相位空间光调制器进行复 振幅调制的方法将会广泛用于光束整形以及光信息 处理中。

### 文 老 献

- 1 F. Severin, J. Alexander, B. Stefan et al. . Spiral phase contrast imaging in microscopy [J]. Opt. Express, 2005, 13 (3):  $689 \sim 694$
- 2 Cai Dongmei, Yao Jun, Jiang Wenhan. Performance of liquidcrystal spatial light modulator using for wave-front correction[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(2): 285~291

蔡冬梅,姚 军,姜文汉.液晶空间光调制器用于波前校正的性能[J]. 光学学报,2009,**29**(2):285~291

- 3 Chen Huaixin, Sui Zhan, Chen Zhenpei *et al.*. Laser beam shaping using liquid crystal spatial light modulator [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(9): 1107~1111
- 陈怀新,隋 展,陈祯培等.采用液晶空间光调制器进行激光光 束的空间整形[J].光学学报,2001,21(9):1107~1111
- 4 Liu Yongjun, Xuan Li, Hu Lifa *et al.*. Investigation on the liquid crystal spatial light modulator with high precision and pure phase [J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(12): 1682~1686 刘永军,宣 丽, 胡立发等. 高精度纯相位液晶空间光调制器的 研究[J]. 光学学报, 2005, 25(12): 1682~1686
- 5 B. Liesl, A. L. Igor, F. Andrew. Simulating atmospheric turbulence using a phase-only spatial light modulator[J]. South African Journal of Science, 2008, 104(3-4): 129~134
- 6 A. Jeffrey, E. M. Dylan, M. C. Don *et al.*. Two-dimensional polarization encoding with a phase-only liquid-crystal spatial light modulator[J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(10): 1549~1554
- 7 Ma Haotong, Liu Zejin, Zhou Pu *et al.*. Generation of flat-top beam with phase-only liquid crystal spatial light modulators[J]. *J. Opt.*, 2010, **12**(4): 045704
- 8 A. Taro, O. Yoshiyuki, M. Naoya *et al.*. Mode purities of Laguerre-Gaussian beams generated via complex-amplitude

modulation using phase-only spatial light modulators [J]. Opt. Lett., 2009, 34(1): 34~36

- 9 A. Jeffrey, M. Don, C. Juan *et al.*. Encoding amplitude information onto phase-only filters [J]. *Appl. Opt.*, 1999, 38(23): 5004~5013
- 10 A. Jeffrey, M. Don, C. Juan *et al.*. Bessel function output from an optical correlator with a phase-only encoded inverse filters[J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(32): 6709~6713
- 11 G. Oscar, D. Jeffrey, N. Josep *et al.*. Complex encoding of rotation-invariant filters onto a single phase-only spatial light modulator[J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(11): 1973~1980
- 12 J. A. Davis, K. O. Valadez, D. M. Cottrell. Encoding amplitude and phase information onto a binary phase-only spatial light modulator[J]. Appl. Opt., 2003, 42(11): 2003~2008
- 13 T. Ando, Y. Ohtake, N. Matsumoto *et al.*. Mode purities of laguerre-gaussian beams generated via complex-amplitude modulation using phase-only spatial light modulators [J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(1): 34~36
- 14 Chen Jun, Zhao xing, Fang Zhiliang *et al.*. Explicit relations and opticmal parameters for sidelobe suppression in optical vortices with a modified Bessel function[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2010, **27**(4): 935~940