

基于最小二乘拟合的波片相位延迟测量

侯俊峰 王东光 邓元勇 张志勇 孙英姿

(中国科学院国家天文台中国科学院太阳活动重点实验室, 北京 100012)

摘要 提出一种精密测量波片相位延迟的新方法。将待测波片置于起偏器和检偏器之间,通过步进电机控制波片匀速旋转,基于最小二乘法拟合出射光强随波片方位角变化的曲线,进而得到波片延迟。根据上述原理,建立了一套波片延迟测量系统,并分析了系统的稳定性、可测量的延迟范围、接收器件的非线性效应、系统误差源这4个影响测量精度的主要方面。结果表明,该系统不适于测量 $\lambda/2$ 波片;检偏器方位角在 $\pm 38^\circ$ 范围内,采样间隔小于 10° 时系统较稳定;接收器件的二次非线性效应产生较大的系统误差;波片初始角度误差和检偏器方位角误差对该系统的延迟测量影响较大;除 $0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ 附近区域外,系统的检测重复偏差在 0.1° 以内;该检测精度在整个可见光区域基本保持不变。

关键词 测量;相位延迟;最小二乘法;波片

中图分类号 O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0812001

Phase Retardation Measurement with Least Square Fitting Method

Hou Junfeng Wang Dongguang Deng Yuanyong Zhang Zhiyong Sun Yingzi

(Key Laboratory of Solar Activity, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China)

Abstract A new method for measuring the retardation of waveplates with high precision is brought forward. The measured waveplate is placed between polarizer and analyzer, and rotates uniformly under the control of stepper motor. The phase retardation can be calculated with the least square method fitting the curve of emergent light intensity variation with the azimuth angle of waveplate. Based on the analysis, an experimental system is established to measure the retardation. Four parts, including stability of the system, retardation range for measuring, nonlinearity of the detector, the main error sources of the system are analyzed. It is found that $\lambda/2$ waveplate cannot be measured in this system; higher stability can be obtained when the azimuth angle of analyzer ranges from -38° to 38° and the sampling interval is less than 10° ; the detector has large second-order nonlinear effect; the measurement precision is mainly affected by the uncertainty of azimuth angle of waveplate and analyzer; repeatability of the system is within 0.1° except for the areas near $0^\circ, 180^\circ$ and 360° . The measurement precision of the system is almost constant in visible range.

Key words measurement; phase retardation; least square method; waveplate

OCIS codes 120.2130; 120.5050; 120.5410; 260.2130; 260.5430

1 引言

波片是偏振光学技术中的重要元件,它可以改变入射光的偏振状态,被广泛应用于光弹力学、现代光通讯技术和光学精密测量等诸多领域。在太阳物理研究中,根据塞曼分裂原理,太阳磁场的测量实际上是通过偏振分析器^[1]实现对太阳光斯托克斯偏振分量的测量,进而得到太阳磁场与偏振态的关系^[2],

以此研究黑子、耀斑以及日冕物质抛射(CME)等与磁场有关的太阳活动现象。波片是偏振分析器的核心元件,它的研制精度直接影响望远镜的偏振精度。随着太阳物理研究的日益深入,天文学家对太阳磁场望远镜的偏振测量精度提出更高的要求,例如美国的先进技术太阳望远镜(ATST)要求达到 5×10^{-4} ^[3],中国在研的空间太阳望远镜(SST)更是要

收稿日期: 2011-01-20; 收到修改稿日期: 2011-03-14

基金项目: 国家自然科学基金(10778723, 10878016, 10803012)资助课题。

作者简介: 侯俊峰(1986—),男,博士研究生,主要从事偏振光学方面的研究。E-mail: jfhou@bao.ac.cn

导师简介: 王东光(1966—),女,博士,研究员,主要从事偏振光学与太阳磁场测量等方面的研究。

E-mail: wdg@bao.ac.cn

求达到 2×10^{-4} [4]。波片的高精度测量是获得高质量波片的必要条件[5,6]。

目前波片相位延迟的测量方法有很多,如光强法[7~9]、补偿法[10,11]、调制法[12,13]和分频激光探测法[14,15]等,每种方法都有自己的优缺点。其中光强法由于实验装置简单而常被采用。传统的光强法通过测量光强的极大、极小值来求得波片相位延迟[8,9],该方法的测量精度受光强稳定性和探测器非线性影响较大。本文将待测波片置于起偏器和检偏器之间,通过步进电机控制波片匀速旋转,基于最小二乘法拟合出射光强随波片方位角变化的曲线,进而得到波片延迟,降低了光强抖动对测试精度的影响;理论分析了该法不适合测量 $\lambda/2$ 波片的原因;采用最小化系统矩阵的条件数[16]的方法,优化了检偏器方位角、探测器采样间隔两个主要的系统参数,提高了系统的稳定性;同时采用消光比为 10^{-4} 的偏振片校准探测光强,补偿了接收器件的非线性带来的系统误差,提高了系统测量精度。

2 测量原理

图1是波片延迟测量的原理图。取 x 为起偏器 P 的主轴方向, z 轴为入射光的传播方向,检偏器 A 主轴方向与 x 轴成 θ_a ,待测波片 C 置于起偏器和检偏器之间,且以角速度 ω 在垂直于入射光的平面内匀速旋转。

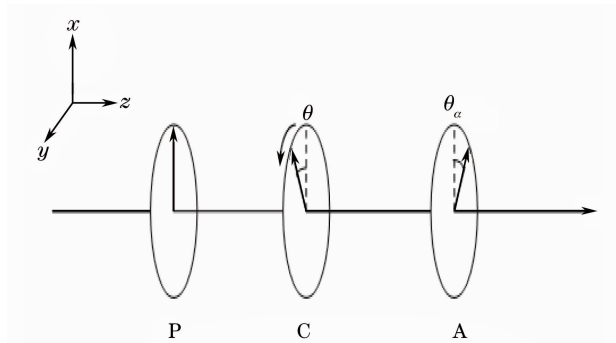


图1 波片延迟测量原理

Fig. 1 Principle of waveplate retardation measurement

根据米勒矩阵方法得到出射光强

$$I = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{M}_A \mathbf{M}_C \mathbf{M}_P [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T = c_1 + c_2 \sin 4\theta + c_3 \cos 4\theta, \quad (1)$$

式中

$$c_1 = \tau_1 \left[1 + \frac{1}{2}(1 + \cos \delta) \cos 2\theta_a \right],$$

$$c_2 = \tau_1 \frac{1}{2}(1 - \cos \delta) \sin 2\theta_a,$$

$$c_3 = \tau_1 \frac{1}{2}(1 - \cos \delta) \cos 2\theta_a,$$

$\mathbf{M}_P, \mathbf{M}_C, \mathbf{M}_A$ 分别为 P, C, A 的米勒矩阵, τ_1 为测试波片时系统的光强透射率, θ 和 δ 分别为待测波片的方位角和延迟量。

由(1)式可知,出射光强 I 随 θ 的变化曲线为正弦曲线,在 2π 周期内每隔 n 度采集一组数据,得到 $360/n$ 个未知数为 c_1, c_2, c_3 的线性方程。采用最小二乘拟合求解系数 c_1, c_2, c_3 。则波片的相位延迟为[17]

$$\delta = 2 \arcsin \sqrt{\frac{\sqrt{c_2^2 + c_3^2} + c_3}{c_1 + c_3}}. \quad (2)$$

3 测试装置

根据上述测量原理建立的实验装置及光路如图2所示。将配有高精度稳压电源的溴钨灯作为入射光源,出射光经过准直镜转化为平行光通过各偏振元件。两个格兰-汤普森棱镜分别作为检偏器和起偏器,与待测波片分别安装于各自的电控精密转台上。转台的转动精度优于 $10''$,可由计算机控制 360° 自由旋转,并记录转动信息。成像镜将经过偏振系统的光束会聚于单色仪的入射狭缝,使用光电倍增管作为单色光源接收系统。为了避免市电系统不稳定对测试造成的干扰,所有的电子仪器都经由稳压电源供电。调整好光路后,由步进电机控制待测波片旋转,基于最小二乘原理拟合接收光强随波片方位角变化的曲线,进而得到波片延迟。

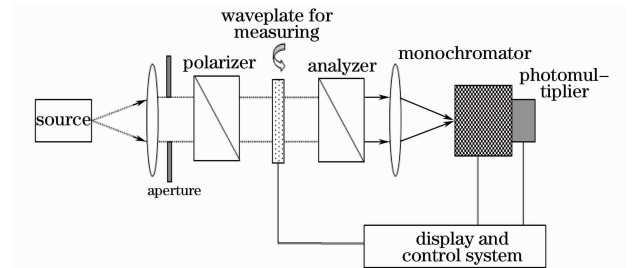


图2 实验装置

Fig. 2 Experimental setup

4 系统分析

延迟的高精度测量需要对系统性能和参数进行全面的分析和优化。下面将系统地分析测试系统的稳定性、延迟测量范围、接收器件的非线性效应、主要的误差源4个方面对测量精度的影响。

4.1 系统的稳定性

由于存在光源抖动和接收器件的光子噪声,提高系统的信噪比(SNR)和稳定性是实现高精度测量的

前提条件。该检测系统中 n 和检偏器 A 的主轴方位角 θ_a 为两个待定的系统参数,采用最小化系统矩阵的条件数^[16]的方法优化 n 和 θ_a ,提高系统的稳定性。

对于一个线性系统

$$Y = MX,$$

式中 M 为系统矩阵。系统的信噪比可以通过 M 的谱条件数 $\text{cond}(M)_2$ ^[18,19] 来度量, $\text{cond}(M)_2$ 越小,信噪比越高,系统越稳定。 $\text{cond}(M)_2$ 的表达式为

$$\text{cond}(M)_2 = \|M\|_2 \|M^{-1}\|_2 = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(M^T M)}{\lambda_{\min}(M^T M)}}, \quad (3)$$

式中 $\lambda_{\max}, \lambda_{\min}$ 分别表示 M 的绝对值最大和绝对值最小的特征值。

4.1.1 采样间隔 n 的优化

探测器每隔 n 度采集一个光强值 I_i , 得到 $360/n$ 组线性方程, 则(1)式可用矩阵语言描述为

$$I = M_n C, \quad (4)$$

式中

$$M_n = \begin{bmatrix} 1 & \sin 0^\circ & \cos 0^\circ \\ 1 & \sin(4 \times n^\circ) & \cos(4 \times n^\circ) \\ 1 & \sin(4 \times 2n^\circ) & \cos(4 \times 2n^\circ) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin(4 \times 360^\circ) & \cos(4 \times 360^\circ) \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{\frac{360}{n}} \end{bmatrix},$$

M_n 为系统矩阵。图 3(a) 为 M_n 的条件数随 n 变化的曲线。结果表明, 若 $0 < n < 10$, 系统矩阵的谱条件数最小, 且几乎不变, 系统最稳定。综合考虑采样时间和数据量, 选择 $n=5$ 。

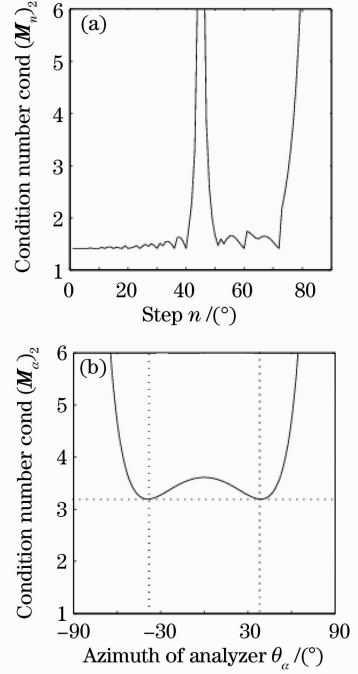


图 3 采样间隔 n (a) 和检偏器方位角 θ_a (b) 的优化
Fig. 3 Optimization of (a) step n and (b) azimuth of analyzer θ_a

4.1.2 检偏器主轴方位角 θ_a 优化

(1)式可用另一种矩阵方式描述为

$$I = \tau_1 M_a \begin{bmatrix} 1 \\ \cos \delta \end{bmatrix}, \quad (5)$$

式中

$$M_a = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 + \cos 2\theta_a + \cos(2\theta_a - 0) & \cos 2\theta_a - \cos(2\theta_a - 0) \\ 2 + \cos 2\theta_a + \cos(2\theta_a - 4 \times n^\circ) & \cos 2\theta_a - \cos(2\theta_a - 4 \times n^\circ) \\ 2 + \cos 2\theta_a + \cos(2\theta_a - 4 \times 2n^\circ) & \cos 2\theta_a - \cos(2\theta_a - 4 \times 2n^\circ) \\ \vdots & \vdots \\ 2 + \cos 2\theta_a + \cos(2\theta_a - 4 \times 360^\circ) & \cos 2\theta_a - \cos(2\theta_a - 4 \times 360^\circ) \end{bmatrix}.$$

令 $n=5$, 最小化 M_a 的条件数 $\text{cond}(M_a)_2$ 优化系统参数 θ_a , 优化结果如图 3(b) 所示。结果表明, $\theta_a = \pm 38^\circ$ 时, 系统矩阵的谱条件数最小, 系统稳定性较高。考虑单色仪的偏振效应^[20], 选取检偏器主轴方向与单色仪入射狭缝平行, 即 $\theta_a = 0^\circ$, 此时条件数为相对小值。

4.2 系统的延迟测量范围

系统的延迟测量范围由理论本身决定。(1)式中, c_1, c_2, c_3 是 τ_1, δ 和 θ_a 的非线性函数, 求解延迟 δ 等价于隐函数的求解。根据隐含数存在定理^[21], 只有当 c_1, c_2, c_3 三元函数组的雅可比式 $\partial(c_1, c_2, c_3)/\partial(\tau, \delta, \theta_a) \neq 0$ 时, 隐含数存在。图 4 为非线性方程组的雅

可比式与待测延迟的关系。显然,当 $\delta=0^\circ, 180^\circ$ 和 360° 时雅可比式为零,表明该系统在这三个区域无解,即在该区域信噪比低,系统检测误差较大。因此,旋转波片法不适合测量 $\lambda/2$ 波片。

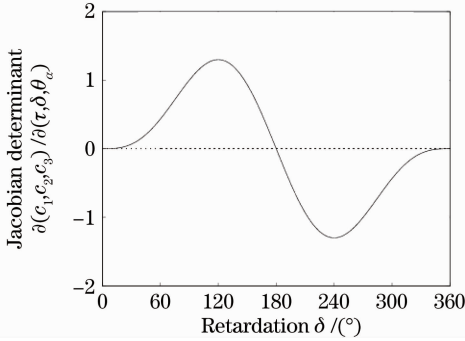


图 4 雅可比式与待测延迟的关系

Fig. 4 Relation between Jacobian determinant and measured retardation

4.3 接收器件的非线性效应

光强法测量波片延迟的光路中,接收器件的非线性可能会导致系统存在一个系统误差,降低了延迟的绝对测量精度,但不影响系统的重复精度。本节分析探测光强的非线性,并将分析前后的延迟测量结果与 Soleil 补偿器法比较。消除了非线性带来的系统误差,提高了系统的测量精度。将偏振片置于光轴上相互平行的起偏器和检偏器之间,通过步进电机控制偏振片以一定的角速度旋转 360° ,接收器件每隔 5° 采集一个光强。

在理想情况下,

$$I_p^0(i) = \tau_2 [1 \ 0 \ 0 \ 0],$$

$$\mathbf{M}_A \mathbf{M}_P(\theta_i) \mathbf{M}_P [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T = \tau_2 I_p(i), \quad (6)$$

式中

$$I_p(i) = \frac{1}{8} [\cos^2(i \times 10^\circ) + 2\cos(i \times 10^\circ) + 1].$$

由于接收器件的非线性,探测光强可能是理想光强的非线性函数:

$$I_{\text{polyfit}}(i) = a_0 + a_1 [\tau_2 I_p(i)] + a_2 [\tau_2 I_p(i)]^2 + a_3 [\tau_2 I_p(i)]^3 + \dots + a_m [\tau_2 I_p(i)]^m = b_0 + b_1 I_p(i) + b_2 I_p^2(i) + \dots + b_m I_p^m(i), \quad (7)$$

$$\chi^2 = \frac{1}{72} \sum_{i=1}^{72} [I_p^m(i) - I_{\text{polyfit}}(i)]^2$$

式中 τ_2 为非线性校准时系统的光强透射率, a 为接收器件的非线性系数, b 为实际拟合系数, I_{polyfit} 为拟合光强, I_p^m 为测量值, χ^2 为残差,反映曲线拟合程度。

表 1 为探测光强的拟合结果, N 为测量次数, m 为拟合阶数。从表中可以看出,探测光强的一阶效

应和二阶效应在同一个数量级;探测光强的三阶及以上的非线性效应影响不大,可以忽略。因此,接收器件主要存在二次非线性效应。

表 1 探测光强的多项式拟合 $\chi^2/(10^{-7} \text{ A})^2$

Table 1 Polynomial fitting of detecting intensity $\chi^2/(10^{-7} \text{ A})^2$

N	$m=1$	$m=2$	$m=3$
1	0.003882402	0.002539275	0.002492415
2	0.004689313	0.001844616	0.001766068
3	0.007518336	0.003150020	0.003107364
4	0.013809120	0.003637297	0.003629911
5	0.020285970	0.003628680	0.003594063

尽管如此,此方法并没有得到真正的非线性系数,多项式拟合得到的多项式系数 b 与接收器件实际的非线性系数 a 通过 τ_2 建立联系[见(7)式]。然而,该方法基本可以消除接收器件的非线性效应,且不影响波片延迟的测量,原因如下。

在理想条件下,置入待测波片后的探测光强为 $I_{\text{wp}} = \tau_1 [1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{M}_A \mathbf{M}_C \mathbf{M}_P [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T = \tau_1 I_{\text{wp}}(\delta, \theta_\alpha)$ 。

考虑非线性时,

$$I_{\text{wp}}^m = a_2 I_{\text{wp}}^2 + a_1 I_{\text{wp}} + a_0 = \frac{b_2}{\tau_2^2} (\tau_1 I_{\text{wp}})^2 + \frac{b_1}{\tau_2} (\tau_1 I_{\text{wp}}) + b_0 = b_2 \tilde{I}_{\text{wp}}^2 + b_1 \tilde{I}_{\text{wp}} + b_0, \quad (9)$$

$$\tilde{I}_{\text{wp}} = \frac{\tau_1}{\tau_2} I_{\text{wp}}(\delta, \theta_\alpha), \quad (10)$$

式中 $I_{\text{wp}}, I_{\text{wp}}^m, \tilde{I}_{\text{wp}}$ 分别表示理想情况、消除非线性效应前、消除非线性效应后的探测光强。从(8)式和(10)式易知, I_{wp} 和 \tilde{I}_{wp} 的函数形式保持一致,相差一个比例因子 $1/\tau_2$ 。将 I_{wp} 和 \tilde{I}_{wp} 代入(1)式和(2)式得到

$$\tilde{\delta} = 2\arcsin \sqrt{\frac{\sqrt{(c_2/\tau_2)^2 + (c_3/\tau_2)^2} + c_3/\tau_2}{c_1/\tau_2 + c_3/\tau_2}} = 2\arcsin \sqrt{\frac{\sqrt{c_2^2 + c_3^2} + c_3}{c_1 + c_3}} = \delta, \quad (11)$$

式中 δ 和 $\tilde{\delta}$ 分别表示理想情况下和消除非线性效应后求得的波片延迟。(11)式表明上述的非线性校准方法不影响延迟的测量。

本测试系统在 532.4 nm 波长处测量了 $\lambda/4$ 波片和 128° 波片,测量结果如表 2 所示。可见,考虑接收器件的非线性效应前后,波片延迟相差大于 1° ;消除非线性效应后的结果与利用 Soleil 补偿器测量的结果相差小于 0.3° ,该误差在 Soleil 补偿器测量误差范围内。表明接收器件的非线性效应导致较大的系统误差,且系统的重复性很好。

表2 测量结果
Table 2 Measurement results

	Waveplate 1 $\delta_1 / (^\circ)$		Waveplate 2 $\delta_2 / (^\circ)$	
	With nonlinearity	Without nonlinearity	With nonlinearity	Without nonlinearity
1	91.9073	90.6085	129.0485	127.8904
2	91.9127	90.6141	129.0310	127.8723
3	91.8998	90.6011	129.0230	127.8635
4	91.8730	90.5743	129.0336	127.8740
5	91.8948	90.5955	129.0593	127.9008
Average	91.89752	90.5987	129.03908	127.8802
Soleil compensator	90.37		128.18	

4.4 误差分析

本测试系统的测量精度主要受3方面因素限制：准直光束偏离、光源波动和方位角误差。其中方位角误差主要来源于待测波片初始角度误差、步进电机旋转误差和检偏器方位角误差。

当入射角最大为 1° 时，准直光束偏离带来的延迟误差为 $\Delta\delta_0/\delta=0.006\%^{[6]}$ 。

最小二乘拟合方法是一个非线性过程，不能做简单的误差分析，因此，将使用计算机模拟估计后两方面因素带来的延迟测量误差。模拟过程为：假定整个测量系统是理想的，通过米勒矩阵运算得到出射光强 I [见(1)式]，由(2)式求得理想情况下待测波片的延迟 δ_{theory} ；假定系统中的某一误差源存在最大误差 Δ ，由Matlab随机函数rand随机给出该误差源的误差 Δ_i ($|\Delta_i| \leq \Delta$)，同理可得到非理想情况下的波片延迟 δ_e ； $\Delta\delta = |\delta_{\text{theory}} - \delta_e|$ ， $\Delta\delta$ 即为该误差源引起的延迟测量误差。系统的测量精度等于各单项误差的平方和，即

$$\Delta\delta = \sqrt{\Delta\delta_0^2 + \Delta\delta_1^2 + \Delta\delta_2^2 + \Delta\delta_3^2 + \Delta\delta_4^2},$$

式中 $\Delta\delta_0, \Delta\delta_1, \Delta\delta_2, \Delta\delta_3, \Delta\delta_4$ 分别表示准直光束偏离、光源波动、待测波片初始角度不准确、步进电机旋转角度不准确和检偏器方位角不准确带来的误差。

计算机模拟中，光源波动为 0.13% ，波片初始角度误差 1° ，检偏器方位角误差 1° ，步进电机旋转精度 $10''$ 。图5和图6分别给出单项误差和总的测量误差。分析发现，在 $0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ 附近 $\pm 5^\circ$ 区域内，测试精度受光源波动影响很大，测试误差在 2° 以内，这是由于该方法在 $0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ 附近信噪比很低，无法进行高精度测量（见4.2节）；在其他范围，步进电机的旋转误差的影响微乎其微，测试精度主要受波片初始角度误差和检偏器方位角误差的影响，系统的检测重复偏差在 0.1° 以内。

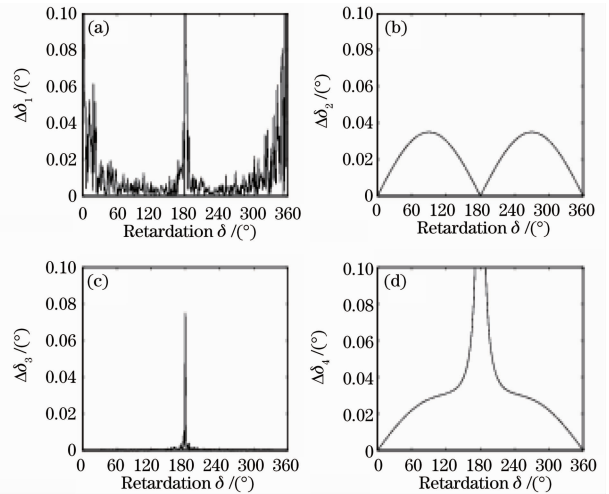


图5 误差的模拟

Fig. 5 Computer simulation of measurement error

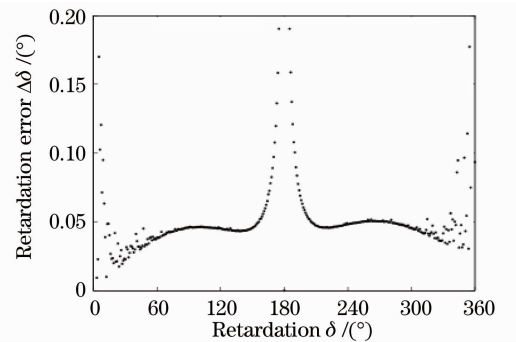


图6 测量误差与波片延迟的关系

Fig. 6 Relation between measurement error and waveplate retardation

5 结论

该测试系统的优点在于：1) 光路简单，误差源少；2) 使用偏振片对探测光强做了多项式拟合，基本消除了接收器件的非线性；3) 最小二乘拟合方法拟合光强求解波片延迟，提高了信噪比，延迟测量精度更高。实验结果表明，该测试系统不适于 $\lambda/2$ 波片测量；检偏器方位角在 $\pm 38^\circ$ 范围内，采样间隔小于

10°时系统较稳定;波片初始角度误差和检偏器方位角误差对该系统的延迟测量影响较大,系统的检测重复偏差在 0.1°以内。

参 考 文 献

- 1 Zhang Zhiyong, Deng Yuanyong, Wang Dongguang *et al.*. Near infrared polarimeter based on liquid crystal variable retarders[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(3): 696~702
张志勇, 邓元勇, 王东光等. 基于液晶波片的近红外偏振分析器[J]. *中国激光*, 2010, **37**(3): 696~702
- 2 Lin Yuanzhang. Introduction to Solar Physics [M]. Beijing: Science Press, 2000. 70~74
林元章. 太阳物理导论[M]. 北京: 科学出版社, 2000. 70~74
- 3 Thomas Rimmele, Rob Hubbard, K. S. Balasubramaniam *et al.*. Instrumentation for the advanced technology solar telescope[C]. *SPIE*, 2004, **5492**: 944~957
- 4 Wang Dongguang, Deng Yuanyong, Ai Guoxiang. Analysis of a new polarimeter for space solar telescope [C]. *SPIE*, 2002, **4843**: 406~413
- 5 Wang Dongguang, Deng Yuanyong, Zhang Zhiyong *et al.*. Development of achromatic waveplate with large aperture [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(4): 979~986
王东光, 邓元勇, 张志勇等. 大口径消色差波片的研制[J]. *中国激光*, 2010, **37**(4): 979~986
- 6 Guo Lijiao, Wu Fuquan, Song Lianke *et al.*. Design of mica achromatic half wave-plate with simulated annealing algorithm [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(6): 1574~1578
郭丽娇, 吴福全, 宋连科等. 用模拟退火算法设计的云母 $\lambda/2$ 消色差复合波片[J]. *中国激光*, 2010, **37**(6): 1574~1578
- 7 Lih-Horng Shyu, Chieh-Li Chen, Der-Chin Su. Method for measuring the retardation of a wave-plate [J]. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(22): 4228~4230
- 8 Wang Wei, Li Guogua, Wu Fuquan *et al.*. A new method of measuring wave plate phase delay and fast axis azimuth [J]. *Chinese J. Lasers*, 2003, **30**(12): 1121~1123
王伟, 李国华, 吴福全等. 测量波片延迟量和快轴方位的新方法[J]. *中国激光*, 2003, **30**(12): 1121~1123
- 9 Sun Yingzi, Wang Dongguang, Zhang Hongqi *et al.*. Method and precision analysis for measuring retardation of infrared waveplate [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(5): 685~688
孙英姿, 王东光, 张洪起等. 红外波片相位延迟的测试方法及精度分析[J]. *光学学报*, 2006, **26**(5): 685~688
- 10 Su Meikai, Song Lianke, Li Yi *et al.*. Compensation method for measuring wave plates [J]. *Applied Laser*, 1990, **10**(5): 220~222
苏美开, 宋连科, 李艺等. 波片测量中的补偿法[J]. *应用激光*, 1990, **10**(5): 220~222
- 11 Yun Maojin, Li Guohua. Phase retardation measurement with $\lambda/4$ wave-plate [J]. *Laser Technology*, 2001, **25**(5): 328~330
云茂金, 李国华. 晶体相位延迟测量的 $\lambda/4$ 波片法及理论研究[J]. *激光技术*, 2001, **25**(5): 328~330
- 12 P. A. Williams, A. H. Rose, C. M. Wang. Rotating-polarizer polarimeter for accurate retardance measurement [J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(25): 6466~6472
- 13 Lin Jingfung. Simultaneous measurement of optical rotation angle and retardance [J]. *Opt. Commun.*, 2008, **281**(5): 940~947
- 14 Liu Weixin, Liu Ming, Zhang Shulian. Method for the measurement of phase retardation of any wave plate with high precision [J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(30): 5562~5569
- 15 Liu Weixin, Zhang Shulian, Ding Ming *et al.*. Error analysis and experimental testing of measuring wave plate based on laser frequency splitting [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2010, **37**(2): 54~59
刘维新, 张书练, 丁铭等. 激光频率分裂测波片的误差分析和实验评价[J]. *光电工程*, 2010, **37**(2): 54~59
- 16 Matthew H. Smith. Optimization of a dual-rotating-retarder Mueller matrix polarimeter [J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(13): 2488~2493
- 17 Sun Yingzi, Wang Dongguang, Zhang Zhiyong *et al.*. On the intensity method for measuring waveplate phase decay [J]. *Astronomical Research & Technology*, 2008, **5**(1): 74~82
孙英姿, 王东光, 张志勇等. 波片相位延迟的光强测量法研究[J]. *天文研究与技术*, 2008, **5**(1): 74~82
- 18 J. S. Tyo. Noise equalization in Stokes parameter images obtained by use of variable-retardance polarimeters [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(16): 1198~1200
- 19 Li Qingyang, Wang Nengchao, Yi Dayi. Numerical Analysis [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001. 205~208
李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001. 205~208
- 20 Li Guohua, Yu Dehong, Xu Fuyun *et al.*. Polarization effects of grating monochromator and photomultiplier tubes [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 1989, **10**(5): 53~55
李国华, 于德洪, 许福运等. 光栅单色仪和光电倍增管的偏振效应[J]. *光谱学与光谱分析*, 1989, **10**(5): 53~55
- 21 Зорич, В. А. Mathematical Analysis 1 (2) [M]. Jiang Duo Transl. Beijing: Higher Education Press, 1989. 174~176
卓里奇. 数学分析 1(2)[M]. 蒋铎译. 北京: 高等教育出版社, 1989. 174~176