

循环-托普利兹块相位掩模可压缩双透镜成像

张 成 杨海蓉 韦 穗

(安徽大学计算智能与信号处理重点实验室, 安徽 合肥 230039)

摘要 压缩成像是压缩传感理论的重要应用领域之一, 可以用比 Nyquist 测量数目少的测量值捕获充分信息重建稀疏或可压缩图像。在研究现有的压缩成像方法的基础上, 给出一种新的循环-托普利兹块相位掩模矩阵可压缩双透镜成像方法。模拟实验结果表明新的相位掩模矩阵成像方法可以在欠采样的情况下有效地获得图像信息来重建原始图像。新方法的研究为确定性测量在压缩成像领域的应用提供了更多的支撑, 在拥有托普利兹和循环确定性测量优点的同时, 还拥有自身的块结构特点, 可以进一步减少物理实现成本。

关键词 图像处理; 相位掩模; 压缩传感; 压缩成像; 确定性测量; 循环-托普利兹块矩阵

中图分类号 TN911.74 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0811001

Compressive Double-Lens Imaging Using Circulant-Toeplitz-Block Phase Mask

Zhang Cheng Yang Hairong Wei Sui

(Key Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China)

Abstract Compressive imaging is an important application of the theory of compressive sensing, which can capture sufficient information of sparse/compressible image for reconstruction with fewer measurements than Nyquist samples. Taking advantage of the existing compressive imaging methods, a novel method — compressive double-lens imaging using circulant-Toeplitz-block phase mask is proposed. Simulation results show that the novel phase mask matrices imaging method can effectively capture the information of image for image reconstruction with subsamples. The research of new imaging method provides more supports for deterministic measurement in the application of compressive imaging, which, due to its specific structure, has more advantages than Toeplitz and circulant matrices, and reduces the difficulty and costs of the physical realization.

Key words image processing; phase mask; compressive sensing; compressive imaging; deterministic measurement; circulant-Toeplitz-block matrix

OCIS codes 110.1758; 100.3010; 100.3190; 100.2960; 110.2970

1 引 言

可压缩传感(CS)是信号获取和处理的一个新领域。它寻求从少量数目的线性和非适应性测量中保真地恢复一个稀疏信号。例如, 如果一幅图像用一个已知的变换(诸如小波变换或离散余弦变换等)后是可压缩的, 那么图像可用子 Nyquist 来测量并能得到精确重建。在模拟-数字转换应用领域, 可压缩传感

已经改变工程师关于信号获取的思考方式。

现在关于压缩成像(CI)方面的研究很多, 比较重要的有单像素摄像机^[1~3], 单视点压缩成像^[4], 压缩编码孔径成像^[5,6]和压缩雷达成像^[7,8]等。在文献[1~3]中, 提到用一个单像素摄像机代替经典的针孔摄像机来获取图像信息, 它用一个数字微镜阵列(DMD)并随机地改变数字微镜阵列来产生连续的随机曝

收稿日期: 2011-03-28; 收到修改稿日期: 2011-04-13

基金项目: 国家自然科学基金(60872106)和“新一代宽带无线移动通信网”国家科技重大专项(2009ZX-03006-001-02)资助课题。

作者简介: 张 成(1984—), 男, 博士研究生, 主要从事光学成像与相位恢复等方面的研究。E-mail: question1996@163.com

导师简介: 韦 穗(1946—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事图像处理与三维全息显示等方面的研究。

E-mail: swei@ahu.edu.cn

光,然后把图像随机投影在单个传感器上。Stern等^[4]提出单次拍摄可压缩成像方法,通过在传统光学系统中加入一个随机相位掩模实现随机投影。

目前的系统多数是采用随机投影作为测量矩阵,并且至今大部分工作也集中在 Gaussian 或 Bernoulli 随机测量上,因为恢复的性能[利用基追踪(BP)或正交匹配追踪(OMP)算法]与测量矩阵 Φ 有关。但是在不少应用中,因为物理条件的限制,都强调了在测量矩阵中降低随机性的需要。近期的理论研究提出某些确定性测量作为可压缩传感测量是有效的^[9~13],然而,在理论上,如何能决定一个给定的矩阵对 CS 重建是否是好的,如何构建好小的限制导容性质(RIP)约束并且具有小的压缩比 M/N ,还有待于进一步研究。

本文给出一种新的循环-托普利兹块相位掩模矩阵可压缩双透镜成像方法。模拟实验结果表明采用新的循环-托普利兹块相位掩模矩阵可以有效地获得图像测量值来重建原图像。新的相位掩模矩阵可以在多通道成像领域取得极好的效果,采用新矩阵还可以有效地降低物理实现成本。

2 双透镜相位掩模压缩成像

对于在某个稀疏基 Ψ 上的稀疏的信号 f ,可以通过解决下面的最小化问题估计系数 $\hat{\theta}$:

$$\hat{\theta} = \arg \min \|\theta\|_1, \quad g = \Phi f = \Phi \Psi \theta, \quad (1)$$

式中 $\|\theta\|_1 = \sum_{i=1}^N |\theta_i|$, $g = \Phi f$ 为测量向量, Φ 为测量矩阵, $\Phi \Psi$ 为传感矩阵。因此通过从所有的系数向量 θ 中选择发现具有最小 l_1 范数的 $\hat{\theta}$,最终通过 $f = \Psi \hat{\theta}$ 重建原图像。

在实际测量过程中,需要考虑到各种误差对成像模型的影响,此时,(1)式就变成

$$\hat{\theta} = \arg \min \|\theta\|_1, \quad \|g - \Phi \Psi \theta\|_2 \leq \epsilon. \quad (2)$$

图1给出通过光学相位掩模实现 CS 测量中的

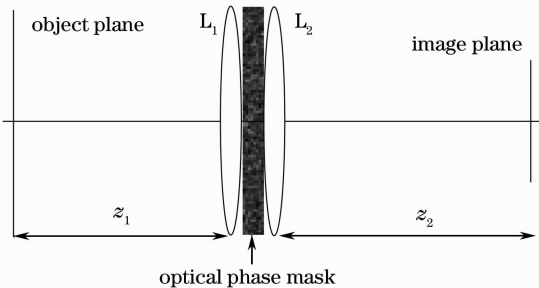


图1 CS 图像采集系统

Fig. 1 One setup to implement image acquisition using CS

随机投影算子 Φ ^[4]的一种可能的光学系统。在此系统中,物体被放在距离透镜 z_1 的位置处,在透镜两侧紧贴的是两个满足同一分布的光学相位掩模,物体发射出来的光通过直径为 D_1 、焦距为 f_{L_1} 的透镜 L_1 聚焦,再经过光学相位掩模进行随机调制后,散射光经过直径为 D_2 、焦距为 f_{L_2} 的透镜 L_2 聚焦。散射光到达透镜后面距离为 z_2 的一个 CCD 检测阵列。需要注意的是这个系统获得的压缩图像是通过单次曝光拍照获取的。

物体平面上的点 r_o 与图像平面上的点 r_i 之间的关系可以描述为

$$u(r_i, r_o) = K_0 \int \exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda z_1} (r_o - r_\varphi)^2 \right] \times \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda f_{L_1}} r_\varphi^2 \right] \exp [j\varphi(r_\varphi)] \times \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda f_{L_2}} r_\varphi^2 \right] \exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda z_2} (r_i - r_\varphi)^2 \right] dr_\varphi, \quad (3)$$

式中 λ 为波长, $\varphi(r_\varphi)$ 为满足一定分布的光学相位掩模, K_0 是一个固定的乘法系数。(3)式定义了输入输出场之间的相互关系。在文献[3]中表明如果相关长度 ρ_i 关于成像系统的其他维足够小,则离散算符 $u(r_i, r_o)$ 就是需要的随机投影。

在实际处理中,需要对上面的连续算符系统进行离散化处理。在均匀网格中, $f(x_o)$ 在点 $x_o = n\Delta_o$, $-N/2 \leq n \leq N/2 - 1, n \in \mathbb{Z}$ 处的采样和 $g(x_i)$ 在点 $x_i = m\Delta_i$, $-M/2 \leq m \leq M/2 - 1, m \in \mathbb{Z}$ 之间的关系通过(3)式的离散形式描述:

$$u(m\Delta_i, n\Delta_o) = K_0 \int_{-L/2}^{L/2} \exp \left[j \frac{\pi}{\lambda z_1} (n\Delta_o - \xi)^2 \right] \times \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda f_{L_1}} \xi^2 \right] \exp [j\varphi(\xi)] \times \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda f_{L_2}} \xi^2 \right] \exp \left[j \frac{\pi}{\lambda z_2} (m\Delta_i - \xi)^2 \right] d\xi, \quad (4)$$

式中 L 为光学相位掩模的大小,向量 g 由 M 个 $g(x_i)$ 采样组成,向量 f 由 N 个 $f(x_o)$ 采样组成, g 和 f 之间的关系通过线性方程 $g = \Phi f$ 描述,测量矩阵 Φ 是 $M \times N$ 大小的矩阵,其中的元可以表示为

$$\Phi_{m,n} = u(m\Delta_i, n\Delta_o), \quad (5)$$

希望 Φ 实现非相关随机投影,因此需要 Φ 的列是非相关的。该需要的物理意义是任意两个物体点的点冲激响应被 $k\Delta_o$ ($k \in \mathbb{Z}$) 分开。

3 循环-托普利兹块相位掩模

目前使用最多的是采用随机投影进行测量,也就是说测量矩阵 Φ 是 $M \times N$ 大小的随机高斯矩阵,

其中的元素 $a_{i,j}$ 服从 $N(0,1)$ 的 i. i. d. 高斯分布, φ_{Gauss} 有 $O(M \times N)$ 个自由元。在理论上, 高斯矩阵虽然随机性最好, 但是对于实际实现的物理系统, 高斯矩阵由于自由元太多, 不能实现或实现成本太高, 不利于广泛使用。近期有人提出某些确定性矩阵如 $\varphi_{\text{Toeplitz}}$ 和 $\varphi_{\text{circulant}}$ 也可以用来作为测量矩阵^[9~13], 它们分别有 $O(N+M-1)$ 和 $O(N)$ 个自由元素, 本文在现有的托普利兹和循环矩阵的基础上, 提出循环-托普利兹块相位掩模矩阵 $\varphi_{\text{circ-Toepl}}$, 其自由元素个数是 $O[k(p+q-1)] \approx O(N+M-1)$, 有着重要的实际意义, 其具体形式可表示为

$$\varphi_{\text{Gauss}} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,N} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M,1} & a_{M,2} & \cdots & a_{M,N} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\varphi_{\text{Toeplitz}} = \begin{bmatrix} a_N & a_{N-1} & \cdots & a_1 \\ a_{N+1} & a_N & \cdots & a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N+M-1} & a_{N+M-2} & \cdots & a_M \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\varphi_{\text{circulant}} = \begin{bmatrix} a_N & a_{N-1} & \cdots & a_1 \\ a_1 & a_N & \cdots & a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N-1} & a_{N-2} & \cdots & a_N \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\varphi_{\text{circ-Toepl}} = \begin{bmatrix} \varphi_k & \varphi_{k-1} & \cdots & \varphi_2 & \varphi_1 \\ \varphi_1 & \varphi_k & \cdots & \varphi_3 & \varphi_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \varphi_{s-1} & \varphi_{s-2} & \cdots & \cdots & \varphi_s \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{sp \times kq}, \quad (9)$$

$$\varphi_i = \begin{bmatrix} a_q & a_{q-1} & \cdots & a_2 & a_1 \\ a_{q+1} & a_q & \cdots & a_3 & a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{q+p-1} & a_{q+p-2} & \cdots & \cdots & a_p \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{p \times q}, \quad (10)$$

其中(10)式所表示的矩阵是(9)式中的子矩阵, $\{\varphi_i\}_{i=1}^k$ 表示 k 个形式如(10)式所示的矩阵, φ_i 中的独立元素 $\{a_j\}_{j=1}^{q \pm p - 1}$ 服从 $N(0,1)$ 的高斯概率分布。循环-托普利兹块矩阵可以在多通道成像和多维图像处理应用中取得非常好的对应。Toeplitz 类矩阵的优点同样适用于本文提出的矩阵, 例如高效的实现也适用于本文所考虑的矩阵^[9]。

压缩传感的重建算法众多^[14~18], 本文选用子空间追踪算法(SP)^[19]。SP 算法是目前求解(1)式和(2)式的最有效的算法之一, 其在重建可靠性和重建速度方面都有良好的性能表现。

图 2 是一维信号的 CS 重建实验, 信号长度

$N = 256$, 稀疏度 $K = 30$, 测量次数 $M = 128$, 为了简单起见, 假定稀疏矩阵 Ψ 是单位矩阵(该假定不影响实验结果), K 个非零值系数是 ± 1 , 其中图 2(a) 是原始信号 x , 图 2(b) 是测量向量 y , 图 2(c) 是重建信号 \hat{x} , 图 2(d) 是原始信号 x 与重建信号之间 \hat{x} 的误差, 当 $\text{norm}(x - \hat{x})$ 小于某一阈值(此处选取 10^{-6}) 时, 表示重建成功。

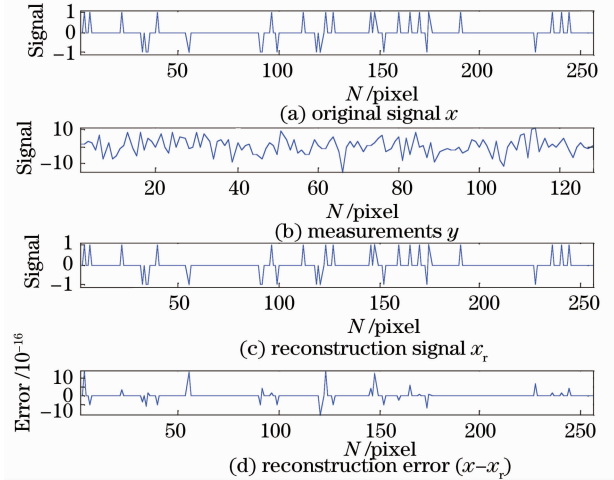


图 2 一维信号 CS 重建

Fig. 2 CS reconstruction for one-dimensional signal

各种测量矩阵重建效果的比较如图 3 和图 4 所示, 其中图 3 中信号长度 $N = 256$, 固定稀疏度 $K = 30$, 测量次数 M 从 80 逐渐变化到 140, 测量次数每次增加 3。图 4 的实验中信号长度 $N = 256$, 固定测量次数 $M = 128$, 稀疏度 K 从 20 逐渐增加到 60, 步长为 2。对每一组固定的参数(N, M, K) 分别测试 10000 次, 计算其重建成功率, 从图 3 和图 4 的实验结果可以看出, 本文提出的循环-托普利兹块测量矩阵[CT08, CT16, CT32, CT64 和 CT128, 其中 CT08 表示(10)式中的子矩阵的是 8×8 托普利兹矩阵, 其他与此类似]完全可以满足测量随机性的要求, 因此

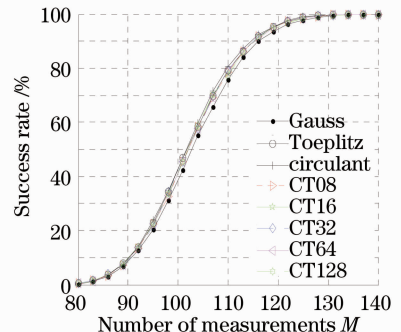


图 3 重建成功概率随测量次数 M 变化

Fig. 3 Success rate versus measurements number M

可以选用循环-托普利兹块矩阵作为光学相位掩模的分布。

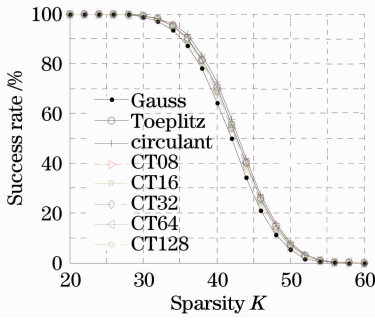


图 4 重建成功率随稀疏度 K 变化
Fig. 4 Success rate versus sparsity K

4 模拟实验

根据菲涅耳理论模拟实现 2D 场从物体平面到图像平面的传播。在模拟系统中,假设物体的像素大小为 1 mm, CCD 像素大小为 $100 \mu\text{m}$, 中心波长是 $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $z_1 = z_2 = 140 \text{ mm}$, $f_{L_1} = f_{L_2} = 280 \text{ mm}$ 。光学相位掩模的分布分别是 Gauss, Toeplitz 和 circulant, CT08, CT16, CT32, CT64 和 CT128 相位掩模, 其相干波长为 $\rho = 5 \mu\text{m}$ 。透镜的直径是 $D_1 = D_2 = 50 \text{ mm}$ 。这个模拟系统的条件满足[4]中所列的随机投影的要求。由于计算机资源的限制, 本文后面限定矩阵 Φ 和 Ψ 的大小是 4096×4096 。其中 Φ 的每行表示一个大小为 4096 的移变点扩展函数, 选取 Φ 的前 M 行作为测量矩阵。

为了克服计算机资源受限的问题, 本文对 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 大小的图像采用分块计算方法,

将图像分成 $64 \text{ pixel} \times 64 \text{ pixel}$ 大小的像素块, 对每一块矩阵分别求解, 对于每一个图像块, 分别计算其稀疏度 K , 对应的测量值 $M = \min(4K, 4096)$, 统计其测量值总数, 最终得到的结果如图 5 和图 6 所示, 对应的信噪比(SNR)如表 1 所示。

图 5 是 Lena 图像重建结果, 其中图 5(a)是原始图像, 采用 Daubechies5 小波基作为稀疏基, 对应的总稀疏度 $K = 9491$, 测量值总数是 20532, 是原有总像素数目的 7.83%。图 5(b)~(i)是分别采用 Gauss, Toeplitz, circulant, CT08, CT16, CT32, CT64 和 CT128 相位掩模的重建结果。

图 6 是 Cameraman 图像重建结果, 其中图 6(a)是原始图像, 采用 Daubechies6 小波基作为稀疏基, 对应的总稀疏度 $K = 11456$, 测量值总数 $M = 27928$ 是原有总像素数目的 10.7%。图 6(b)~(i)是分别采用 Gauss, Toeplitz, circulant, CT08, CT16, CT32, CT64 和 CT128 相位掩模的重建结果。

表 1 重构图像信噪比

Table 1 SNR of reconstructed image

Phase mask	SNR of Lena /dB	SNR of
		Cameraman /dB
Gauss	28.19	26.97
Toeplitz	28.50	27.30
circ.	28.39	27.54
CT08	28.11	27.10
CT16	28.11	27.34
CT32	28.25	27.26
CT64	28.21	27.33
CT128	28.15	27.21



图 5 Lena 图像重建

Fig. 5 Reconstruction of Lena image

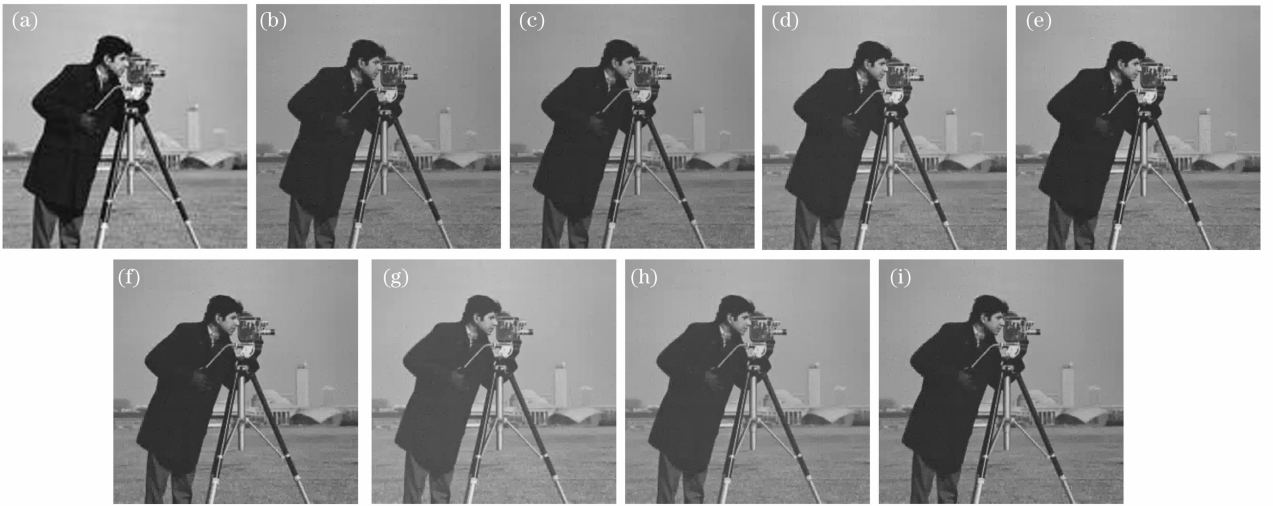


图 6 Cameraman 图像重建

Fig. 6 Reconstruction of Cameraman image

CS 理论两个重要优点是稳健性和渐进性, 稳健性是信号具有较好的抗噪性, 渐进性是随着测量次数 M 的增加, 重建的结果也越来越精确。这里的数据是归一化的(如图像的灰度值在 $[0, 1]$ 之间, 测量矩阵的每一行进行归一化, 其每一行的 l_2 范数之和为 1, 噪声向量也进行了归一化, 其 l_2 范数之和为 1), 噪声的方差 $\sigma^2 = 1.0$, 测试上面各种掩模在不同测量次数下的重建结果。测量次数 $M = [2000,$

2200, 2400, 2600, 2800, 3000] 下的重建结果, 计算 10 次测量下重建结果的信噪比的均值, 结果如图 7 所示。

图 7(a) 是 Lena 图像重建结果, 此处 Lena 图像大小是 $64 \text{ pixel} \times 64 \text{ pixel}$, 采用 Daubechies5 小波基作为稀疏基, 对应的稀疏度 $K = 868$, 图 7(b) 采用 Daubechies1 小波基作为稀疏基, 对应的稀疏度 $K = 734$, 图 8 中的实验条件与此保持一致。

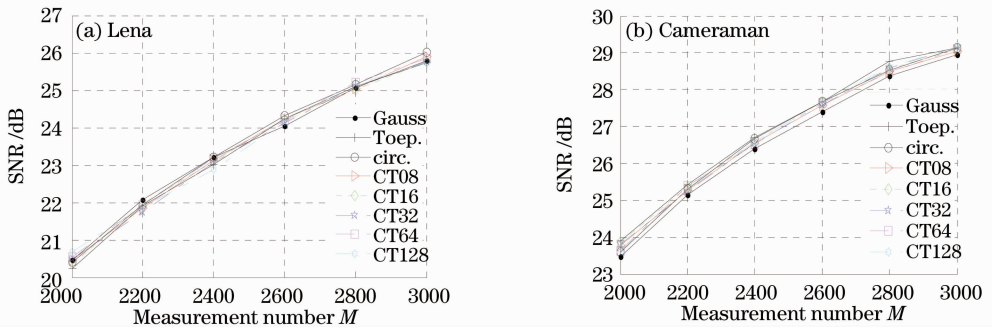


图 7 不同测量次数 M 下 CS 重建

Fig. 7 CS reconstruction with different number of measurements

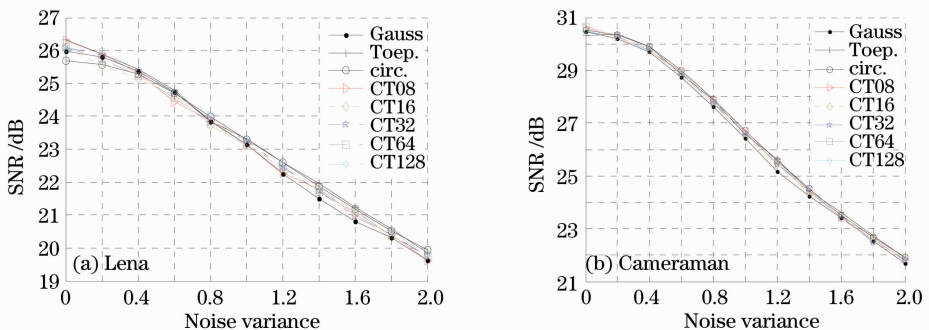


图 8 不同噪声方差下 CS 重建

Fig. 8 CS reconstruction with different noise variances

在实际成像处理过程中,由于各种因素的影响,往往会引入许多的误差,比如成像 CCD 上产生的随机误差等等,所以,测试本文的成像系统在方差 $\sigma^2 = [0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0]$ 的随机高斯噪声情况下的重建。测量次数 $M = 2400$,考虑到噪声的随机性,每一种方差 σ^2 噪声下测试 10 次,取其信噪比的均值,结果如图 8 所示,图 8(a)是 Lena 图像重建结果,图 8(b)是 Cameraman 图像重建结果。从图 8 的实验结果可以看出,本文的成像系统和循环-托普利兹块相位掩模矩阵具有较好的稳健性。

5 结 论

给出一种循环-托普利兹块相位掩模矩阵可压缩双透镜成像方法,CI 系统在循环-托普利兹块相位掩模的作用下可以在图像平面上捕获充分的物体的场信息。模拟实验结果表明对于在某个稀疏基 Ψ 上稀疏的图像,我们的 CI 成像系统可以在单次曝光下(一次测量所有值,这一点对物理实现意义重大,可以节约测量时间)从原始图像上捕获比原像素数目小的压缩测量中准确地重建原图像。本文提出的循环-托普利兹块相位掩模矩阵可压缩双透镜成像方法具有较好的渐进性和稳健性。下一步的研究工作是搭建一个实际光学平台来验证本文提出的成像方法的正确性,为 CI 的实际应用做出一定的贡献。

参 考 文 献

- 1 D. Takhar, J. N. Laska, M. B. Wakin *et al.*. A new compressive imaging camera architecture using optical-domain compression [C]. *SPIE*, 2006, **6065**: 606509
- 2 M. F. Duarte, M. A. Davenport, D. Takhar *et al.*. Single-pixel imaging via compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, **25**(2): 83~91
- 3 P. T. Boufounos, R. G. Baraniuk. 1-bit compressive sensing [C]. Conf. Information Sciences and Systems (CISS), 2008, 16~21
- 4 A. Stern, B. Javidi. Random projections imaging with extended space-bandwidth product [J]. *J. Display Technology*, 2007, **3**(3): 315~320
- 5 R. F. Marcia, R. M. Willett. Compressive coded aperture superresolution image reconstruction [C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing 2008 (ICASSP 2008), 2008, 833~836
- 6 Roummel F. Marcia, Zachary T. Harmany, Rebecca M. Willett. Compressive coded aperture imaging [C]. *SPIE*, 2009, **7246**: 72460G
- 7 R. Baraniuk, P. Steeghs. Compressive radar imaging [C]. 2007 IEEE Radar Conference, 2007, 128~133
- 8 M. A. Herman, T. Strohmer. High-resolution radar via compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(6): 2275~2284
- 9 W. U. Bajwa, J. D. Haupt, G. M. Raz *et al.*. Toeplitz-structured compressed sensing matrices [C]. Proceedings of the 2007 IEEE/SP 14th Workshop on Statistical Signal Processing, 2007, 294~298
- 10 H. Rauhut. Circulant and Toeplitz matrices in compressed sensing [C]. Proc. SPARS'09, 2009, <http://arxiv.org/abs/0902.4394>
- 11 R. DeVore. Deterministic constructions of compressed sensing matrices [J]. *J. Complexity*, 2007, **23**(4-6): 918~925
- 12 J. Haupt, W. U. Bajwa, G. M. Raz *et al.*. Toeplitz compressed sensing matrices with applications to sparse channel estimation [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, **56**(11): 5862~5875
- 13 Wang Kai, Liu Yulin, Zhang Jianxin. RIP analysis for quasi-Toeplitz CS matrices [C]. 2010 International Conference on Future Information Technology and Management Engineering (FITME), 2010, **2**: 9~10
- 14 Gao Rui, Zhao Ruizhen, Hu Shaohai. Variable step size adaptive matching pursuit algorithm for image reconstruction based on compressive sensing [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1639~1644
高睿,赵瑞珍,胡绍海.基于压缩感知的变步长自适应匹配追踪重建算法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(6): 1639~1644
- 15 Yang Hairong, Zhang Cheng, Ding Dawei *et al.*. The theory of compressed sensing and reconstruction algorithm [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2011, **39**(1): 142~148
杨海蓉,张成,丁大为等.压缩传感理论与重构算法[J]. *电子学报*, 2011, **39**(1): 142~148
- 16 Yang Hairong, Fang Hong, Zhang Cheng *et al.*. Iterative hard thresholding algorithm based on backtracking [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(3): 276~282
杨海蓉,方红,张成等.基于回溯的迭代硬阈值算法[J]. *自动化学报*, 2011, **37**(3): 276~282
- 17 Fang Hong, Zhang Quanbing, Wei Sui. Image reconstruction based on improved backward optimized orthogonal matching pursuit algorithm [J]. *J. South China University of Technology*, 2008, **36**(8): 23~27
方红,章权兵,韦穗.基于改进的后退型最优正交匹配追踪的图像重建方法[J]. *华南理工大学学报*, 2008, **36**(8): 23~27
- 18 Shi Guangming, Liu Danhua, Gao Dahua *et al.*. Advance in theory and application of compressed sensing [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2009, **37**(5): 1070~1081
石光明,刘丹化,高大化等.压缩感知理论及其研究发展[J]. *电子学报*, 2009, **37**(5): 1070~1081
- 19 W. Dai, O. Milenkovic. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, **55**(5): 2230~2249