

# 光纤布拉格光栅及其构成的法布里-珀罗腔的 相位谱特性研究

牛嗣亮 饶伟 姜暖 胡永明

(国防科学技术大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 光纤光栅的相位谱对光纤光栅法布里-珀罗(F-P)腔的光谱特性有重要影响。对光纤布拉格光栅(FBG)光谱,特别是FBG相位谱进行了深入分析,推导了低反射率FBG的线性相位谱的一般表达式,提出了高反射率FBG的三段线性相位近似方法,得到了简洁直观的相位谱数学表达式。然后采用和普通F-P腔对比的方式,以等效腔长的概念分析了FBG构成的F-P(FBG-FP)腔相位谱特性,并讨论了拟合法、周期法和傅里叶变换法这3种常用的FBG-FP腔长估计算法。设计了FBG-FP腔光谱测量方案,得到了高精度的光谱曲线,对比分析了前述3种腔长估计方法的计算结果,验证了理论分析的正确性。

**关键词** 光纤光学; 光纤布拉格光栅; 法布里-珀罗腔; 相位谱; 腔长估计

**中图分类号** TN253 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0806007

## Investigation on Phase Spectra of Fiber Bragg Gratings and the Constructed Fabry-Pérot Cavity

Niu Siliang Rao Wei Jiang Nuan Hu Yongming

(College of Optoelectric Science and Engineering, National University of Defense Technology,  
Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** Phase spectrum of fiber Bragg grating (FBG) has a major effect on spectral characteristics of the constructed Fabry-Pérot (F-P) cavity. By the analysis of spectral characteristics of an FBG, especially its phase spectrum, the linear phase spectrum of a weak grating is derived. Furthermore, the three-segment linear approximation is proposed for strong gratings with a concise expression. Then, based on the deduced analytic expressions of phase spectra, spectral characteristics of FBG based Fabry-Pérot (FBG-FP) cavities are investigated by the conception of effective cavity in comparison with general F-P cavities. The fitting method, periodic method and Fourier transform method for FBG-FP cavity length estimation are discussed. A scheme of spectral measurement of FBG-FP cavities is designed, which obtains spectral curves with a high accuracy. The above three methods for cavity length estimation are compared mutually with tested spectra, and theoretical analyses are validated.

**Key words** fiber optics; fiber Bragg grating; Fabry-Pérot cavity; phase spectrum; cavity-length estimation

**OCIS codes** 060.2370; 060.3735; 050.2230; 050.2770; 120.2230; 070.4790; 140.4780

## 1 引 言

光纤布拉格光栅(FBG)和光纤法布里-珀罗(F-P)腔有着优异的传感特性,在光纤传感和光纤通信领域有着广泛的应用<sup>[1~4]</sup>。由一对FBG作为反射镜可以构成本征型F-P腔,相对于非本征型的耗散

式短腔,这种结构有更高的灵敏度<sup>[5,6]</sup>。基于FBG的F-P(FBG-FP)腔作为一种谐振腔具有优良的滤波特性,可用作激光器谐振腔和选频器<sup>[7]</sup>。FBG-FP腔作为一种多光束干涉仪,具有波长编码和便于波长复用等优点,可以解决FBG在应用中灵敏度不

**收稿日期**: 2011-02-18; **收到修改稿日期**: 2011-05-13

**作者简介**: 牛嗣亮(1981—),男,博士研究生,主要从事光纤传感、信号处理等方面的研究。

E-mail: liusiliang12345@yahoo.com.cn

**导师简介**: 胡永明(1960—),男,教授,博士生导师,主要从事光纤传感技术等方面的研究。

E-mail: huyongming\_nudt@hotmail.com

高<sup>[8]</sup>及温度、应力交叉敏感问题<sup>[9]</sup>。这种紧凑结构可以极大地减少耦合器、熔接点和其他连接,简化传感结构,大大提高系统的复用数目。FBG-FP腔不但在振动<sup>[10]</sup>、准静态应力<sup>[6]</sup>和温度<sup>[11,12]</sup>等传感方面具有较好的探测性能,而且在大型工程建筑的状态监测方面还可以实现多参量同时测量<sup>[13]</sup>。

FBG-FP腔的传感性能取决于其优良的光谱特性。FBG-FP腔由两部分构成:FBG和腔中光纤。FBG-FP腔与普通F-P腔的不同之处在于其只在FBG带宽内反射,并且由于FBG相位谱的影响使其有更丰富的谐振条纹。吕昌贵等<sup>[7]</sup>从FBG相位谱角度对FBG-FP腔的纵模特性进行了分析。李文博等<sup>[14]</sup>把组成F-P腔的两个FBG的初始相位纳入了讨论范围。通常FBG的相位谱表示为反正切函数形式,目前还没有人对其进行简化得到更清晰直观的定量描述,因此FBG和FBG-FP腔的相位谱特性有待进一步研究。F-P腔中光纤长度决定了其光谱谐振模式。FBG-FP腔长测量与基于光谱分析的准静态参量解调的实验方法基本相同<sup>[15]</sup>,也是搭建匹配干涉仪实现动态信号解调的关键<sup>[10]</sup>。因此,FBG相位谱和FBG-FP腔长测量方法的研究对FBG-FP腔的理论分析和工程应用都有重要意义。

本文首先分析FBG的光谱特性,推导FBG相位谱简洁的数学表达式。然后采用和普通F-P腔对比的方式,以等效腔长概念分析了FBG-FP腔的光谱特性,并讨论了3种腔长测量方法。最后,设计了FBG-FP腔光谱测量方案,分析了实测光谱曲线。

## 2 FBG理论

光纤FBG-FP腔与普通F-P腔的不同之处在于其只在FBG带宽内反射,并且由于FBG相位谱的影响使其有更丰富的谐振条纹。因此,要分析FBG-FP腔的光谱特性,首先要分析FBG的光谱特别是相位谱特性。

### 2.1 FBG的强度谱

单模光纤FBG的反射强度谱可以表示为<sup>[1]</sup>

$$R = \frac{\sinh^2(\sqrt{\kappa^2 - \sigma^2}L)}{\cosh^2(\sqrt{\kappa^2 - \sigma^2}L) - \sigma^2/\kappa^2}, \quad (1)$$

交流耦合系数  $\kappa = \frac{\pi}{\lambda} \Delta n$ , 失谐波数  $\sigma = 2\pi n(1/\lambda - 1/\lambda_B)$ 。其中  $L, \Delta n, n$  和  $\lambda_B$  分别为FBG的长度、折射率调制深度、有效折射率和中心波长。当  $\sigma = 0$  时,峰值反射率为

$$R_{\max} = \tanh^2(\kappa_0 L), \quad (2)$$

式中  $\kappa_0 = \pi \Delta n / \lambda_B$ 。当  $\sqrt{\kappa^2 - \sigma^2}L = \pm ik\pi$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) 时,反射率为0,各阶零点波长表示为

$$\frac{1}{\lambda_{\pm k}} = \frac{1}{\lambda_B} \mp \frac{1}{2n} \sqrt{\left(\frac{k}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta n}{\lambda_B}\right)^2}. \quad (3)$$

特别的,可以得到FBG的零点带宽  $\Delta\lambda_0$  为

$$\frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_B} = \frac{\Delta n}{n} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_B}{\Delta n L}\right)^2}. \quad (4)$$

当  $\sqrt{\kappa^2 - \sigma^2} = 0$  时,可得  $\lambda_{\pm \text{band}} = \lambda_B [1 \pm \Delta n / (2n)]$ , 以下简称“边带波长”。

### 2.2 FBG的相位谱

光纤光栅的反射相位谱  $\phi_r(\lambda)$  表示为<sup>[7]</sup>

$$\phi_r(\lambda) = \begin{cases} \pi + \arctan\left[-\frac{\sqrt{\kappa^2 - \sigma^2} \cosh(\sqrt{\kappa^2 - \sigma^2}L)}{\sigma \sinh(\sqrt{\kappa^2 - \sigma^2}L)}\right], & \lambda \leq \lambda_B \\ \arctan\left[-\frac{\sqrt{\kappa^2 - \sigma^2} \cosh(\sqrt{\kappa^2 - \sigma^2}L)}{\sigma \sinh(\sqrt{\kappa^2 - \sigma^2}L)}\right], & \lambda > \lambda_B \end{cases}, \quad (5)$$

在零点带宽内,反射相位谱从  $3\pi/2$  单调减小到  $-\pi/2$ , 且  $\phi_r(\lambda_B) = \pi/2$ 。

仿真分析了FBG峰值反射率  $R_{\max}$  分别为10%, 40%和90%时反射相位谱在零点带宽内的变化,FBG参数为:中心波长  $\lambda_B = 1550 \text{ nm}$ , 零点带宽  $\Delta\lambda_0 = 0.2 \text{ nm}$ , 有效折射率  $n = 1.456$ 。结果如图1所示,其中实线为FBG反射相位谱,虚线为归一化反射强度谱。可以看到,当  $R_{\max} = 10\%$  时,为线性相位谱;当  $R_{\max} = 40\%$  时,相位谱线性程度仍然很好;随着峰值反射率的增大,当  $R_{\max} = 90\%$  时,相位谱的非线性退化严重。由于光栅强度对相位谱的线性程度影响较大,下面对低反射率和高反射率FBG分别讨论。

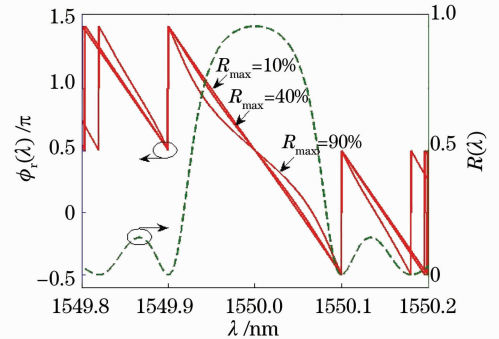


图1 不同峰值反射率的FBG反射相位谱和归一化反射强度谱

Fig. 1 Reflection phase spectra of FBG with different maximum reflectivities and normalized reflection intensity spectrum

### 2.2.1 低反射率 FBG

分析 FBG 在零点带宽波长区间 $[\lambda_{-1}, \lambda_{+1}]$ 的反射相位谱。当 $\lambda \in [\lambda_{-1}, \lambda_{-\text{band}}) \cup (\lambda_{+\text{band}}, \lambda_{+1}]$ 时, 可认为 $\kappa^2 \ll \sigma^2$ 。由(4)式可知, 边带波长宽度 $\Delta\lambda_{\text{band}} = \lambda_{\text{B}} \Delta n / n$ , 对于弱反射率光纤光栅( $\Delta n \leq 1$ ), 有 $(\Delta\lambda_{\text{band}} / \Delta\lambda_0) \rightarrow 0$ 。因此, 在零点带宽内近似得到 $\kappa^2 \ll \sigma^2$ ,  $\sqrt{\kappa^2 - \sigma^2} L \approx i|\sigma|L$ 。那么, FBG 的反射相位谱为

$$\phi_r(\lambda) = \arctan \frac{|\sigma| \cos(|\sigma|L)}{-\sigma \sin(|\sigma|L)}. \quad (6)$$

当 $\lambda_{-1} \leq \lambda < \lambda_{\text{B}}$ 时,  $\sigma > 0$ , FBG 的反射相位谱为

$$\phi_r(\lambda) \approx \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi nL}{\lambda_{\text{B}}} (\lambda_{\text{B}} - \lambda). \quad (7)$$

当 $\lambda_{\text{B}} < \lambda \leq \lambda_{+1}$ 时,  $\sigma < 0$ , 结果与(7)式相同。此外,  $\phi_r(\lambda_{\text{B}}) = \pi/2$ 。由(4)式可得 $\Delta\lambda_0 = \lambda_{\text{B}}^2 / (nL)$ 。因此, FBG 反射相位谱在零点带宽内有如下线性表示:

$$\phi_r(\lambda) = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{\Delta\lambda_0} (\lambda_{\text{B}} - \lambda). \quad (8)$$

对于相邻高阶零点的区间, 由于总能满足 $\kappa^2 \ll \sigma^2$ , 由(3)式可知, 其区间长度约为 $\Delta\lambda_0/2$ , 可得低反射率 FBG 反射相位谱的线性表达式为

$$\begin{aligned} \phi_r(\lambda) &= \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\Delta\lambda_0} (\lambda - \lambda_{\text{B}}) \mp k\pi, \\ \frac{k\Delta\lambda_0}{2} &\leq |\lambda - \lambda_{\text{B}}| < (k+1) \frac{\Delta\lambda_0}{2}, \\ k &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (9)$$

当 $\lambda < \lambda_{\text{B}}$ 时, (9)式取负号。(9)式的不连续点对应反射强度谱的零点波长。

### 2.2.2 高反射率 FBG

由图1可以看到, 高反射率 FBG 的相位谱非线性退化显著, 但中心波长附近相位谱线性较好, 因此考虑分段线性近似方法。对于偏离中心波长小位移 $\lambda_{\text{B}} + \Delta\lambda$  ( $\Delta\lambda = s\lambda_{\text{B}}$ ,  $0 < s \ll 1$ ) 处的反射相位正切值可以表示为

$$\tan[\phi_r(\lambda_{\text{B}} + \Delta\lambda)] \approx \frac{\Delta n}{2ns} \coth(\kappa_0 L). \quad (10)$$

用 $(\lambda_{\text{B}}, \pi/2)$ 和 $(\lambda_{\text{B}} + \Delta\lambda, \phi_r(\lambda_{\text{B}} + \Delta\lambda))$ 计算中心波长处的线性相位谱斜率, 可得

$$K_1 = - \arctan \left[ \frac{2ns}{\Delta n} \tanh(\kappa_0 L) \right] / (s\lambda_{\text{B}}). \quad (11)$$

另外, 边带波长 $\lambda_{+\text{band}}$ 处的反射相位为 $\phi(\lambda_{+\text{band}}) = \pi/2 - \arctan(\kappa_0 L)$ 。 $(\lambda_{\text{B}}, \pi/2)$ 和 $(\lambda_{+\text{band}}, \phi_r(\lambda_{+\text{band}}))$ 两点直线的斜率可以表示为

$$K_2 = - \frac{\arctan(\kappa_0 L)}{(\Delta n / 2n) \lambda_{\text{B}}}. \quad (12)$$

因此, 用 $(\lambda_{-\text{band}}, \phi_r(\lambda_{-\text{band}}))$ 和 $(\lambda_{+\text{band}}, \phi_r(\lambda_{+\text{band}}))$ 两点直线近似中心波长附近的相位谱问题就可以表示为

如下数值近似:

$$\frac{K_1}{K_2} = \arctan \left[ \frac{2ns}{\Delta n} \tanh(\kappa_0 L) \right] / \left[ \frac{2ns}{\Delta n} \arctan(\kappa_0 L) \right]. \quad (13)$$

显然, 随着 FBG 反射率减小,  $K_1/K_2 \rightarrow 1$ 。

利用数值仿真, 改变 FBG 的峰值反射率, 计算中心波长附近相位谱斜率 $K_1$ 和线性近似相位谱斜率 $K_2$ 及其比值的对比曲线如图2所示。可以看出, 当反射率小于35%时, 近似误差小于1%; 当反射率小于85%时, 近似误差小于10%; 然后, 随着反射率的增大, 误差急剧增大。

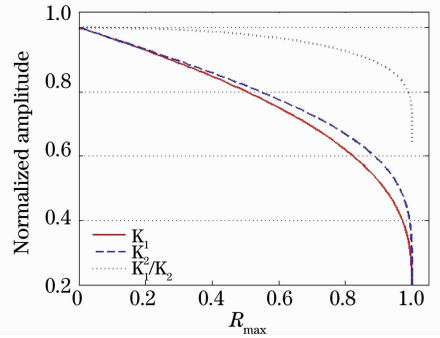


图2 相位谱与其线性近似在中心波长处斜率的对比曲线  
Fig. 2 Comparison of evolutions of the slope between the phase spectrum near central wavelength and the corresponding linear approximation

考虑到边带波长带宽 $\frac{\Delta\lambda_{\text{band}}}{\Delta\lambda_0} = 1 / \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\kappa_0 L}\right)^2}$ 。

当 FBG 反射率增大时,  $[\lambda_{-1}, \lambda_{-\text{band}}]$ 和 $[\lambda_{+\text{band}}, \lambda_{+1}]$ 的间隔变小, 两区间的端点直线斜率增大, 与高反射率 FBG 相位谱的非线性退化趋势一致。此外, 在应用 FBG 时, 应多利用中心波长处的光谱特性。因此, 对零点带宽内反射相位谱采用三段线性近似方法, 可以得到简洁直观的相位谱表达式, 便于传感及其他应用的理论研究。此外, 对于相邻高阶零点区间的相位谱, 由于总能满足 $\kappa^2 \ll \sigma^2$ , 相位谱为线性, 分析(9)式相同。对于实际的 FBG 曲线, 三段线性近似相位曲线可以由下面的方法计算:

1) 测量 FBG 反射强度谱, 从而得到光栅的峰值反射率 $R_{\text{max}}$ 、中心波长 $\lambda_{\text{B}}$ 和零点带宽 $\Delta\lambda_0$ ;

2) 由(2)式计算光栅强度 $\kappa_0 L$ , 由中心波长计算边带波长 $\lambda_{\pm\text{band}}$ , 由 $\phi(\lambda_{\pm\text{band}}) = \pi/2 \mp \arctan(\kappa_0 L)$ 得到边带波长处的相位;

3) 分 $[\lambda_{-1}, \lambda_{-\text{band}})$ ,  $[\lambda_{-\text{band}}, \lambda_{+\text{band}}]$ 和 $(\lambda_{+\text{band}}, \lambda_{+1}]$ 3个区间, 计算线性相位谱。三段线性近似相位谱为

$$\phi_r(\lambda) = \begin{cases} \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi - \arctan(\kappa_0 L)}{2} \frac{\Delta\lambda_0}{\lambda} - \frac{\Delta n}{2n} \frac{\lambda}{\lambda_B} (\lambda_{-1} - \lambda), \\ \lambda \in [\lambda_{-1}, \lambda_{-band}] \\ \frac{\pi}{2} + \frac{\arctan(\kappa_0 L)}{\kappa_0} (\beta - \beta_0), \\ \lambda \in [\lambda_{-band}, \lambda_{+band}] \\ -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi - \arctan(\kappa_0 L)}{2} \frac{\Delta\lambda_0}{\lambda} - \frac{\Delta n}{2n} \frac{\lambda}{\lambda_B} (\lambda_{+1} - \lambda), \\ \lambda \in (\lambda_{+band}, \lambda_{+1}] \end{cases} \quad (14)$$

式中  $\beta = 2\pi n/\lambda, \beta_0 = 2\pi n/\lambda_B$ 。

数值仿真分析峰值反射率  $R_{max} = 90\%$  时的 FBG 三段线性相位谱近似程度,如图 3 所示。可以看到分段线性近似的曲线与相位谱基本重合,近似程度很高。

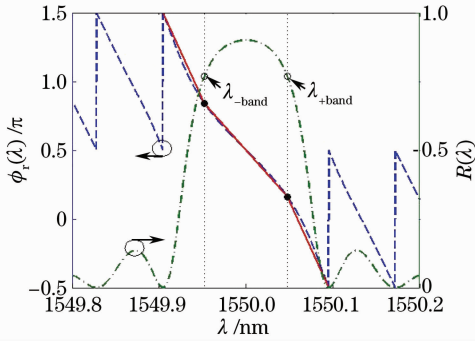


图 3 三段线性近似相位谱

Fig. 3 Phase spectrum with three-segment linear approximation

### 3 FBG-FP 腔的理论

由一对 FBG 构成 F-P 腔的结构如图 4 所示,其中  $L_1, L_2$  和  $h$  分别为两个 FBG 的长度和 F-P 腔长。

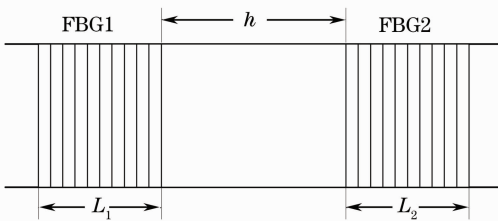


图 4 FBG-FP 腔结构示意图

Fig. 4 Schematic diagram of an FBG based F-P cavity  
FBG-FP 腔的反射复振幅可以表示为<sup>[16]</sup>

$$r_{FP} = r_1 + \frac{t'_1 t_1 r_2 \exp(j2\beta h)}{1 - r'_1 r_2 \exp(j2\beta h)}, \quad (15)$$

式中  $r_1, r'_1, t_1$  和  $t'_1$  分别表示 FBG1 正向、反向的反射和透射系数,  $r_2$  为 FBG2 的正向反射系数。易得, FBG-FP 腔反射光谱的上、下包络分别为

$$\begin{aligned} E_{max}(\lambda) &= \frac{(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2})^2}{(1 + \sqrt{R_1 R_2})^2}, \\ E_{min}(\lambda) &= \frac{(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2})^2}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2}, \end{aligned} \quad (16)$$

式中  $R_1 = |r_1|^2, R_2 = |r_2|^2$ 。

#### 3.1 低反射率 FBG-FP 腔

对于两个低反射率 FBG 构成的 F-P 腔,为了便于讨论,假设其零点带宽基本重合。由于多次反射光强度成数量级递减,其反射谱通常近似为双光束干涉<sup>[6,15]</sup>,反射复振幅可以表示为

$$r_{FP} = r_1 + t'_1 t_1 r_2 \exp(j2\beta h). \quad (17)$$

由耦合模理论,可得 FBG 正向、反向反射和透射相位谱的关系为  $\phi_r = \phi'_r, \phi_t = \phi_r + \beta_0 L + \pi/2, \phi'_t = \phi'_r + \beta_0 L - \pi/2$ <sup>[16]</sup>。可得

$$R_{FP} \approx R_1 + R_2 +$$

$$2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2\beta h + \phi_{r1} + \phi_{r2} + 2\beta_1 L_1), \quad (18)$$

根据(9)式,在零点带宽内,(18)式可表示为

$$R_{FP} = R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos[\beta(2h + L_1 + L_2) + (\beta_1 L_1 - \beta_2 L_2) + \pi], \quad (19)$$

式中  $\beta_1 = 2\pi n/\lambda_{B1}, \beta_2 = 2\pi n/\lambda_{B2}, \lambda_{B1}$  和  $\lambda_{B2}$  分别为两个 FBG 的中心波长。在光谱相位中,第一项为波长变化引入的相位,第二项为两个光栅不对称而引入的固定相位差。此时,FBG-FP 腔与腔长为  $h + (L_1 + L_2)/2$  的普通 F-P 腔的干涉条纹周期相同。因此,从相位谱的角度分析,低反射率 FBG-FP 腔的等效腔长为两个 FBG 中心间距。对于低反射率 FBG,近似认为光在光栅中心完成反射和透射,这一结论直观上易于理解,且与相关文献认为低反射率 FBG 构成的 F-P 腔长为两光栅同侧端面间距是一致的<sup>[6,15]</sup>。

#### 3.2 高反射率 FBG-FP 腔

对于两个高反射率 FBG 构成的 F-P 腔,为了便于讨论,考虑 FBG1 的零点带宽在 FBG2 的带宽内,这与实际应用情况基本一致。FBG-FP 腔的透射谱可以表示为

$$T_{FP} = \frac{T_1 T_2}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(2\beta h + \phi'_{r1} + \phi_{r2})}, \quad (20)$$

式中  $T_1 = |t_1|^2, T_2 = |t_2|^2$ 。光谱的相位为

$$\varphi = 2\beta h + \phi'_{r1} + \phi_{r2}. \quad (21)$$

不失一般性,假设两个 FBG 的中心波长比较接近,都在 FBG1 的零点带宽内,那么由(14)式可知,在

FBG1 的边带波长带宽内

$$\varphi = \beta \left[ 2h + \frac{\arctan(\kappa_{01} L_1)}{\kappa_{01}} + \frac{\arctan(\kappa_{02} L_2)}{\kappa_{02}} \right] - \phi_0, \quad (22)$$

式中  $\varphi_0 = \pi - \frac{2n}{\Delta n_1} \arctan(\kappa_{01} L_1) - \frac{2n}{\Delta n_2} \arctan(\kappa_{02} L_2)$  为一固定相位差。可以看到,由于高反射率 FBG 的折射率调制深度增大,使得 FBG-FP 腔内的多次反射只在较短的局域内进行,等效腔长变为  $h + \frac{1}{2} \left[ \frac{\arctan(\kappa_{01} L_1)}{\kappa_{01}} + \frac{\arctan(\kappa_{02} L_2)}{\kappa_{02}} \right]$ 。本文着重对高反射率 FBG 构成的非对称 F-P 腔的光谱进行实验研究,在估计腔长的基础上,分析 FBG-FP 腔的等效腔长。

### 3.3 腔长估计算法

FBG-FP 腔的光谱特性由 FBG 和腔中光纤决定,要实现特定模式的光谱结构需要调整和控制腔长。当 FBG-FP 腔被应用于动态应力传感时,多采用精度较高的匹配干涉仪解调方法,为了实现高精度和稳定的传感系统,减小解调干涉仪臂差与腔长的匹配误差成为一个关键问题。因此,FBG-FP 腔长的测量对于其光谱特性的分析和应用都有重要意义。基于前述 FBG 和 FBG-FP 相位谱的分析,下面讨论常用的 3 种腔长估计算法:拟合法、周期法和傅里叶变换方法<sup>[17]</sup>。

#### 3.3.1 拟合法

拟合法通过调整参数利用理论谱线逼近实测谱线,从而实现参数的求解。算法的关键在于代价函数和搜索策略的选择。FBG-FP 腔光谱曲线有周期性,通过改变腔长计算的理论谱线与实测谱线的差值平方和也为周期变化的曲线,因此差值平方和形式的代价函数存在过多极值,应用不理想。可以选择两个谱线的互相关为代价函数,同时采用互相关时延估计方法<sup>[18]</sup>,实现腔长与中心波长小位移两个参数的求解,实验中效果较好。代价函数为

$$C(h_k) = \text{cor}[R_{\text{theory}}(h_k, \Delta\lambda_k), R_{\text{target}}], \quad (23)$$

式中  $\text{cor}(\cdot)$  表示求互相关函数,  $R_{\text{theory}}$  和  $R_{\text{target}}$  分别为理论谱线和实测谱线,  $h_k$  为第  $k$  个搜索腔长 ( $k = 1, 2, \dots, N$ ),  $\Delta\lambda_k$  为由  $h_k$  计算的理论谱线与实测谱线的中心波长偏移。遍历搜索腔长,代价函数  $C(h_k)$  的极大值对应于腔长估值。为了提高搜索效率,可以采用模拟退火算法等最优化方法<sup>[19]</sup>。

#### 3.3.2 周期法

当波长增大  $\Delta\lambda$  时,(21)式中的相位变化为

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi nh}{\lambda^2} \Delta\lambda + |\phi_{r1}(\lambda + \Delta\lambda) - \phi_{r1}(\lambda) + \phi_{r2}(\lambda + \Delta\lambda) - \phi_{r2}(\lambda)|. \quad (24)$$

为了便于讨论,考虑由一对相同低反射率 FBG 构成的 F-P 腔,相位变化表示为

$$\Delta\varphi = 2\pi \left( \frac{2nh}{\lambda^2} + \frac{2}{\Delta\lambda_0} \right) \Delta\lambda; \quad (25)$$

谐振条纹周期为

$$T = 1 / \left( \frac{2nh}{\lambda^2} + \frac{2}{\Delta\lambda_0} \right); \quad (26)$$

零点带宽内谐振条纹数目为

$$\frac{\Delta\lambda_0}{T} = \frac{2nh \Delta\lambda_0}{\lambda^2} + 2. \quad (27)$$

可以看到,由于 FBG 相位谱的影响使得在零点带宽内 FBG-FP 腔比普通 F-P 腔多 2 个谐振条纹。如果中心波长附近谐振条纹周期为  $p$ , FBG-FP 腔长估值可表示为

$$\bar{h} = \left( \frac{1}{p} - \frac{2}{\Delta\lambda} \right) \frac{\lambda_B^2}{2n} = \frac{\lambda_B^2}{2np} - L. \quad (28)$$

与上述分析类似,两中心波长相同的高反射率 FBG-FP 腔长估值可表示为

$$\bar{h} = \frac{\lambda_B^2}{2np} - \frac{1}{2} \left[ \frac{\arctan(\kappa_{01} L_1)}{\kappa_{01}} + \frac{\arctan(\kappa_{02} L_2)}{\kappa_{02}} \right]. \quad (29)$$

#### 3.3.3 傅里叶变换方法

理论上傅里叶变换法与周期法是等价的,但是由于数据处理的方法不同,估计精度有差别。在测量 FBG-FP 腔的光谱时,可调谐激光器波长扫描精度有限,测量系统不能拾取光谱谐振曲线的每个极值,即由于采样精度有限,实测谱线与真实谱线有一定差异。周期法主要利用谱线的余弦曲线形式对其插值处理<sup>[18]</sup>,提高谐振条纹周期的估计精度。傅里叶变换方法主要采用信号处理方法,减小快速傅里叶变换(FFT)的栅栏效应,提高频谱分辨率,进而提高腔长估计精度。

## 4 实 验

FBG-FP 腔光谱测量系统如图 5 所示,可调谐激光器(NetTest TUNIC-plus10)发出的光经过 3 dB 耦合器,一部分进入屏蔽的参考干涉仪,由光电探测器 D1 和 D2 测量两端输出,用来监测和修正可调谐激光器的幅度和频率波动;另一部分进入环形器,分别由 D3 和 D4 测量 FBG-FP 腔的反射谱和透射谱。通过 LabVIEW 软件控制可调谐激光器和数据采集



卡(NI6251)完成光谱扫描。

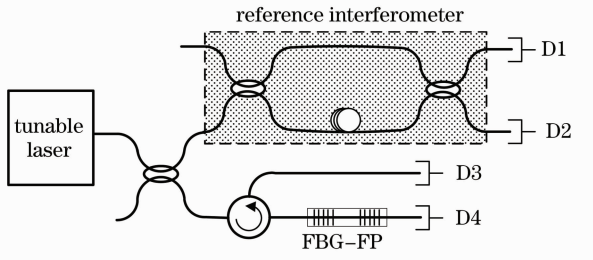


图 5 FBG-FP 腔光谱测量系统框图

Fig. 5 Spectral measurement system of an FBG-FP cavity

实验中选用两个高反射率 FBG, 测量参数如下:  $L_1 = 12.96 \text{ mm}$ ,  $L_2 = 6.79 \text{ mm}$ ,  $\Delta n_1 = 4.528 \times 10^{-5}$ ,  $\Delta n_2 = 1.842 \times 10^{-4}$ ,  $\lambda_{B1} = 1549.287 \text{ nm}$ ,  $\lambda_{B2} = 1549.292 \text{ nm}$ ,  $R_{\max 1} = 69\%$ ,  $R_{\max 2} = 97\%$ 。采用熔接方式, 构成一个约 8 cm 长的 F-P 腔。FBG 采用相位掩模方式刻写, 没有包层保护, 在连接时腔长可操作距离较短, 造成熔接损耗稍大。

由 D3 和 D4 分别测量得到的归一化反射和透射谱如图 6 所示, 可以看到反射和透射谱有较大差异, 这是由于腔内存在熔接损耗造成的。FBG-FP 腔光谱为多光束干涉叠加结果, 对于反射谱, 腔内损耗相当于改变了 FBG2 的反射率, 从而改变了从 FBG2 反射回的所有光束幅度; 对于透射谱, 每个干涉光束都经过了腔内衰减, 因此光谱结构没有变化, 只是幅度变小。

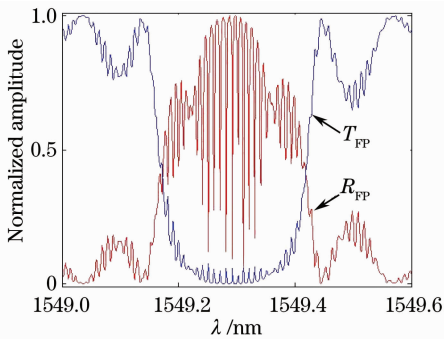


图 6 测量的 FBG-FP 腔的反射和透射谱

Fig. 6 Measured reflection and transmission spectra of the FBG-FP cavity

在分析了实测光谱数据之后, 按图 7 所示流程图进行处理。

- 1) 用参考干涉仪两端数据修正 FBG-FP 腔光谱的强度和波长波动。
- 2) 由前述分析, 利用 FBG-FP 腔反射谱和透射谱差异计算腔内损耗, 得出腔内损耗约 0.8 dB。
- 3) 实测透射谱线为高反射率 FBG2 的透射谱线基础上形成的干涉条纹, 对其高通滤波可得 FBG2 的

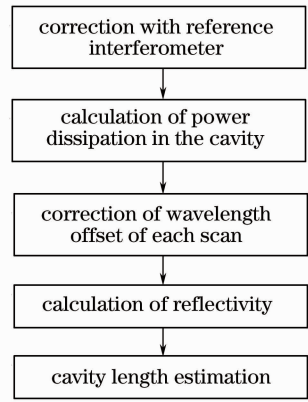


图 7 FBG-FP 光谱分析流程图

Fig. 7 Flow chart of the spectral analysis for the FBG-FP cavity

透射谱, 与理论谱线匹配, 可估计由可调谐激光器引入的实测 FBG-FP 腔谱线的固定波长偏差。

4) 引入腔内损耗参数, 由两个 FBG 的参数计算 FBG-FP 腔光谱包络, 进而求出峰值反射率和透射率。如图 8 所示,  $R_{FP}(\lambda)$  为修正后的 FBG-FP 腔反射谱,  $E_{\max}(\lambda)$  和  $E_{\min}(\lambda)$  分别为引入腔内损耗计算的上、下包络,  $R_{FBG1}(\lambda)$  和  $R_{FBG2}(\lambda)$  分别为两个 FBG 的实测曲线。

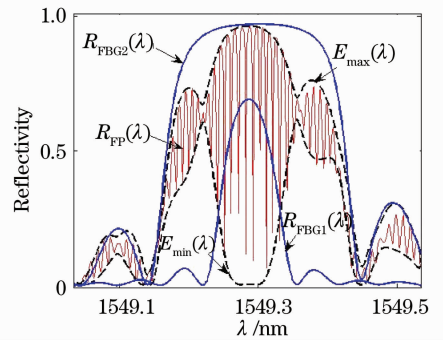


图 8 FBG 的反射谱、FBG-FP 腔反射谱及其包络对比图  
Fig. 8 Comparison of reflection spectra of two FBGs and the constructed F-P cavity and the corresponding envelope curves

5) 由前述的 3 种腔长估计方法对 FBG-FP 腔长进行计算。

由拟合法得到的腔长估值为 76.8 mm, 实测与理论计算的 FBG-FP 反射谱如图 9 所示。在零点带宽内, 两个谱线拟合得非常好。在旁瓣处拟合的幅度有差异, 但是谐振曲线变化趋势一致, 这是由于实际的 FBG2 左右两个旁瓣明显不对称(如图 8 所示), 使得理论公式计算谱线与 FBG2 实测谱线存在偏差, 进而造成拟合的 FBG-FP 腔反射谱的偏差。此外, 由 (22) 式可以计算得到等效腔长约为 83.15 mm, 具有

相同腔长的普通 F-P 腔光谱的周期为 9.8 pm。由于实验采用调谐精度为 1 pm 的可调谐激光器,根据实测光谱得到的中心波长附近谐振条纹周期为 10 pm。在测量误差范围内,两个谐振条纹周期基本相同,验证了(22)式关于非对称高反射率 FBG-FP 腔的等效腔长描述的正确性,也进一步证明了前述 FBG 相位谱线性近似方法的合理性。

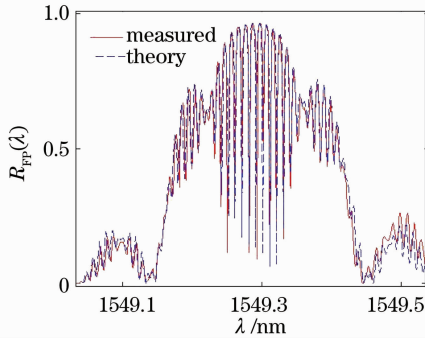


图 9 测量与拟合的 FBG-FP 腔的反射谱

Fig. 9 Measured and calculated reflection spectra of the FBG-FP cavity

由周期法估计的腔长如图 10 所示,图中取中心波长处 12 个谐振条纹计算,谐振谱线极大值间隔计算结果平均值为 76.79mm,谐振谱线极小值间隔

计算结果平均值为 77.13 mm。

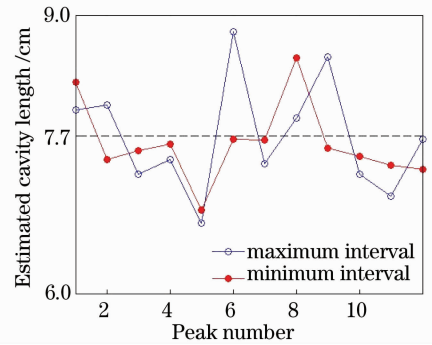


图 10 周期法 F-P 腔长估计结果

Fig. 10 Estimated length of the FBG-FP cavity by the period method

对 FBG-FP 腔的光谱进行了 9 次测量,腔长估计结果如表 1 所示。其中 4 种方法分别为拟合方法、采用谐振条纹极大值间隔的周期法、采用谐振条纹极小值间隔的周期法和傅里叶变换方法。可以看出,拟合法估计的标准差最小,精度较高,傅里叶变换方法次之。对于周期法,由于实测光谱不能确保得到每一个谐振条纹极值,虽然通过插值算法可以改善,但是效果不明显,使得估计方差较大。

表 1 不同方法的 FBG-FP 腔长估计结果

Table 1 Estimated length of the FBG-FP cavity with various methods

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean value	Standard deviation
Fitting method	76.44	76.8	76.75	77.43	76.14	76.64	76.6	77.06	77.82	76.85	0.51
Maximum interval	76.15	76.51	76.17	77.36	76.31	76.66	76.86	78.98	79.2	77.13	1.11
Minimum interval	75.53	76.38	75.95	77.37	76.94	75.6	76.07	78.13	78.61	76.73	1.05
Fourier method	76.38	76.72	77.04	78.22	77.14	76.35	76.91	78.25	78.71	77.3	0.82

## 5 结 论

对 FBG 和 FBG-FP 腔的相位谱进行了清晰直观的定量描述。首先,对 FBG 相位谱进行了深入分析,推导了低反射率 FBG 线性相位谱的一般表达式;对于高反射率 FBG,提出了三段线性相位近似方法,得到了简洁的相位谱数学表达式,数值仿真分析对  $R_{\max}=90\%$  的 FBG 反射相位谱拟合效果很好。这为基于 FBG 相位谱的分析和传感等相关研究提供了理论基础。然后,采用和普通 F-P 腔对比的方式,以等效腔长的概念分析了 FBG-FP 腔的光谱特性,得出低反射率腔的等效腔长为两光栅中心间距,

高反射率腔的等效腔长变短。讨论了拟合法、周期法和傅里叶变换法这 3 种常用 FBG-FP 腔长估计算法。最后,考虑了光源强度和频率波动、腔内损耗和波长偏移等因素,设计了 FBG-FP 腔光谱测量方案,通过误差修正得到了高精度的光谱曲线。经对比分析,认为拟合法估计精度较高,傅里叶变换方法次之,周期法相对较低,并且验证了关于非对称高反射率 FBG-FP 腔等效腔长描述的正确性,也进一步证明了 FBG 相位谱线性近似方法的合理性。FBG-FP 腔的光谱测量和处理方案具有较强的工程适用性,为优化设计和传感应用提供了理论和实验基础。

## 参 考 文 献

- 1 T. Erdogan. Fiber grating spectra[J]. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(8): 1277~1294
- 2 A. D. Kersey, M. A. Davis, H. J. Patrick *et al.*. Fiber grating sensors[J]. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(8): 1442~1463
- 3 Liu Zhuolin, Zhang Weigang, Jiang Meng *et al.*. Configuration and development of fiber optical filter[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(3): 540~546  
刘卓琳, 张伟刚, 姜 萌 等. 光纤滤波器的原理、结构设计及其进展[J]. 中国激光, 2009, **36**(3): 540~546
- 4 Wang Chunbao, Zhang Weigang, Liu Zhuolin *et al.*. Research on character of the cascade of fiber cavity and connection with fiber Bragg grating[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(6): 1485~1489  
王春宝, 张伟刚, 刘卓琳 等. 光纤微腔级联性质及布拉格光栅特性研究[J]. 中国激光, 2010, **37**(6): 1485~1489
- 5 Rao Yunjiang. Recent progress in fiber optic extrinsic Fabry-Perot interferometric sensors[J]. *Opt. Fiber Technol.*, 2006, **12**(3): 227~237
- 6 Rao Yunjiang, Zhou Changxue, Ran Zengling *et al.*. SFDM/WDM for large number of fiber-optic F-P sensors based on chirped fiber Bragg gratings [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(5): 631~635  
饶云江, 周昌学, 冉曾令 等. 啁啾光纤光栅法布里-珀罗传感器波分频复用[J]. 中国激光, 2006, **33**(5): 631~635
- 7 Lü Changgui, Cui Yiping, Wang Zhuyuan *et al.*. A study on the longitudinal mode behavior of Fabry-Perot cavity composed of fiber Bragg grating[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(1): 145~150  
吕昌贵, 崔一平, 王著元 等. 光纤布拉格光栅法布里-珀罗腔纵模特性研究[J]. 物理学报, 2004, **53**(1): 145~150
- 8 C. Z. Shi, H. L. Ho, W. Jin *et al.*. Noise limit in heterodyne interferometer demodulator for FBG-based sensors [J]. *J. Lightwave Technol.*, 2004, **22**(10): 2287~2295
- 9 C. Caucheteur, K. Chah, F. Lhomme *et al.*. Characterization of twin Bragg grating for sensor application [C]. *SPIE*, 2004, **5459**: 89~100
- 10 G. A. Cranch, G. M. H. Flockhart, C. K. Kirkendall. Efficient fiber Bragg grating and fiber Fabry-Perot sensor multiplexing scheme using a broadband pulsed mode-locked laser [J]. *J. Lightwave Technol.*, 2005, **23**(11): 3798~3806
- 11 Fan Fan, Zhao Jianlin, Wen Xixing *et al.*. Sensitivity analysis on strain sensor based on Fabry-Perot interferometer with intensity interrogation[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(6): 1525~1531  
樊 帆, 赵建林, 文喜星 等. 强度解调型光纤光栅法布里-珀罗干涉仪的应变传感灵敏度分析[J]. 中国激光, 2010, **37**(6): 1525~1531
- 12 Yin Guolu, Lou Shuqin, Peng Wanqing *et al.*. Sensitivity of fiber Bragg grating-based Fabry-Perot interferometric sensor [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(6): 1490~1495  
尹国路, 娄淑琴, 彭万敬 等. 光纤布拉格光栅法布里-珀罗干涉式传感器灵敏度[J]. 中国激光, 2010, **37**(6): 1490~1495
- 13 Y. J. Rao, P. J. Henderson, D. A. Jackson *et al.*. Simultaneous strain, temperature and vibration measurement using a multiplexed in-fibre-Bragg-grating/fibre-Fabry-Perot sensor system[J]. *Electron. Lett.*, 1997, **33**(24): 2063~2064
- 14 Li Wenbo, Zhou Wangmin, Wei Zhiwu *et al.*. Analysis of edge characteristics of grating and cavity of fiber grating-based Fabry-Perot cavity[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(9): 2355~2360  
李文博, 周王民, 魏志武 等. 光纤光栅法布里-珀罗腔的腔、栅边缘特性研究[J]. 光学学报, 2009, **29**(9): 2355~2360
- 15 M. G. Shlyagin, P. L. Swart, S. V. Miridonov *et al.*. Static strain measurement with sub-micro-strain resolution and large dynamic range using a twin-Bragg-grating Fabry-Perot sensor[J]. *Opt. Eng.*, 2002, **41**(8): 1809~1814
- 16 Wang Yanhua, Liu Yan, Tan Zhongwei *et al.*. Modified Rouard method for fiber Bragg grating Fabry-Perot cavity [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(5): 840~845  
王燕花, 刘 艳, 谭中伟 等. 用于光纤布拉格光栅法布里-珀罗腔的改进的 Rouard 算法[J]. 光学学报, 2008, **28**(5): 840~845
- 17 Niu Siliang, Rao Wei, Ma Lina *et al.*. Study on cavity length measurement of fiber Bragg grating Fabry-Perot cavity [J]. *Semiconductor Optoelectron.*, 2010, **31**(6): 945~948  
牛嗣亮, 饶伟, 马丽娜 等. 光纤 Bragg 光栅 F-P 腔长测量的理论与实验研究[J]. 半导体光电, 2010, **31**(6): 945~948
- 18 Liu Li, Hui Junying. An improved three-point-insert time delay estimation algorithm[J]. *Appl. Acoust.*, 1999, **18**(6): 34~38  
刘 丽, 惠俊英. 一种改进的三点内插时延估计算法[J]. 应用声学, 1999, **18**(6): 34~38
- 19 P. Dong, J. Azana, A. G. Kirk. Synthesis of fiber Bragg grating parameters from reflectivity by means of a simulated annealing algorithm[J]. *Opt. Commun.*, 2003, **228**(4-6): 303~308