

X 射线脉冲星累积脉冲轮廓泊松噪声去除的研究

胡慧君^{1,2} 赵宝升¹ 盛立志^{1,2} 鄢秋荣^{1,2} 杨 颢^{1,2} 陈宝梅^{1,2}

(¹ 中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学与光子技术国家重点实验室, 陕西 西安 710119)
² 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要 论述了 X 射线脉冲星辐射光子探测与累积脉冲轮廓构造模型, 分析了通过光子计数获取的累积脉冲轮廓的噪声特点, 提出了基于非归一化 Haar 小波的消噪算法, 推导了基于 Haar 小波消噪的阈值函数的最佳参数计算公式。在 X 射线脉冲星导航地面模拟系统上进行了实验研究, 结果表明, 消噪后的累积脉冲轮廓峰值信噪比提高 2 dB 以上。通过蒙特卡罗模拟分析, 证实消噪后的累积脉冲轮廓有助于提高脉冲到达时间的测量精度。

关键词 测量; 脉冲星导航; 脉冲轮廓; 泊松分布; 峰值信噪比; Haar 小波

中图分类号 P128.4; TN151⁺.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0804002

Poisson Noise Removal for X-Ray Pulsar Integrated Pulse Profile

Hu Huijun^{1,2} Zhao Baosheng¹ Sheng Lizhi^{1,2} Yan Qiurong^{1,2}

Yang Hao^{1,2} Chen Baomei^{1,2}

(¹ State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China)
² Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract The photon detection model of X-ray pulsar and the construction of pulsar integrated pulse profile are discussed. The characteristics of pulse profile which is reconstructed by the way of photon counting are analyzed. A de-noising algorithm based on non-normalized Haar wavelet is proposed, and the optimal parameters for wavelet threshold function are derived based on Haar wavelet. The experimental study is done in the ground simulated experimental system for X-ray pulsar navigation. Experimental results show that the peak signal-to-noise ratio can be improved by at least 2 dB, and the accuracy of time-of-arrival (TOA) measurement is also improved, which is proved by Monte Carlo simulation.

Key words measurement; pulsar navigation; pulse profile; Poisson distribution; peak signal-to-noise ratio; Haar wavelet

OCIS codes 040.7480; 250.0040; 340.7480; 120.1880

1 引 言

X 射线脉冲星脉冲到达时间 (TOA) 的测量精度是 X 射线脉冲星自主导航系统的一个决定性因素, 而 TOA 测量精度主要取决于脉冲星累积脉冲轮廓时间延迟的测量精度。广泛采用的泰勒频域算法使时间延迟的估计精度不再依赖累积脉冲轮廓的时间分辨率, 而决定于累积脉冲轮廓的信噪比^[1]。然而, 受脉冲星自转周期的变化、脉冲星位置变化、

色散延迟、散射、相对论效应、双星系统的轨道运动、地球运动及其他未知因素的影响^[2], 脉冲星累积脉冲轮廓存在各种噪声, 从而影响了 TOA 的测量精度。为提高 TOA 的测量精度, 需设法提高累积脉冲轮廓的信噪比, 抑制信号中的干扰噪声。本文在论述脉冲星辐射泊松统计模型的基础上, 提出了一种基于 Haar 小波消噪的提高累积脉冲信噪比的算法, 并在搭建的脉冲星导航地面模拟系统中对该算

收稿日期: 2011-02-23; 收到修改稿日期: 2011-03-21

作者简介: 胡慧君(1978—), 男, 博士研究生, 主要从事 X 射线脉冲导航地面模拟系统方面的研究。

E-mail: huhuijun@opt.ac.cn

导师简介: 赵宝升(1959—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光电子技术等方面的研究。E-mail: open@opt.ac.cn

法予以验证,结果表明,该算法对于提高累积脉冲轮廓的信噪比及 TOA 测量精度非常有效。

2 X 射线脉冲星辐射光子探测与累积脉冲轮廓构造模型

X 射线脉冲星的脉冲辐射光子到达探测器,并被探测器所记录的过程可表示为非齐次泊松过程^[3]:

$$P(k) = \frac{\left[\int_a^b \lambda(t) dt \right]^k}{k!} \exp \left[- \int_a^b \lambda(t) dt \right]. \quad (1)$$

(1)式表示在时间间隔 $[a, b]$ 内探测到 k 个光子的几率,其中 $\lambda(t)$ 表示 X 射线光子到达探测器的到达率函数。由 X 射线脉冲星的自转特性可知, $\lambda(t)$ 是周期性或准周期性函数^[4,5]:

$$\lambda(t+T) = \lambda(t),$$

$$\nu(t) = \nu_0 + \dot{\nu}(t-t_0) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\nu^{(n)}}{n!} (t-t_0)^n, \quad T = \frac{1}{\nu(t)}, \quad (2)$$

式中 T 表示 X 射线脉冲星的自转周期, $\nu(t)$ 表示 X 射线脉冲星的自转频率。由于磁偶极辐射的能量的消耗,导致 X 射线脉冲星的自转频率随时间逐渐变慢,其自转频率随时间的变化关系如(2)式所示。X 射线光子到达率函数 $\lambda(t)$ 是脉冲星的 X 射线光子到达率和背景 X 射线光子到达率的总和,即

$$\lambda(t) = \lambda_p(t) + \lambda_n(t), \quad (3)$$

式中 $\lambda_p(t)$ 表示脉冲星的 X 射线光子到达率, $\lambda_n(t)$ 表示背景的 X 射线光子到达率,后者可视为常值函数。

脉冲星的 X 射线辐射能流密度非常低,一般为 10^{-5} photon \cdot cm $^{-2}$ \cdot s $^{-1}$ 的量级,需要探测器进行长时间的采集,将 X 射线光子叠加到一个周期以获取波形稳定且信噪比较高的累积脉冲轮廓。设采集时间为 N 个周期,每个周期分为 N_b 个 bin,每个 bin 对应一特定的相位,将 N 个周期内的光子叠加到 1 个周期获取 X 射线脉冲星累积脉冲轮廓 $f(j)$,即

$$f(j) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(i, j), \quad (4)$$

式中 $I(i, j)$ 表示发生在时间区间 $t(i, j)$ 中的光子事件的次数。 $t(i, j)$ 可表示为

$$t(i, j) = iT + jT_b, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, N_b, \quad (5)$$

式中 T_b 为时间 bin 的大小。累积脉冲轮廓 $f(j)$ 服

从以 λ_j 为期望值的泊松统计规律,即

$$P[f(j)] = \frac{(\lambda_j)^{f(j)}}{f(j)!} \exp(-\lambda_j), \quad \lambda_j = \int_{(j-1)T_b}^{jT_b} \lambda(t) dt. \quad (6)$$

3 X 射线脉冲星累积脉冲轮廓泊松噪声的消除

由(6)式可知,通过 X 射线光子计数探测技术获取的 X 射线脉冲星累积脉冲轮廓 $f(j)$ 满足以 λ_j 为期望值,以 $\sqrt{\lambda_j}$ 为均方差的泊松分布,可见累积脉冲轮廓 $f(j)$ 的噪声并不是独立的高斯白噪声,其噪声水平与信号的幅度相关,信号幅度越大,噪声相应越大。因此,基于高阶统计量的消除噪声的方法不能有效地消除累积脉冲轮廓的泊松噪声。

Luisier 等^[6]提出了一种基于 Haar 小波变换的快速泊松噪声消除算法,其基本思想是设置小波去噪阈值时,根据泊松信号的特点,其阈值为信号的函数,可实现阈值的自动调节,相比于硬阈值和软阈值去除泊松噪声的效果更好。基于 Haar 小波变换的泊松噪声消除算法如图 1 所示。

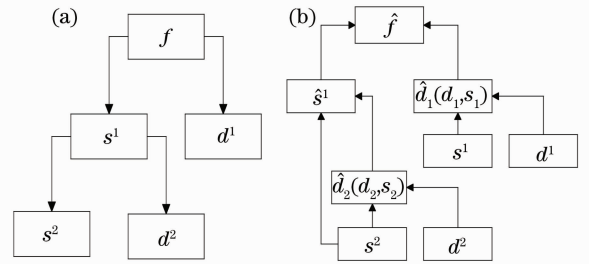


图 1 基于小波的泊松噪声消除算法方案图。(a)小波分解;(b)小波去噪

Fig. 1 Schematic diagram of Poisson noise removal algorithm based on wavelet. (a) Wavelet decomposition; (b) wavelet de-noising

由于 X 射线脉冲星累积脉冲轮廓服从泊松分布,因此采用非归一化的 Haar 小波进行分解,使其尺度系数仍然服从泊松分布,将有利于小波系数估计值均方差的计算,这点在下面计算小波系数方差时可体现出来。非归一化的 Haar 小波分解公式为

$$s_j^k = s_{2j}^{k-1} + s_{2j-1}^{k-1}, \quad d_j^k = s_{2j}^{k-1} - s_{2j-1}^{k-1}, \quad k = 1, \dots, K, \quad (7)$$

式中 s_j^k 表示第 k 层分解的尺度系数的第 j 个分量, d_j^k 表示第 k 层分解的小波系数的第 j 个分量, s 的原始序列 $s^0 = f$ 。由于 f 服从泊松分布,根据泊松分布的

性质(两个独立随机泊松变量的和仍然服从泊松分布)可知 s^1, s^2 等服从泊松分布。由(7)式可得原信号的重构公式为

$$s_{2j}^{k-1} = (s_j^k + d_j^k)/2, \quad s_{2j-1}^{k-1} = (s_j^k - d_j^k)/2, \quad k = K, \dots, 1. \quad (8)$$

根据小波去噪理论,消除噪声的方法就是对小波系数进行阈值处理,低于某一阈值的小波系数置零,达到去除噪声的目的。阈值的设置对于噪声去除效果非常关键。根据泊松噪声的特点,给出了如图 1(b)所示的消噪算法。因为泊松噪声与信号相关,所以为消除噪声而估计的小波系数是同阶小波系数和尺度系数二者的函数,得到的最佳估计小波系数再与同阶的尺度系数按照(8)式计算上一阶的尺度系数,如此递推就可得到原信号的最佳估计 \hat{f} 。根据误差理论,由(7)式可得

$$\Delta d_j^k = \Delta s_{2j}^{k-1} + \Delta s_{2j-1}^{k-1} = \Delta (s_{2j}^{k-1} + s_{2j-1}^{k-1}) = \Delta s_j^k, \quad (9)$$

由(9)式可知小波系数的方差等于尺度系数的方差。由前面的分析可知尺度系数服从泊松分布,因此去噪阈值可设为

$$T_j^k = \alpha \sqrt{s_j^k}. \quad (10)$$

式中 α 为比例因子,用以控制小波系数衰减的幅度,为实现最佳去噪,需要确定 α 的最佳值。此阈值可根据尺度系数的大小实现阈值的自动调节。

Abdourrahmane 等^[7]给出了一种平滑 S 型阈值函数,作为小波系数估计函数:

$$\hat{d}_j^k = \frac{d_j^k}{1 + \exp[-\tau(\lambda |d_j^k| - \lambda)]},$$

参数 λ 为小波阈值;参数 τ 控制对小波系数的衰减程度, τ 越大,衰减越小, τ 越小,衰减越大。平滑 S 型函数相对于硬阈值和软阈值函数的优点如图 2 所示,图中阈值为 2,硬阈值函数 A 在阈值范围内被强行置零,造成小幅度信号的丢失,而且在阈值附近函数不连续,平滑 S 型函数 B 克服了硬阈值函数的这些缺点,保留了阈值内的部分有用信号,衰减程度可通过参数 τ 来调节,为实现最佳去噪,需要确定参数 τ 的最佳值。

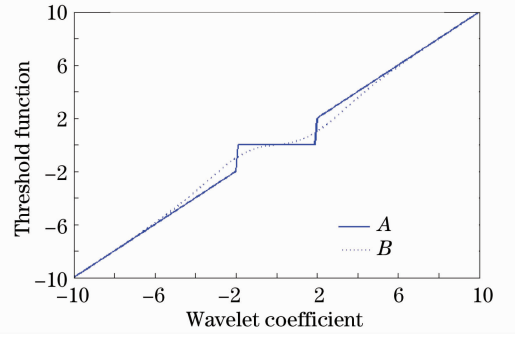


图 2 阈值函数

Fig. 2 Threshold function

根据 X 射线脉冲星累积脉冲轮廓的非归一化 Haar 小波分析的结论[如(9),(10)式所示]和平滑 S 型阈值函数的优点,本文给出的阈值函数为

$$\hat{d}_j^k = \frac{d_j^k}{1 + \exp[-\beta(|d_j^k| - \alpha \sqrt{s_j^k})]}. \quad (11)$$

此阈值函数不但与小波系数本身有关,而且是尺度系数的函数,阈值随尺度系数自动调节,参数 α 和 β 如前所述。

为确定 α 和 β 的最佳值,定义方差函数

$$\eta_j^k = \sum_j (\hat{d}_j^k - \delta_j^k)^2 = \sum_j [(\hat{d}_j^k)^2 + (\delta_j^k)^2 - 2\delta_j^k \hat{d}_j^k], \quad (12)$$

式中 δ_j^k 为小波系数的期望值。(12) 式取极小值时,对应的参数 α 和 β 就是最佳值,然后将其代入(11)式,得到小波系数的最佳估计,根据(8)式依次递推就可得到原累积脉冲轮廓函数的最佳估计。但是在(12)式中小波系数的期望值 δ_j^k 未知,为此须设法构造(12)式的无偏估计式。为描述方便,将尺度系数的期望值记为 μ_j^k ,小波系数的期望值记为 δ_j^k ,即 $E[s_j^k] = \mu_j^k, E[d_j^k] = \delta_j^k$,算符 $E[\dots]$ 表示求期望值。对(12)式作如下处理:

$$E[\eta_j^k] = E[(d_j^k - \delta_j^k)^2] = E[(d_j^k)^2] + E[(\delta_j^k)^2] - 2E[\delta_j^k d_j^k].$$

首先计算 $E[(\delta_j^k)^2]$ 。根据泊松分布的性质^[8], $E[\mu_j^k \theta(s_j^k)] = E[s_j^k \theta(s_j^k - 1)]$, $\theta(s_j^k)$ 为 s_j^k 的任意函数,再根据小波分解(7)式和(8)式,有

$$E[(\delta_j^k)^2] = E[(\mu_{2j}^{k-1} - \mu_{2j-1}^{k-1})(\mu_{2j}^{k-1} - \mu_{2j-1}^{k-1})] = E[\mu_{2j}^{k-1}(\mu_{2j}^{k-1} - \mu_{2j-1}^{k-1})] + E[\mu_{2j-1}^{k-1}(\mu_{2j-1}^{k-1} - \mu_{2j}^{k-1})] = \mu_{2j}^{k-1} E[(s_{2j}^{k-1} - s_{2j-1}^{k-1})] + \mu_{2j-1}^{k-1} E[(s_{2j-1}^{k-1} - s_{2j}^{k-1})] = E[\mu_{2j}^{k-1}(s_{2j}^{k-1} - s_{2j-1}^{k-1})] + E[\mu_{2j-1}^{k-1}(s_{2j-1}^{k-1} - s_{2j}^{k-1})] = E[s_{2j}^{k-1}(s_{2j}^{k-1} - 1 - s_{2j-1}^{k-1})] + E[s_{2j-1}^{k-1}(s_{2j-1}^{k-1} - 1 - s_{2j}^{k-1})] = E[(s_{2j}^{k-1} - s_{2j-1}^{k-1})^2 - (s_{2j}^{k-1} + s_{2j-1}^{k-1})] = E[(d_j^k)^2 - s_j^k].$$

所以可用 $(d_j^k)^2 - s_j^k$ 作为 $(\delta_j^k)^2$ 的无偏估计子。下面计算 $E[\delta_j^k d_j^k]$,将(11)式 \hat{d}_j^k 的表达式代入,计算如下:

$$\begin{aligned}
 E[\delta_j^k d_j^k] &= E\left\{\mu_{2j}^{k-1} \frac{d_j^k}{\{1 + \exp[-\beta(|d_j^k| - \alpha\sqrt{s_j^k})]\}}\right\} - E\left\{\mu_{2j-1}^{k-1} \frac{d_j^{k-1}}{\{1 + \exp[-\beta(|d_j^k| - \alpha\sqrt{s_j^k})]\}}\right\} = \\
 &E\left\{\mu_{2j}^{k-1} \frac{s_{2j}^{k-1} - s_{2j-1}^{k-1}}{\{1 + \exp[-\beta(|s_{2j}^{k-1} - s_{2j-1}^{k-1}| - \alpha\sqrt{s_{2j}^{k-1} + s_{2j-1}^{k-1}})]\}}\right\} - \\
 &E\left\{\mu_{2j-1}^{k-1} \frac{s_{2j}^{k-1} - s_{2j-1}^{k-1}}{\{1 + \exp[-\beta(|s_{2j}^{k-1} - s_{2j-1}^{k-1}| - \alpha\sqrt{s_{2j}^{k-1} + s_{2j-1}^{k-1}})]\}}\right\} = \\
 &E\left\{s_{2j}^{k-1} \frac{s_{2j}^{k-1} - 1 - s_{2j-1}^{k-1}}{\{1 + \exp[-\beta(|s_{2j}^{k-1} - 1 - s_{2j-1}^{k-1}| - \alpha\sqrt{s_{2j}^{k-1} - 1 + s_{2j-1}^{k-1}})]\}}\right\} - \\
 &E\left\{s_{2j-1}^{k-1} \frac{s_{2j}^{k-1} - s_{2j-1}^{k-1} + 1}{\{1 + \exp[-\beta(|s_{2j}^{k-1} - s_{2j-1}^{k-1} + 1| - \alpha\sqrt{s_{2j}^{k-1} + s_{2j-1}^{k-1} - 1})]\}}\right\} = \\
 &E\left\{s_{2j}^{k-1} \frac{d_j^k - 1}{\{1 + \exp[-\beta(|d_j^k - 1| - \alpha\sqrt{s_j^k - 1})]\}}\right\} - E\left\{s_{2j-1}^{k-1} \frac{d_j^k + 1}{\{1 + \exp[-\beta(|d_j^k + 1| - \alpha\sqrt{s_j^k - 1})]\}}\right\} = \\
 E[s_{2j}^{k-1}(\hat{d}_j^k)^- - s_{2j-1}^{k-1}(\hat{d}_j^k)^+] &= E\left[\frac{s_j^k + d_j^k}{2}(\hat{d}_j^k)^- - \frac{s_j^k - d_j^k}{2}(\hat{d}_j^k)^+\right] = \\
 \frac{1}{2}E\{d_j^k[(\hat{d}_j^k)^- + (\hat{d}_j^k)^+] + s_j^k[(\hat{d}_j^k)^- - (\hat{d}_j^k)^+]\}.
 \end{aligned}$$

因此可用 $E\{d_j^k[(\hat{d}_j^k)^- + (\hat{d}_j^k)^+] + s_j^k[(\hat{d}_j^k)^- - (\hat{d}_j^k)^+]\}$ 作为 $2E[\delta_j^k d_j^k]$ 的无偏估计子, 其中

$$(\hat{d}_j^k)^- = \frac{d_j^k - 1}{\{1 + \exp[-\beta(|d_j^k - 1| - \alpha\sqrt{s_j^k - 1})]\}}, \quad (\hat{d}_j^k)^+ = \frac{d_j^k + 1}{\{1 + \exp[-\beta(|d_j^k + 1| - \alpha\sqrt{s_j^k - 1})]\}}.$$

综上, 方差 η^k 的无偏估计子可表示为

$$\hat{\eta}^k = \sum_j \{(\hat{d}_j^k)^2 + (d_j^k)^2 - s_j^k - d_j^k[(\hat{d}_j^k)^- + (\hat{d}_j^k)^+] - s_j^k[(\hat{d}_j^k)^- - (\hat{d}_j^k)^+]\}. \quad (13)$$

参数 α 和 β 可由下式确定:

$$(\alpha, \beta) = \operatorname{argmin} \hat{\eta}^k. \quad (14)$$

4 实验与讨论

4.1 实验系统组成

基于 X 射线脉冲星导航的地面模拟系统的组

成如图 3 所示, 主要由 X 射线脉冲辐射源、X 射线光子计数探测器、电子读出系统和数据处理 4 部分组成^[9]。X 射线脉冲辐射源辐射周期性的 X 射线脉冲, 经减光器衰减至单光子状态, 然后高灵敏、低噪声的 X 射线单光子计数探测器记录每个光子的到达时间, 经过足够长时间的采集, 获取大量的光子

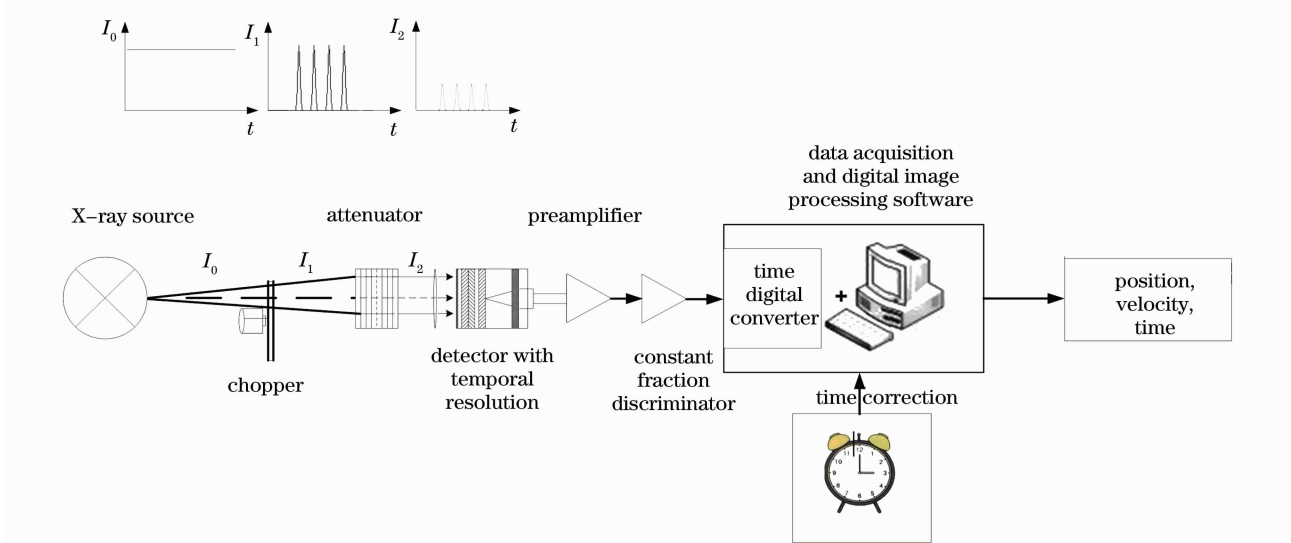


图 3 基于 X 射线脉冲星导航的地面模拟系统原理图

Fig. 3 Schematic diagram of ground simulated experimental system for X-ray pulsar-based navigation

达到时间数据,最后依据(4)式构造累积脉冲轮廓。有了累积脉冲轮廓就可以计算出 TOA,对各种脉冲星导航算法进行验证。为保证系统时钟的长期稳定,减小计时误差,采用标准时钟对系统进行定期校正。

模拟 X 射线脉冲源产生能谱为 1~10 KeV、周期为 1.5~300 ms 的 X 射线源。基于微通道板(MCP)的 X 射线光子计数探测器由输入窗、光电阴极、MCP 和收集阳极组成。三块“Z”型堆叠的 MCP 可提供 $10^6 \sim 10^7$ 的电子增益,适于极微弱的 X 射线脉冲星脉冲辐射的探测。MCP 作为电子倍增系统,其渡越时间为几纳秒,时间弥散约几十皮秒,响应时间非常短,时间分辨率非常高,可满足 X 射线脉冲星导航光子计数探测器对时间响应和时间分辨率的要求。收集阳极作为 MCP 输出的二次倍增电子的接收电极,输出电脉冲信号获取入射光子的时间信息。电子读出系统由电荷灵敏前放与成形主放、峰值定时与保持电路和基于现场可编程门阵列(FPGA)的时间测量单元组成,完成脉冲信号的读取与单光子到达时间的记录。数据处理单元根据 X 射线脉冲星脉冲轮廓的构造原理完成脉冲轮廓的构造,计算 TOA,提供给脉冲星导航算法实现自主定位。

4.2 实验结果与分析

实验中,将 X 射线脉冲源调至周期为 150 ms,主峰与次峰间隔为 1/4 周期,X 射线源强度通过改

变 X 射线发生器的控制电压、电流及 X 射线源至探测器的距离来改变,将其调至单光子脉冲状态。单光子脉冲信号经过电子读出系统记录每个单光子电脉冲信号到达时间,通过 X 射线脉冲轮廓的构造原理再现 X 射线脉冲轮廓。

图 4(a)为根据(4)式构造的原始累积脉冲轮廓,其 bin 的大小为 0.292969 ms, N_b 为 512,累积时间为 75 s。图 4(b)为根据第 3 节所述的 Haar 小波消噪算法消噪后的脉冲轮廓,与图 4(a)比较脉冲轮廓的毛刺明显得到了抑制。图 4(c)为原始累积脉冲轮廓的傅里叶频谱,图 4(d)为消噪后的累积脉冲轮廓的傅里叶频谱,比较可知消噪后的脉冲累积轮廓抑制了高频噪声。为定量说明去噪的效果,采用峰值信噪比(PSNR)来进行评价,PSNR 定义为

$$R_{\text{PSNR}} = 10 \lg \frac{f_{\text{max}}^2}{E_{\text{MS}}}$$

式中 f_{max} 为累积脉冲轮廓的最大值, E_{MS} 为累积脉冲轮廓的均方差。经计算得到,图 4(a)的 PSNR 为 47.088 dB,图 4(b)的 PSNR 为 50.701 dB,后者比前者提高 3 dB 以上。图 5 为不同累积时间累积脉冲轮廓 PSNR 的比较,PSNR1 表示原始累积脉冲轮廓,PSNR2 表示利用 Haar 小波消噪算法消噪后的累积脉冲轮廓。从图中可看出,PSNR2 比 PSNR1 至少高出 2 dB,而且在累积时间较短时,可高出约 4 dB。

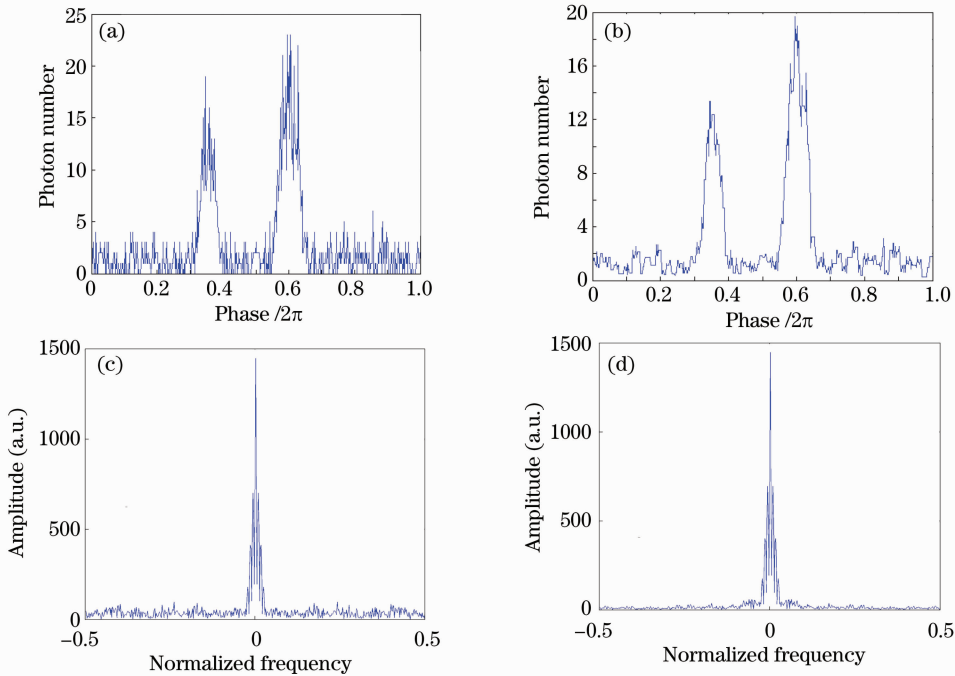


图 4 (a)原始累积脉冲轮廓;(b)去噪后的累积脉冲轮廓;(c)原始累积脉冲轮廓的傅里叶谱;(d)去噪后的累积脉冲轮廓的傅里叶谱
 Fig. 4 (a) Original integrated pulse profile; (b) de-noising integrated pulse profile; (c) Fourier spectrum of original integrated pulse profile; (d) Fourier spectrum of de-noising integrated pulse profile

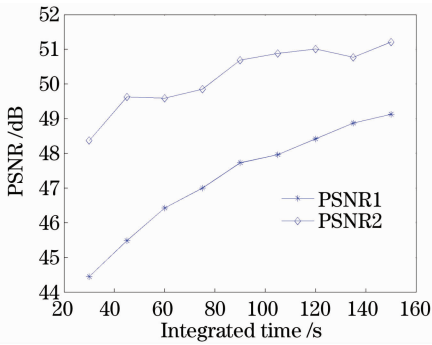


图 5 原始累积脉冲轮廓与消噪脉冲轮廓 PSNR 的比较
Fig. 5 PSNR of original and de-noising integrated pulse profiles

为分析消噪算法对 X 射线脉冲星 TOA 测量精度的影响,需要在相同的条件下采集大量的累积脉冲轮廓与标准轮廓比较,统计 TOA 测量的误差,但是在实验上这个条件很难满足,主要是因为每次测量得到的累积脉冲轮廓的初相位是不确定的。为此采用蒙特卡罗模拟方法,进行 100 次相同条件下

的测量,统计 TOA 的测量误差。根据实验系统测量数据,设定背景噪声光子数每周期(150 ms)平均 1 个,信号光子数每周期平均 2 个。对于背景噪声,通过泊松随机数发生器产生以 1 为期望值的随机数 N ,由于背景噪声在整个周期内出现的概率相当,再通过一致分布随机数发生器产生 N 个分布在 0~150 ms 内的随机数。对于信号,通过泊松随机数发生器产生以 2 为期望值的随机数 M ,再根据归一化标准脉冲轮廓(脉冲轮廓在某一时刻的值具有概率的意义)的分布,通过舍选法^[10]产生 M 个分布在 0~150ms 内的随机数。如此循环足够多周期,最后根据(4)式构造累积脉冲轮廓,初相位可方便地通过对每个随机数加一固定的偏置来进行控制。图 6 为经过 10000 个周期(1500 s)累积,同标准脉冲轮廓的相位差为 0 时的累积脉冲轮廓,标准脉冲轮廓为实验系统经过 50 min 获取的脉冲轮廓,两者相比波形一致,因此采用蒙特卡罗模拟基本能够再现实验过程。

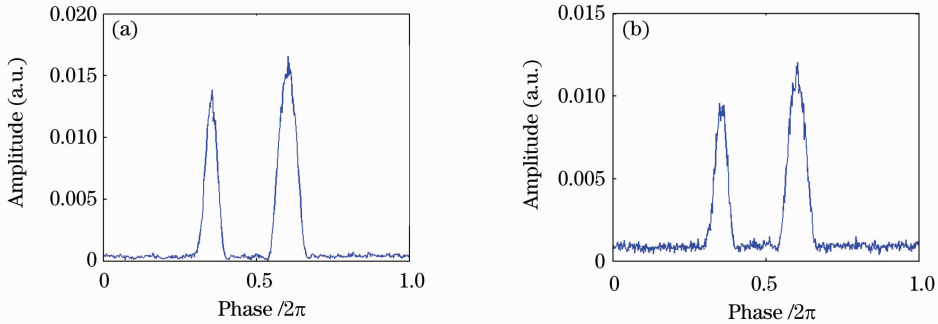


图 6 标准脉冲轮廓(a)和模拟累积脉冲轮廓(b)

Fig. 6 (a) Standard pulse profile and (b) simulated integrated pulse profile

在同一条件下,通过蒙特卡罗模拟获取 100 组脉冲轮廓,进行非归一化 Haar 小波消噪处理,然后根据 TOA 的泰勒频域算法^[11]计算 TOA 的测量误差。如图 7 所示,累积脉冲与标准脉冲轮廓的时间延迟设置为 20 个 bin,累积时间为 75 s,图中纵轴参数 d 的计算见文献^[11],最小值对应的横坐标为时间延迟量^[11],A 为原始累积脉冲轮廓的测量结果,时间延迟为 19.286 个 bin,与真值相差 0.714 个 bin,即 0.209 ms,B 为利用 Haar 小波消噪算法消噪后的累积脉冲轮廓的测量结果,时间延迟为 19.901 个 bin,与真值相差 0.099 个 bin,即 0.029 ms,与 A 相比测量精度提高近一个量级。图 8 为不同累积时间时原始累积脉冲轮廓与消噪后的累积脉冲轮廓的 TOA 测量均方差的比较,A 为原始累积脉冲轮廓的测量结果,B 为利用 Haar 小波消噪算法消噪

后的累积脉冲轮廓的测量结果,消噪后累积脉冲轮廓由于信噪比的提高,其 TOA 测量精度相应提高约 2 倍。

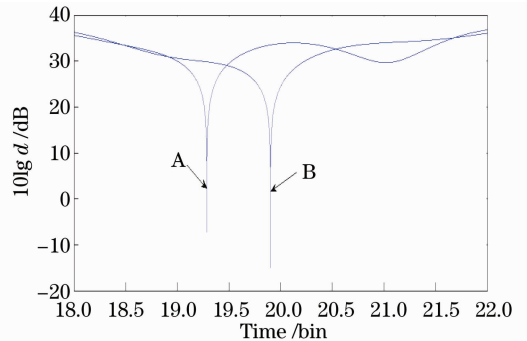


图 7 TOA 测量

Fig. 7 TOA measurement

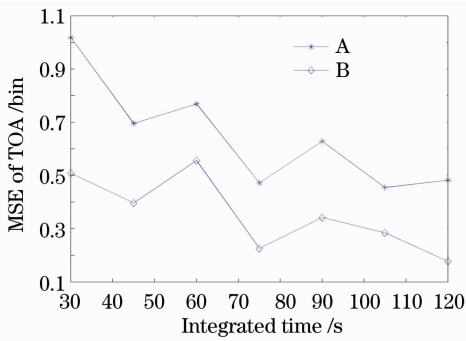


图 8 TOA 测量精度分析

Fig. 8 Analysis of TOA measurement precision

综上所述,本文提出的基于非归一化的 Haar 小波消噪算法对于提高累积脉冲轮廓的信噪比,进而提高 TOA 测量精度是有效的。

5 结 论

在论述 X 射线脉冲星辐射光子探测与累积脉冲轮廓构造模型的基础上,提出了非归一化 Haar 小波消噪算法,实验结果表明消噪后的累积脉冲轮廓峰值信噪比得到提高。通过蒙特卡罗模拟分析,证实了消噪后的累积脉冲轮廓有助于 TOA 测量精度的提高。

参 考 文 献

- 1 J. H. Talor. Pulsar timing and relativistic gravity[J]. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 1992, **341**(1660): 117~134
- 2 Zhong Chongxia, Yang Yan'gao. Use of wiener filtration in wavelet domain in ensemble pulsar time algorithm [J]. *Acta Physical Sinica*, 2007, **56**(10): 6157~6163

- 仲崇霞, 杨廷高. 小波域中的维纳滤波在综合脉冲星时算法中的应用[J]. *物理学报*, 2007, **56**(10): 6157~6163
- 3 Shuai Ping, Li Ming, Chen Shaolong *et al.*. The Principle and Method of X-Ray Pulsar Navigation System[M]. Beijing: China Space Navigation Press, 2009. 428~429
- 帅平, 李明, 陈绍龙等. X 射线脉冲星导航系统原理与方法[M]. 北京:中国宇航出版社, 2009. 428~429
- 4 S. I. Sheikh, D. J. Pines. Spacecraft navigation using X-ray pulsars[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, **29**(1): 49~63
- 5 Yang Yan'gao. Using pulsar clock as time scale for spacecraft [J]. *J. Time and Frequency*, 2007, **30**(2): 125~131
- 杨廷高. 用脉冲星钟作航天器时间标准 [J]. *时间与频率学报*, 2007, **30**(2): 125~131
- 6 F. Luisier, C. Vonesch, T. Blu *et al.*. Fast interscale wavelet denoising of poisson-corrupted images [J]. *Signal Processing*, 2010, **90**(2): 415~427
- 7 M. A. Abdourrahmane, P. Dominique, M. Gregoire. Smooth sigmoid wavelet shrinkage for non-parametric estimation [C]. *Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2008, 3265~3268
- 8 H. M. Huson. A natural identity for exponential families with applications in multiparameter estimation [J]. *Ann. Statist.*, 1978, **6**(3): 473~484
- 9 Hu Huijun, Zhao Baosheng, Sheng Lizhi *et al.*. Simulation experiment system for X-ray pulsar based navigation [J]. *Acta Physical Sinica*, 2011, **60**(2): 029701
- 胡慧君, 赵宝升, 盛立志等. 基于 X 射线脉冲星导航的地面模拟系统研究 [J]. *物理学报*, 2011, **60**(2): 029701
- 10 Zhang Ziping, Cheng Jinrong. Simulation study of orthopositronium's 3γ annihilation by M. C. weight-varying rejection sampling method [J]. *Chinese J. Atomic and Molecular Physics*, 1995, **12**(3): 322~326
- 张子平, 程锦荣. 电子偶素三光子湮灭的变权重舍选法 M. C. 模拟 [J]. *原子与分子物理学报*, 1995, **12**(3): 322~326
- 11 Xie Zhenhua, Xu Luping, Ni Guangren. Time offset measurement algorithm based on bispectrum for pulsar integrated pulse profiles [J]. *Acta Physical Sinica*, 2008, **57**(10): 6683~6688
- 谢振华, 许录平, 倪广仁. 基于双谱的脉冲星累积脉冲轮廓时间延迟测量 [J]. *物理学报*, 2008, **57**(10): 6683~6688