

# 高精度相位差波前探测器的数值仿真和实验研究

李 斐<sup>1,2,3</sup> 饶长辉<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> 中国科学院光电技术研究所自适应光学研究室, 四川 成都 610209  
<sup>2</sup> 中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209  
<sup>3</sup> 国防科学技术大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073

**摘要** 相位差(PD)波前探测器具有光路简单、共光路测量等优点,不仅适合点目标,而且适合扩展目标。随着算法和硬件水平的不断提高,相位差法已经成为波前探测技术的一个重要发展方向。对相位差波前探测器进行了研究,成功实现了对点目标和扩展目标的波前探测,给出了数值仿真结果。针对点目标,搭建实验光路,对静态的单阶 Zernike 像差和随机像差进行探测,分析了影响探测精度的主要因素。结果表明,相位差波前探测器可以准确地探测波前,在给定的实验条件下,相位差法对低阶像差探测的均方根误差小于  $\lambda/100$ ,对随机像差的探测的均方根误差小于  $\lambda/50$ 。

**关键词** 探测器;波前探测;点目标;扩展目标;相位差法

**中图分类号** O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0804001

## Study on Phase Diversity Wavefront Sensor

Li Fei<sup>1,2,3</sup> Rao Changhui<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Laboratory on Adaptive Optics, Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China  
<sup>2</sup> Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China  
<sup>3</sup> College of Opto-Electronics Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China

**Abstract** With the improvement of the algorithms and hardware, phase diversity wavefront sensing technology becomes an important developing direction of the wavefront sensing technology, which is attributed to many advantages such as simple configuration, common path detection and so on. Phase diversity wavefront sensor is simulated not only for point sources but also for extended sources. An experimental testbed is built based on point source to detect the static Zernike aberration. Numerical simulations and experimental results demonstrate that phase diversity wavefront sensing technology can retrieve the wavefront accurately. Under the given experimental condition, the root mean square of the residual aberration is about  $\lambda/100$  for the low order aberrations and less than  $\lambda/50$  for the random aberrations.

**Key words** detectors; wavefront sensing; point source; extended source; phase diversity method

**OCIS codes** 040.5160; 010.7350; 110.2970

## 1 引 言

目前,比较成熟的波前探测器种类很多,常用的有剪切干涉仪(SI)<sup>[1~3]</sup>,夏克-哈特曼波前传感器(HS-WFS)<sup>[4,5]</sup>等。其中剪切干涉仪测量精度较高,但光路复杂;夏克-哈特曼传感器结构简单,光能利用率高,但空间分辨力低<sup>[6]</sup>。

1979年,Gonsalves<sup>[7]</sup>提出了相位差(PD)波前探测技术,该技术对目标没有特定的要求,不仅适合用于点目标,而且适合用于扩展目标。相对其他波前探测器,相位差波前探测器(PDWFS)具有光路简单、不存在非共路误差等优点,已经成为波前探测器的一个重要发展方向<sup>[8]</sup>。1994年,美国洛克希德公

收稿日期: 2011-03-22; 收到修改稿日期: 2011-04-22

作者简介: 李 斐(1983—),男,博士研究生,主要从事自适应光学技术方面的研究。E-mail: sdlifei2008@163.com

导师简介: 饶长辉(1971—),男,博士,研究员,主要从事自适应光学技术方面的研究。E-mail: chrao@ioe.ac.cn

司 (Lockheed Missiles and Space Company) 的 Kendrick 等<sup>[9,10]</sup> 在波前扰动变化频率低于 10 Hz 的条件下利用 PDWFS 对低阶波前畸变实现了闭环补偿。1998 年, Vogel 等<sup>[11]</sup> 在前人的研究基础上, 提出了 PD 方法的快速数值解法, 有效地提高了该方法的运算速度。2007 年, 通用动力高级信息系统公司 (General Dynamics Advanced Information System) 的 Quick Star 实验平台在波前扰动采样频率为 100 Hz, 幅值为  $\pm 0.1\lambda$  的情况下, 实现了对近似点目标的均方根 (RMS) 优于  $0.01\lambda$  的波前探测<sup>[12,13]</sup>。国内, 中国科学院光电技术研究所<sup>[14,15]</sup>、中国科学院云南天文台<sup>[16,17]</sup>、北京理工大学<sup>[18]</sup> 和中国科学院西安光学精密机械研究所<sup>[19~21]</sup> 等单位也对 PDWFS 进行了数值模拟, 但对 PDWFS 详细实验研究的报道还相对较少。

本文将在点目标和扩展目标两种情况分别对 PDWFS 进行仿真分析, 并以点目标为例搭建相应的实验平台对 PDWFS 的探测精度进行详细的实验研究, 使用该实验平台对不同大小、不同类型的静态像差进行波前重建实验, 以分析 PDWFS 的波前重建能力。

## 2 PDWFS 的基本原理

PDWFS 的基本思想是利用同一目标  $o(x, y)$  经过不同的光学通道  $\{h_k(x, y)\}$  所成的  $k(k \geq 2)$  幅图像  $\{i_k(x, y)\}$  来估计波前相位<sup>[22,23]</sup>, 其成像过程如图 1 所示。

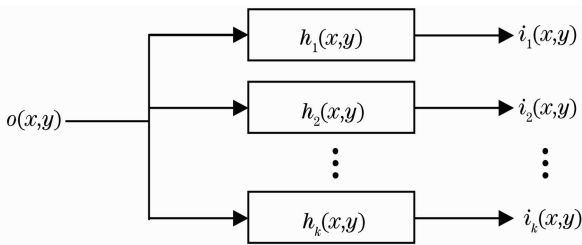


图 1 相位差法成像过程框图

Fig. 1 Imaging procedure of phase diversity

假设光学成像是空间不变线性系统, 根据极大似然估计或最小二乘估计理论确定一个目标函数  $E$

$$E = \sum_k \sum_{x,y} |i_k(x, y) - o(x, y) * \hat{h}_k(x, y)|^2, \quad (1)$$

式中  $i_k(x, y)$  为第  $k$  个探测器上的光强分布;  $o(x, y)$  表示目标光强分布的估计量;  $\hat{h}_k(x, y)$  表示第  $k$  个光学通道的点扩展函数 (PSF) 的估计量;  $*$  表示卷积运算。

$$\hat{h}_k(x, y) = |\mathcal{F}^{-1}\{A(u, v)\exp[i\hat{\phi}_k(u, v)]\}|^2, \quad (2)$$

式中  $\hat{\phi}_k(u, v)$  为第  $k$  个光学通道上的波前分布的估计量;  $A(x, y)$  为孔径函数;  $\mathcal{F}^{-1}\{\}$  表示傅里叶逆变换。

在本文的研究工作中, 拟用两幅图像来估算波前相位, 其中一幅图像是由波前畸变导致退化的焦面图像; 另外一幅是在焦面图像上引入一个已知离焦像差得到的图像。根据文献<sup>[7, 9, 10]</sup>, 成像系统的通道数为 2 时, 目标函数  $E$  可表示为

$$E = \sum |I\hat{H}_d - I_d\hat{H}|^2 / (|\hat{H}|^2 + |\hat{H}_d|^2), \quad (3)$$

式中  $I$  和  $I_d$  分别为焦面图像  $i$  和离焦图像  $i_d$  的离散傅里叶变换;  $H$  和  $H_d$  分别为两光学通道的光学传递函数 (OTF), 也就是 PSF 的傅里叶变换。采用最优化算法寻找使目标函数  $E$  最小化的解, 即可求得波前分布  $\phi(x, y)$ , 可表示为

$$\phi(u, v) = \min_{\hat{\phi}}^{-1}[E(\hat{\phi}(u, v) | \{i_k(x, y)\})], \quad (4)$$

式中  $\min_{\hat{\phi}}^{-1}[E(\hat{\phi}(u, v) | \{i_k(x, y)\})]$  表示在已知参数  $\{i_k(x, y)\}$  的条件下求使得  $E$  达到最小值的  $\hat{\phi}$ 。寻找使目标函数  $E$  最小化的解的具体过程参看文献<sup>[6]</sup>。

## 3 数值仿真

由于 PDWFS 无法复原平移 (piston) 和倾斜 (tip-tilt) 像差, 因此当模拟的被测波前含有这两种像差时, 需要先对这两种像差进行拟合并将其剔除。图 2 为去掉平移和整体倾斜后的被测波前, 相应的峰谷 (PV) 值为  $0.7827\lambda$ , RMS 值为  $0.1953\lambda$ ,  $\lambda$  为成像系统的工作波长, 采用  $\lambda$  作为波前的单位, 来衡量像差的大小。图 3 给出了模拟的扩展目标。

假设成像系统的口径为 25 mm, 焦距为 250 mm, 工作波长为  $0.5 \mu\text{m}$ , 附加离焦像差的 PV 值为  $1\lambda$ 。在点目标情况下, 探测器上采集到的焦面和离焦图像分别如图 4 所示, 根据这两幅图像即可利用 PDWFS 估计出被测波前, 如图 5 所示。图 6 给出了复原波前

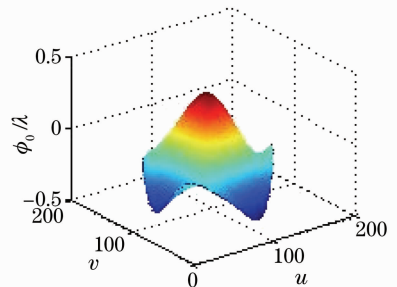


图 2 去掉平移和倾斜后的被测波前

Fig. 2 Simulated phase without piston or tip-tilt

与被测波前之间的残余误差,残余误差的 RMS 值为  $0.0021\lambda$ 。残余误差的 RMS 值常作为衡量波前复原精度的标准,其值越小表示复原的精度越高。

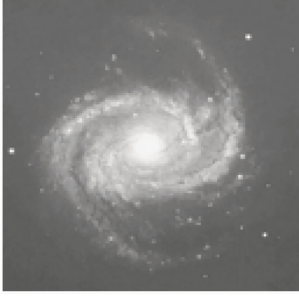


图 3 模拟的扩展目标

Fig. 3 Simulated extended source

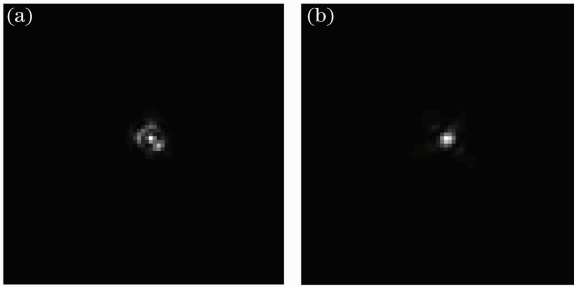


图 4 点目标情况下的焦面(a)和离焦(b)图像

Fig. 4 Focus image (a) and defocus image (b) for point source

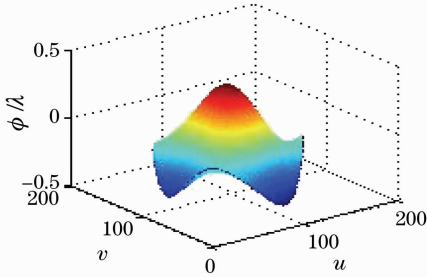


图 5 点目标情况下复原的波前相位

Fig. 5 Reconstructed wavefront phase for point source

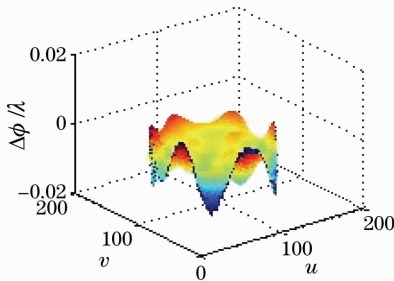


图 6 点目标情况下模拟波前与复原波前的残余误差

Fig. 6 Residual aberration of simulated and reconstructed wavefronts for point source

在扩展目标情况下,探测器采集到的焦面和离焦图像分别如图 7 所示,图 8 和图 9 分别给出了复原波前和残余误差,残余误差的 RMS 值为  $0.0022\lambda$ 。由上面的结果可以看出,不论是在点目标还是在扩展目标情况下,PDWFS 都可以得到较高的探测精度。

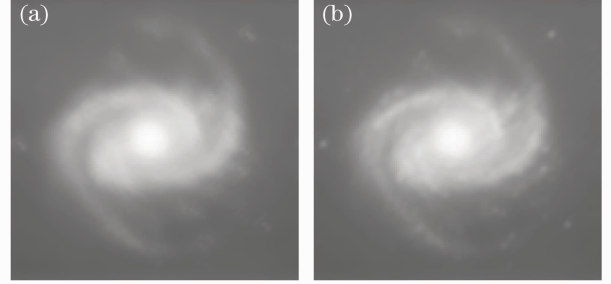


图 7 扩展目标情况下的焦面(a)和离焦(b)图像

Fig. 7 Focus image (a) and defocus image (b) for extended source

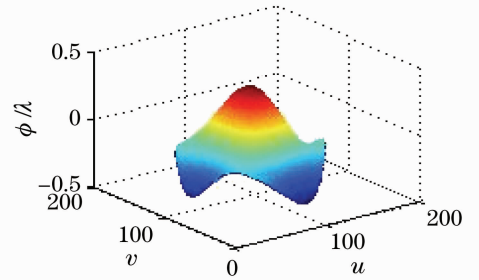


图 8 扩展目标情况下复原的波前相位

Fig. 8 Reconstructed wavefront phase for extended source

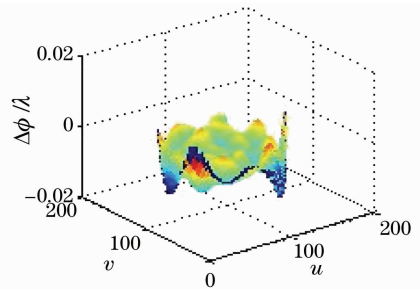


图 9 扩展目标情况下模拟波前与复原波前的残余误差

Fig. 9 Residual aberration of simulated and reconstructed wavefronts for extended source

## 4 实验研究

### 4.1 实验系统描述

为了验证 PDWFS 的可行性和实用性,以点光源为例搭建相应的实验系统,研究了光照充足条件下 PDWFS 对静态像差的探测能力,实验系统光路与实物照片分别如图 10 和图 11 所示。实验系统由目标模拟、扰动模拟和成像系统 3 个部分组成。目标模拟部分由 He-Ne 激光器、偏振片 P、显微物镜

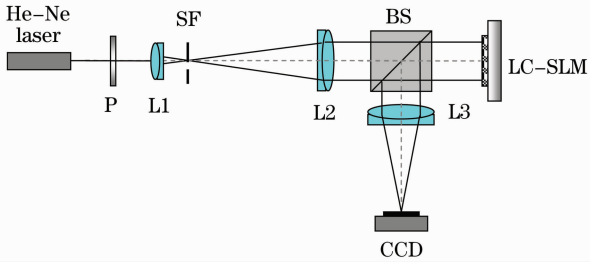


图 10 实验光路图

Fig. 10 Scheme of experimental setup

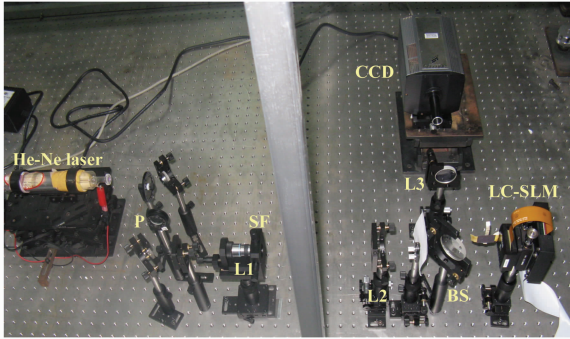


图 11 实物照片

Fig. 11 Photograph of experimental setup

L1、针孔 SF 和透镜 L2 组成。显微物镜的参数为  $40\times$ ，针孔的直径为  $15\ \mu\text{m}$ ，透镜 L2 的焦距为

200 mm。He-Ne 激光器输出的光束经过偏振片，以便保证光束的偏振方向与液晶空间光调制器 (LC-SLM) 的非寻常光轴方向平行。针孔放置于透镜 L2 的焦面上，用来模拟无穷远处的目标。扰动模拟部分采用反射式电寻址 LC-SLM 来实现对光束波前相位的调制，以产生被测像差和附加离焦像差。成像部分由双胶合凸透镜 L3 和 CCD 相机组成，透镜 L3 的焦距为 200 mm，CCD 相机采用的是 Cascade:650。

#### 4.2 单阶 Zernike 像差的探测实验

在波前探测实验中，由 LC-SLM 产生单阶 Zernike 像差 (PV 为  $1\lambda$ )，附加离焦像差的 PV 值为  $1\lambda$ ，然后由 PDWFS 进行探测。图 12 显示了部分单阶 Zernike 像差的重建结果，每个像差的探测结果中，前两幅图表示 CCD 记录的焦面图像和离焦图像；后面三幅图分别表示 LC-SLM 上所加载的像差和 PDWFS 的探测结果以及二者之间的残余误差。

计算 LC-SLM 上所加载像差、PDWFS 的探测结果以及二者之间残余误差的 RMS 值，结果如图 13 所示。

以上实验结果表明，PDWFS 的探测结果与 LC-SLM 上所加载的像差比较相近，也就是说 PDWFS 有着较高的探测精度。在文中给定的实验

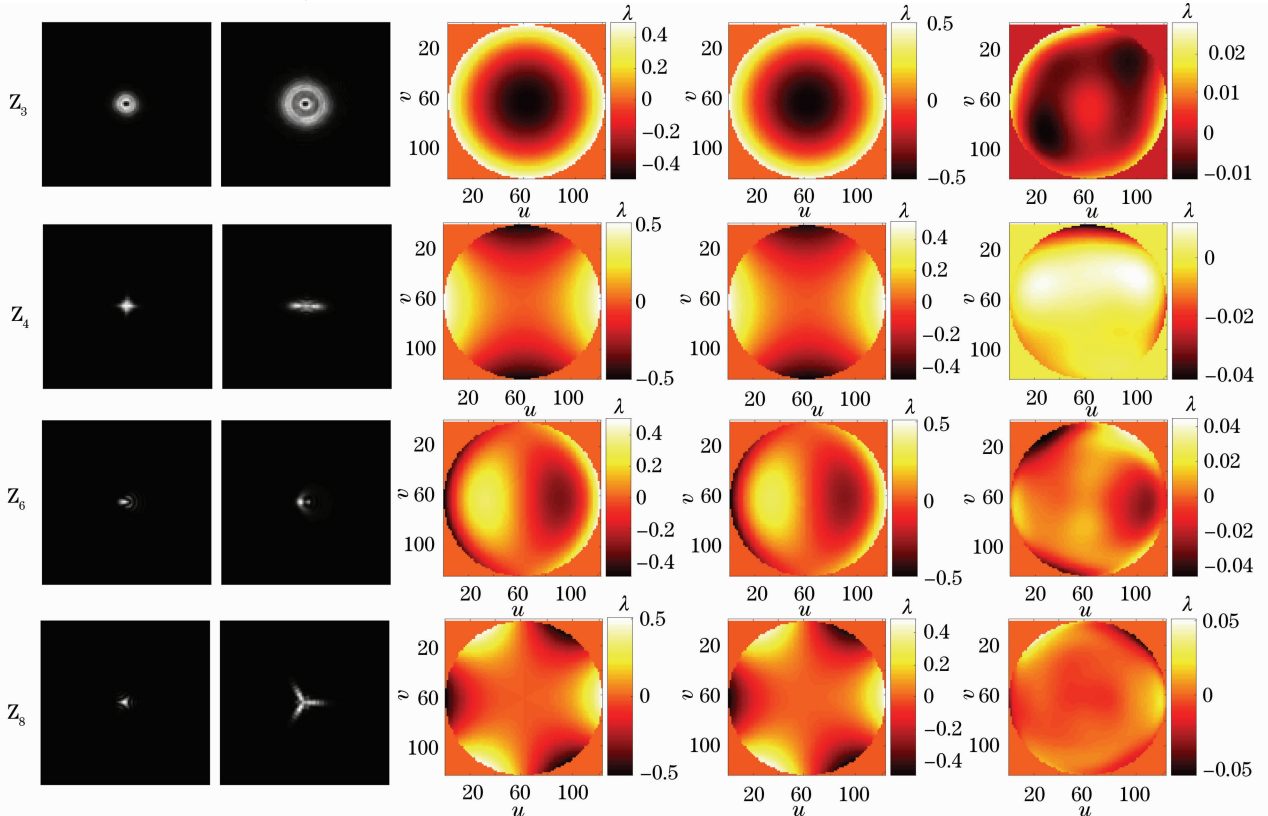


图 12 部分单阶 Zernike 像差的探测结果

Fig. 12 Experimental results for some single-order Zernike aberrations



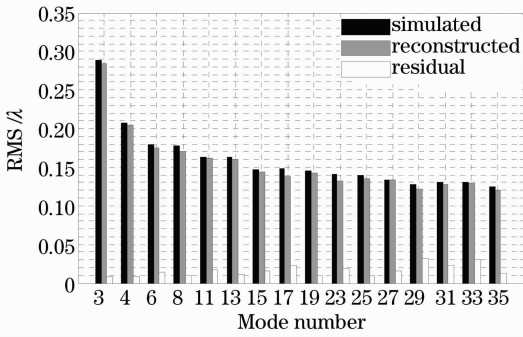


图 13 部分 Zernike 像差探测结果的 RMS 值

Fig. 13 RMS values of the experimental results for some Zernike aberrations

条件下, PDWFS 对低阶像差的探测精度优于  $\lambda/100$ 。然而, 对于高阶像差, 相位差法的波前探测精度有所下降, 产生这种现象的主要原因主要是高阶像差远场光斑的旁瓣能量比较分散, 光强相对较弱, 极易受到杂散光和 CCD 噪声等因素的影响, 造成目标函数最小值的求解过程变得不稳定或者失败。

### 4.3 随机像差的探测实验

图 14 给出了 PDWFS 对随机像差的探测结果, 随机像差由 3~35 阶 Zernike 多项式的线性组合构

成, 各阶 Zernike 多项式的系数是随机产生的。每组探测结果中, 前两幅图表示 CCD 记录的焦点图像和离焦图像; 后面三幅图分别表示 LC-SLM 上所加载的像差、PDWFS 的探测结果和二者之间的残余误差。

计算 LC-SLM 上所加载像差  $\phi_0$ 、利用相位差法重建的像差  $\phi$  以及二者之间残余误差  $\Delta\phi$  的 RMS 值, 结果如图 15 所示。

可见, PDWFS 具有较高的精度。待测像差越大, 远场光斑的扩散范围越大, 越容易受到杂散光形成的干涉条纹、CCD 上的污点和坏点以及 CCD 噪声等因素的影响, 探测精度就越低。

### 4.4 误差分析

在 PDWFS 采集图像和计算波前的过程中, 很多环节都存在误差, 这些误差严重地影响着探测精度。这些误差主要有: 光学元件误差和光路的装调误差、LC-SLM 的标定误差、LC-SLM 与光束的对准误差、探测器位置和旋转误差、激光器的光强不稳定、杂散光和 CCD 的噪声等。有些误差可以通过一定的方法来消除, 但还有些误差不能完全消除, 只能通过某种手段来减小。在本文的实验中, 采用了多

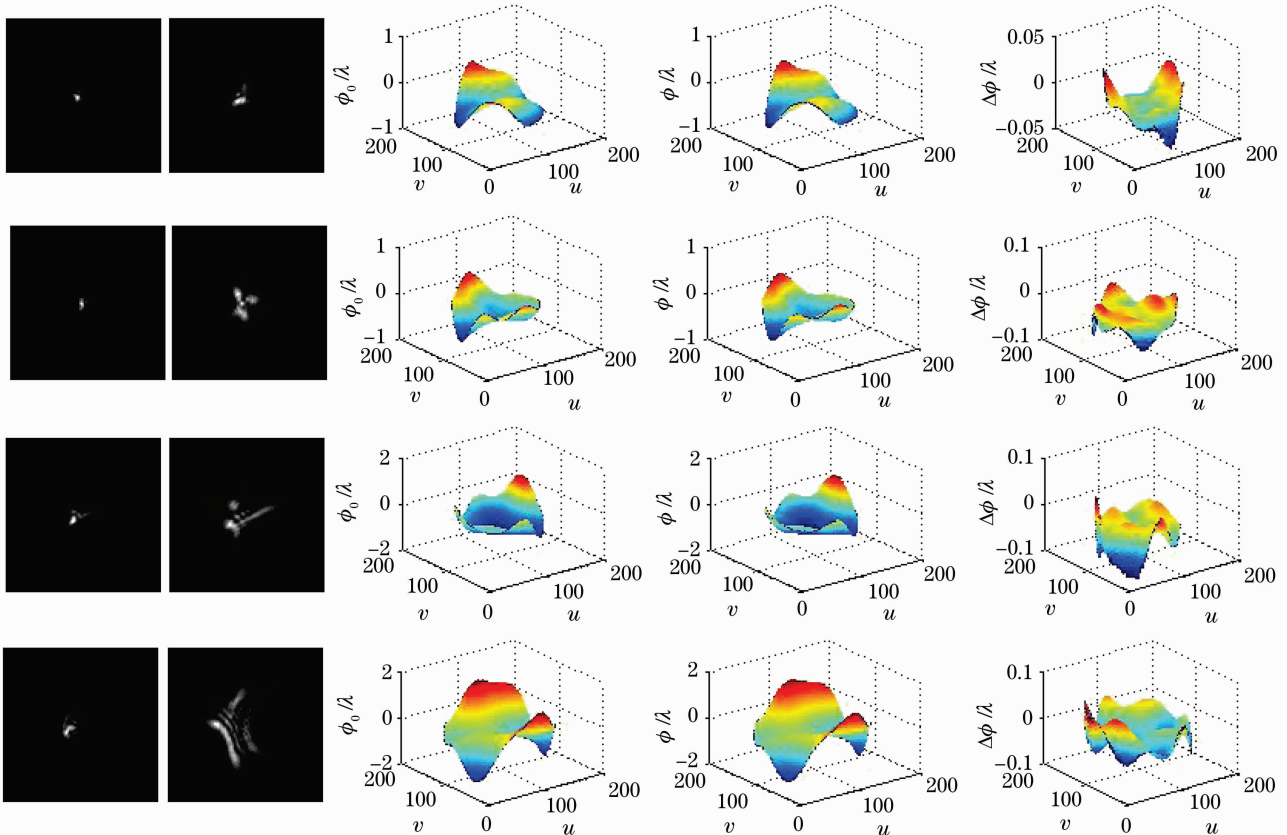


图 14 随机组合像差的探测结果

Fig. 14 Experimental results for random combined aberration

种消除和减小误差的方法<sup>[24]</sup>,大大提高了 PDWFS 的探测精度。

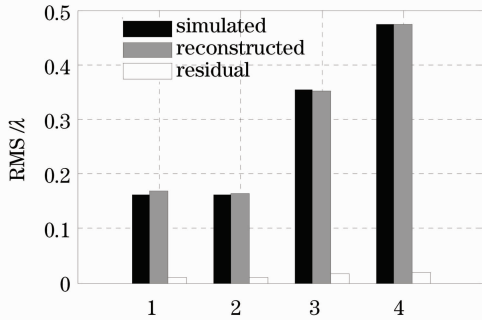


图 15 随机组合像差的探测结果 RMS 值

Fig. 15 RMS values of the experimental results for randomly combined aberration

## 5 结 论

对 PDWFS 进行了研究,数值仿真了 PDWFS 对点目标和扩展目标的波前探测性能,并以点光源为例搭建相应的实验系统研究在光照充足条件下 PDWFS 对静态像差的探测能力。在实验中采用了多种消除误差的方法,使 PDWFS 具有较高的精度,在一定程度上推动了 PDWFS 的实用化进程。结果表明,PDWFS 可以准确地探测波前,在本文给定的实验条件下,PDWFS 对低阶像差的探测精度可达  $\lambda/100$ ,对随机像差的探测精度优于  $\lambda/50$ 。随着待测像差空间频率的升高和 PV 值的增大,CCD 上采集的图像易受到 CCD 噪声、杂散光、CCD 上的污点和坏点等因素的影响,从而降低探测精度。

然而,PDWFS 速度较慢,目前还无法做到实时测量,只能用于慢变波前或静态波前的探测,但是随着优化算法和一维搜索算法的改进、高速计算芯片的应用和硬件性能的提高,PDWFS 的探测速度必定会大幅度提高。由于需要采集多幅图像,PDWFS 需要分光,因此它的光能利用率会降低,但在光照充足的探测领域(例如太阳观测)有着很大的应用潜力。在下一步的工作中,还需要针对 PDWFS 的各种不足进行详细研究,早日实现其在波前检测,乃至自适应光学闭环系统中的实际应用。

## 参 考 文 献

1 Kong Meimei, Gao Zhishan, Chen Lei *et al.*. Cyclic radial shearing interferometry based on polarization phase-shifting technique[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(1): 127~131  
孔梅梅,高志山,陈磊等.基于偏振移相的环路剪切干涉[J].*光学学报*,2010,**30**(1):127~131  
2 Wang Lijuan, Liu Liren, Luan Zhu *et al.*. Phase shifting Jamin

lateral shearing interferometer[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(5): 1156~1159  
王利娟,刘立人,栾竹等.相移雅满横向剪切干涉仪[J].*中国激光*,2009,**36**(5):1156~1159  
3 Liu Dong, Yang Yongying, Tian Chao *et al.*. Study on phase retrieval from single close fringe pattern with high precision[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(2): 531~536  
刘东,杨甬英,田超等.高精度单幅闭合条纹干涉图相位重构技术[J].*中国激光*,2010,**37**(2):531~536  
4 Rao Changhui, Jiang Wenhan, Ling Ning. Atmospheric parameters measurements for non-Kolmogorov turbulence with Hartmann-Shack wavefront sensor [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(9): 1201~1207  
饶长辉,姜文汉,凌宁.应用哈特曼-夏克波前传感器测量大气湍流参数[J].*光学学报*,2000,**20**(9):1201~1207  
5 Zheng Hanqing, Rao Changhui, Rao Xuejun *et al.*. Wavefront stitching detection method based on Hartmann-Shack wavefront sensor[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3385~3390  
郑翰清,饶长辉,饶学军等.基于哈特曼-夏克波前传感器的波面拼接检测方法[J].*光学学报*,2009,**29**(12):3385~3390  
6 Li Fei, Rao Changhui. Least square phase retrieval algorithm based on defocus grating [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(11): 2813~2820  
李斐,饶长辉.基于离焦光栅的最小二乘波前复原算法[J].*中国激光*,2010,**37**(11):2813~2820  
7 R. A. Gonsalves, R. Chidlaw. Wavefront sensing by phase retrieval[C]. *SPIE*, 1979, **207**: 32~39  
8 Wu Yuanhao, Wang Bin, Zhao Jinyu *et al.*. Restoration of broadband white light image using phase diversity technique[J]. *Opt. & Precision Engng.*, 2010, **18**(8): 1849~1854  
吴元昊,王斌,赵金宇等.利用相位差异技术恢复宽带白光图像[J].*光学精密工程*,2010,**18**(8):1849~1854  
9 R. L. Kendrick, D. S. Acton, A. L. Duncan. Experimental results from the Lockheed phase diversity test facility[C]. *SPIE*, 1994, **2302**: 312~322  
10 R. L. Kendrick, R. Bell, A. L. Duncan. Closed loop wavefront correction using phase diversity [C]. *SPIE*, 1998, **3356**: 844~853  
11 C. R. Vogel, T. F. Chan, R. J. Plemmons. Fast algorithms for phase-diversity-based blind deconvolution [C]. *SPIE*, 1998, **3353**: 994~1005  
12 J. A. Georges III, P. Dorrance, K. Gleichman *et al.*. High-speed closed-loop dual deformable-mirror phase-diversity testbed [C]. *SPIE*, 2007, **6711**: 671105  
13 J. A. Georges III, P. Dorrance, K. Gleichman *et al.*. Automatic calibration of a phase-diversity wavefront sensing and control testbed[C]. *SPIE*, 2007, **6711**: 671106  
14 Li Qiang, Shen Mangzuo. Wavefront sensing using phase diversity method [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, **33**(11): 114~119  
李强,沈忙作.基于相位差法的波前检测技术[J].*光电工程*,2006,**33**(11):114~119  
15 Li Qiang, Shen Mangzuo. Measurement of telescope aberrations using phase-diversity method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9): 1553~1557  
李强,沈忙作.利用相位差法测量望远镜像差[J].*光学学报*,2007,**27**(9):1553~1557  
16 Yang Lei, Liu Zhong, Jin Zhenyu *et al.*. The effect of uncertainty in defocus distance on the wave-front reconstruction with the phase-diversity algorithm[J]. *Astronomical Research & Technology*, 2009, **6**(1): 43~49  
杨磊,刘忠,金振宇等.离焦量误差对相位差法波前重构的影响[J].*天文研究与技术*,2009,**6**(1):43~49  
17 Yu Xuegang, Liu Zhong, Jin Zhenyu *et al.*. Design of a phase diversity wavefront sensor [J]. *Astronomical Research &*

- Technology, 2010, **7**(1): 55~59
- 于学刚, 刘 忠, 金振宇等. 波前相位差法探测器的设计[J]. 天文研究与技术, 2010, **7**(1): 55~59
- 18 Wang Xin, Zhao Dazun. Influence of noise to phase diversity wavefront sensing [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(8): 2142~2146
- 王 欣, 赵达尊. 图像噪声对相位变更波前传感的影响研究[J]. 光学学报, 2009, **29**(8): 2142~2146
- 19 Yi Hongwei, Li Yingcai, Fan Chao *et al.*. A new method of phase diversity wave-front sensing based on SOFM NN[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(7): 1373~1377
- 易红伟, 李英才, 樊 超等. 基于自组织映射神经网络的位相差异波前传感新方法[J]. 光子学报, 2008, **37**(7): 1373~1377
- 20 Yi Hongwei, Li Yingcai, Ma Zhen *et al.*. Estimation method of wave-front error using phase diversity for space optical imaging system [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(10): 2677~2681
- 易红伟, 李英才, 马 臻等. 空间光学成像系统波像差的位相差异估计方法[J]. 光子学报, 2009, **38**(10): 2677~2681
- 21 Liang Shitong, Yang Jianfeng, Xue Bin. A new phase diversity wave-front error sensing method based on genetic algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(4): 1015~1019
- 梁士通, 杨建峰, 薛 彬. 基于遗传算法的改进相位差法波前误差传感技术研究[J]. 光学学报, 2010, **30**(4): 1015~1019
- 22 R. A. Gonsalves. Phase retrieval and diversity in adaptive optics [J]. *Opt. Engng.*, 1982, **21**(5): 829~832
- 23 R. G. Paxman, T. J. Schulz, J. R. Fienup. Joint estimation of object and aberrations by using phase diversity[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1992, **9**(7): 1072~1085
- 24 Li Fei, Rao Changhui. Analysis and elimination of errors in phase diversity wavefront sensing system[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, **23**(3): 599~605
- 李 斐, 饶长辉. 相位差法波前传感系统自身误差的分析及消除方法[J]. 强激光与粒子束, 2011, **23**(3): 599~605