强度相关场对比度测量准均匀介质散射势强度的理论研究

李 伽

(浙江工业大学信息工程学院光纤通信与信息工程研究所，浙江 杭州 310023)

摘要 基于一阶玻恩近似条件，分别得到了标量和电磁平面波经过准均匀(QH)介质散射的二阶强度相关场对比度解析式。解析结果显示，对于标量平面波入射的情况，其对应的强度相关场对比度与散射势强度及比率 D/R(D 为光纤探头的口径，R 为散射体至光纤探头的距离)有关。而对于电磁平面波入射情况，其对应的对比度与散射势强度、入射光偏振度及比率 D/R 均有关。此外，针对上述两种入射条件下的对比度数值受到各类参量的影响变化关系分别进行了数值仿真研究。仿真结果进一步表明，通过获取强度相关场的对比度数值并利用逆散射问题的求解，可以达到对准均匀介质散射势强度参量的反演和测量。理论结果对赝热光应用于光学相干层析术和鬼像实验中未知散射介质的测量有一定的潜在应用价值。

关键词 散射；准均匀介质；对比度；一阶玻恩近似

中图分类号 O436.3 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201131.0726002

Theoretical Study on Determination of Strength of Scattering Potential of Quasi-Homogeneous Media by Visibility of Intensity Correlated Field

Li Jia

(*Institute of Fiber Optic Communication and Information Engineering*, *College of Information Engineering*, *Zhejiang University of Technology*, *Hangzhou*, *Zhejiang* 310023, *China*)

Abstract Within the accuracy of first-order Born approximation, the visibility of intensity correlated field is derived for two cases, i. e., the scalar and electromagnetic plane wave scattering from quasi-homogeneous (QH) media, respectively. Analytical results indicate that the visibility of intensity correlated field depends on the strength of scattering potential and the ratio D/R for the scalar case, where D is the radius of fiber-optic probe, and R is the distance between the scatterer and the fiber-optic probe. Comparably, for the electromagnetic case, the corresponding visibility relates with the strength of scattering potential, polarization of incident waves and the ratio D/R. Furthermore, numerical simulations are performed to investigate the influences of above parameters on the mean value of visibility. Numerical results further reveal that the strength of scattering potential of QH media may be determined by solutions of the inverse scattering problem provided that the visibility of intensity correlated field is obtained from experiments. The results may provide potential applications for the reconstruction and determination of unknown scatterer in optical coherence tomography and ghost imaging using the pseudo thermal light.

Key words scattering; quasi-homogeneous (QH) medium; visibility; first-order Born approximation

OCIS codes 260.2110; 290.5825; 290.5855

1 引 言

近 20 年来，光束经随机介质散射的问题受到国内外学者的广泛关注[1~9]。该类问题的一个重点是利用散射光的特性变化来反演介质内部的结构特性。1991 年 Howard[10] 最先提出了一种利用激光来探测散射介质的方法，即通过测量高斯光束经随机介质弱散射后的相位和振幅闪烁特性来反演散射体的内部折射率分布情况。近年来，通过求解逆散

收稿日期： 2011-01-19；**收到修改稿日期：** 2011-03-23

作者简介： 李 伽(1984—)，男，博士，讲师，主要从事光束介质传输与散射等方面的研究。E-mail: lijiafeifei@sina.com

射问题以达到对未知散射体特性的测量逐渐成为处理该问题的主要技术手段。该方法的主要思想是，通过确定单色光的入射及各个角度的散射光场分布，并利用散射积分方程的逆向推导来实现散射势相关函数的构建。基于一阶玻恩近似条件，Fischer 等[11]利用散射场的交叉谱密度函数推导得到了准均匀介质上空间任意两点的相关函数。Gbur 等[12]提出了一种测量高度对称分布的球粒子系统相关函数的方法，即利用多色光入射该粒子系统，通过测量散射场空间不同位置的光谱偏移量来反演系统的结构特性。该方法被证实具有较高的精确度和稳定性。此外，Lahiri 等[13]提出利用埃尔瓦德球矢量关系来解释光散射现象并测量介质的散射势相关函数。基于多色光经过随机介质散射后的光谱偏移现象，Zhao 等[14]从理论上提出了一种测量随机介质散射势相关函数的方法。实现该方法的技术手段为：实验测量入射场及各个角度散射场的光谱函数，并通过求解逆散射问题以达到测量的目的。Wang 等[15]利用两束不同方向传播的平面波干涉叠加并入射随机介质，提出一种通过测量远场交叉谱密度和光谱强度函数来反演介质的散射势相关特性的方法。对于标量平面波经过随机粒子系统散射的问题，Wang 等[16]提出可以通过获取散射场交叉谱密度函数来反演并测量该粒子系统的折射率空间相关特性。毫无疑问，以上研究成果都具有很高的理论意义和实际参考价值。然而，之前的报道均基于光束经随机散射的理论模型，并且仅仅围绕测量随机介质的散射势相关函数来进行具体研究。众所周知，准均匀(QH)介质的散射势相关函数可以分解为散射势强度函数和散射势归一化相关系数两者的乘积[11,17]。然而，对于该类介质而言，其散射势强度函数在频域内为快变函数，且较难通过散射场光谱或交叉谱密度函数等慢变量来进行反演，因此有必要寻找新的理论途径来提取散射势强度函数的物理信息。

本文在一阶玻恩近似条件下，理论上提出一种通过获取散射光二阶强度相关场的对比度来测量准均匀介质散射势强度的方法。针对两类不同理论模型，即标量和电磁平面波分别经过准均匀介质散射的情况，对散射强度相关场对比度进行了理论推导。针对两种条件下对比度受到各类参量的影响变化关系进行数值仿真研究，并提出通过获取二阶强度相关场的对比度数值并求解逆散射问题，可以测量准均匀介质散射势强度。

2　标量散射的强度相关场对比度

假设一束沿着单位矢量 $\boldsymbol{s}_0$ 方向传播的标量平面波，其电场矢量的空间分布为

$$\boldsymbol{U}^{(\mathrm{i})}(\boldsymbol{r}',\omega)=a(\omega)\exp(\mathrm{i}k\boldsymbol{s}_0\cdot\boldsymbol{r}'),\tag{1}$$

式中 $\boldsymbol{r}'$ 为平面波的矢径，k 为波数，$a(\omega)$ 表征可能与频率相关的光波振幅分量。假设该平面波经随机介质散射后满足一阶玻恩近似条件[6~10,18]

$$\boldsymbol{U}^{(\mathrm{s})}(\boldsymbol{r},\omega)=\int_V\boldsymbol{U}^{(\mathrm{i})}(\boldsymbol{r}',\omega)F(\boldsymbol{r}',\omega)G(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r},\omega)\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}',\tag{2}$$

式中下标“V”表示积分范围覆盖了散射体所占的三维空间；$G(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r},\omega)$ 为自由空间格林函数因子；$F(\boldsymbol{r}',\omega)$ 称为随机介质的散射势函数，可以用空间折射率函数表示为[18]

$$F(\boldsymbol{r}',\omega)=\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\omega}{c}\right)^2[n^2(\boldsymbol{r}',\omega)-1].\tag{3}$$

这里重点讨论散射强度相关场的对比度及其应用问题。基于复合高斯随机过程的原理，Xin 等[19]定义了标量平面波经过准均匀介质散射的二阶强度相关函数

$$\langle I^{(\mathrm{s})}(\boldsymbol{r}_1,\omega)I^{(\mathrm{s})}(\boldsymbol{r}_2,\omega)\rangle=2\left[\frac{S^{(\mathrm{i})}(\omega)}{r_1r_2}\right]^2\tilde{S}_{\mathrm{F}}^2[k(\boldsymbol{s}_1-\boldsymbol{s}_2)]\tilde{\eta}_{\mathrm{F}}^2\left[k\left(\boldsymbol{s}_0-\frac{\boldsymbol{s}_1+\boldsymbol{s}_2}{2}\right)\right],\tag{4}$$

式中

$$\tilde{S}_{\mathrm{F}}[k(\boldsymbol{s}_1-\boldsymbol{s}_2)]=\int_V S_{\mathrm{F}}(\boldsymbol{r}')\exp[-\mathrm{i}k(\boldsymbol{s}_1-\boldsymbol{s}_2)\cdot\boldsymbol{r}']\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}',\tag{5}$$

$$\tilde{\eta}_{\mathrm{F}}\left[k\left(\boldsymbol{s}_0-\frac{\boldsymbol{s}_1+\boldsymbol{s}_2}{2}\right)\right]=\int_V\eta_{\mathrm{F}}(\boldsymbol{r}')\exp\left[-\mathrm{i}k\left(\boldsymbol{s}_0-\frac{\boldsymbol{s}_1+\boldsymbol{s}_2}{2}\right)\right]\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}',\tag{6}$$

分别为准均匀介质的散射势强度及散射势归一化相关系数的三维傅里叶变换。为了进一步分析强度相关函数与对比度的联系，假设入射平面波为赝热光，其散射场光强涨落相关函数满足统计平均分布[(4)式]，那么可以引入 N 阶强度相关场对比度的定义[18,20]

$$\bar{V}_{\mathrm{s}}^{(N)}=\frac{\langle I(\boldsymbol{r}_1)\cdots I(\boldsymbol{r}_n)\rangle_{\max}-\langle I(\boldsymbol{r}_1)\cdots I(\boldsymbol{r}_n)\rangle_{\min}}{\langle I(\boldsymbol{r}_1)\cdots I(\boldsymbol{r}_n)\rangle_{\max}+\langle I(\boldsymbol{r}_1)\cdots I(\boldsymbol{r}_n)\rangle_{\min}},\tag{7}$$

显然，对于一阶强度相关场 $\langle I(\boldsymbol{r}_1)\rangle$，通过分析文献[17]中(24)式并结合上式，可得 $\bar{V}_{\mathrm{s}}^{(1)}\approx 0$。接下来对获取二阶强度相关场对比度的方案进行介绍。首先，入射平面波通过分束器分为两束振幅相等的平

面波，并分别入射到两个外形尺寸和内部结构均完全相同的准均匀散射介质。在散射远场区域放置两个可水平移动的光纤探头，经过介质散射后的两路散射光被光纤探头接收并通过光纤进行传导，最终利用光纤耦合器对两路光信号进行干涉叠加，得到散射光的二阶强度相关场$\langle I(\boldsymbol{r}_1)I(\boldsymbol{r}_2)\rangle$。整个装置的原理图如图 1 所示。由于对散射光信号进行非接触式接收，且光纤探头的几何口径有限，因此只有前向散射区域附近的光束被光纤探头所感应接收(图 1)。基于上述情况，(4)式中的量可作几何近似$r_1\approx R_1$，$r_2\approx R_2$，R_1 和 R_2 的定义如图 1 所示。此外，(4)式中的 $\tilde{\eta}_{\mathrm{F}}(\cdot)$为关于其内核变量的慢变函数，因此有以下近似关系成立：

$$\tilde{\eta}_{\mathrm{F}}[k(\boldsymbol{s}_0-\boldsymbol{s}_1)]\approx\tilde{\eta}_{\mathrm{F}}[k(\boldsymbol{s}_0-\boldsymbol{s}_2)]\approx\eta_0. \tag{8}$$

将(4)式代入(7)式计算二阶强度相关场的对比度，并利用条件(8)式，可得到

$$\bar{V}_{\mathrm{s}}^{(2)}(\Delta\theta,\omega)=1-\frac{2\{\tilde{S}_{\mathrm{F}}^2(\Delta\boldsymbol{K})\}_{\min}}{\{\tilde{S}_{\mathrm{F}}^2(\Delta\boldsymbol{K})\}_{\min}+\{\tilde{S}_{\mathrm{F}}^2(\Delta\boldsymbol{K})\}_{\max}}, \tag{9}$$

式中 $\Delta\boldsymbol{K}=k(\boldsymbol{s}_1-\boldsymbol{s}_2)$被称为沿不同角度散射的转移矢动量之差[19]，下标“max”和“min”分别表示对快变函数 $\tilde{S}_{\mathrm{F}}^2(\Delta\boldsymbol{K})$取最大和最小值。(9)式表明二阶强度相关场的对比度是关于散射场两参考点的散射角度之差 $\Delta\theta=\theta_1-\theta_2$ 的函数。值得注意的是，(9)式中的散射角 θ_1，θ_2 可以位于图 1 中的任意一路散射光场中。可以进一步假设(9)式中的散射势强度函数满足高斯相关分布

$$S_{\mathrm{F}}(\boldsymbol{r}',\omega)=\frac{\Lambda_0}{(2\pi\sigma_{\mathrm{F}}^2)^{3/2}}\exp(-\boldsymbol{r}'^2/2\sigma_{\mathrm{F}}^2), \tag{10}$$

式中 Λ_0 为强度振幅常数，σ_{F} 为散射势强度参数。将(10)式代入(5)式，可得到散射势强度的三维傅里叶变换形式

$$\tilde{S}_{\mathrm{F}}(\Delta\boldsymbol{K})=\Lambda_0\left(\frac{\omega}{c}\right)^4\exp\left[-2\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\sigma_{\mathrm{F}}^2\sin^2\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right)\right]. \tag{11}$$

根据图 1 所示的散射角度关系，$\Delta\theta$ 的变化范围是

$$0\leqslant\sin^2\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right)\leqslant\frac{1}{2}-\frac{R_1R_2-D^2}{2\sqrt{D^2+R_1^2}\sqrt{D^2+R_2^2}}, \tag{12}$$

式中 D_1 表示两光纤探头完全相同时的口径。为了简化分析，进一步假设两光纤探头至散射体是等距的，即 $R_1=R_2=R$，那么快变函数 $\tilde{S}_{\mathrm{F}}(\Delta\boldsymbol{K})$ 的变化范围可以确定为

$$\Lambda_0\left(\frac{\omega}{c}\right)^4\exp\left[-2\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_{\mathrm{F}}^2\right]\leqslant\tilde{S}_{\mathrm{F}}(\Delta\boldsymbol{K})\leqslant\Lambda_0\left(\frac{\omega}{c}\right)^4. \tag{13}$$

将该不等式代入(9)式可计算得到标量平面波经准均匀介质散射的二阶强度相关场对比度的表达式

$$\bar{V}_{\mathrm{s}}^{(2)}=1-2\frac{\exp\left(-4k^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_{\mathrm{F}}^2\right)}{1+\exp\left(-4k^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_{\mathrm{F}}^2\right)}. \tag{14}$$

(14)式表明标量平面波散射强度相关场对比度与准均匀介质的散射势强度参数 $k\sigma_{\mathrm{F}}$ 及比值 D/R 有关。

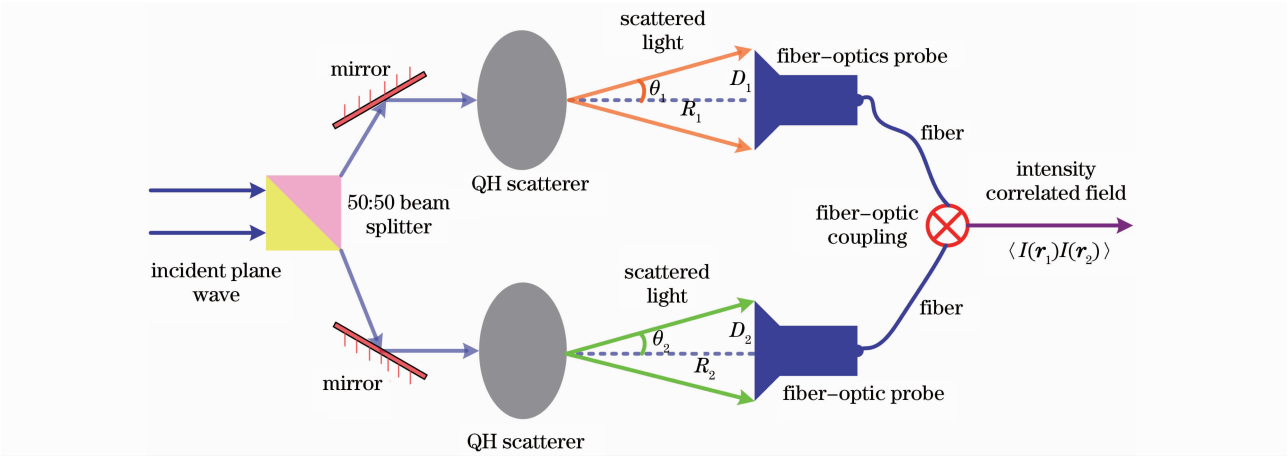

图 1　测量准均匀介质散射势强度的双光路强度相关实验

Fig. 1　Two-beam intensity correlated experiment for determining the strength of scattering potential of QH media

3　电磁散射的强度相关场对比度

现在讨论任意偏振的电磁平面波经过准均匀介质散射的情况。假设电磁平面波的初始电场矢量分布为

$$\boldsymbol{U}^{(\mathrm{i})}(\boldsymbol{r}',\omega)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_x^{(\mathrm{i})}(\boldsymbol{r}',\omega)\\ \boldsymbol{U}_y^{(\mathrm{i})}(\boldsymbol{r}',\omega)\end{bmatrix}\exp(-\mathrm{i}\omega t)=$$

$$\begin{bmatrix}a_x(\omega)\exp(\mathrm{i}k\boldsymbol{s}_0\cdot\boldsymbol{r}')\\ a_y(\omega)\exp(\mathrm{i}k\boldsymbol{s}_0\cdot\boldsymbol{r}')\end{bmatrix}\exp(-\mathrm{i}\omega t),\tag{15}$$

式中 $a_x(\omega)$ 和 $a_y(\omega)$ 分别为两正交电场矢量 $\boldsymbol{U}_x^{(\mathrm{i})}$，$\boldsymbol{U}_y^{(\mathrm{i})}$ 的振幅。基于一阶玻恩近似条件，三维电磁光束的散射解析表达式为[21~23]

$$\boldsymbol{U}_x^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)=\boldsymbol{U}_x'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega),\tag{16}$$

$$\boldsymbol{U}_y^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)=\cos^2\theta\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega),\tag{17}$$

$$\boldsymbol{U}_z^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)=-\sin\theta\cos\theta\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega),\tag{18}$$

式中

$$\boldsymbol{U}_x'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)=-\frac{\exp(\mathrm{i}kr)}{r}\int_V F(\boldsymbol{r}',\omega)\boldsymbol{U}_x^{(i)}(\boldsymbol{r}',\omega)\times\exp(-\mathrm{i}k\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{r}')\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}',\tag{19}$$

$$\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)=-\frac{\exp(\mathrm{i}kr)}{r}\int_V F(\boldsymbol{r}',\omega)\boldsymbol{U}_y^{(\mathrm{i})}(\boldsymbol{r}',\omega)\times\exp(-\mathrm{i}k\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{r}')\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}',\tag{20}$$

(16)～(20)式所表征的散射矢量关系如图 2 所示，图中 $\boldsymbol{s}_0$ 和 $\boldsymbol{s}$ 分别表示入射光和散射光方向的单位矢量，θ 为散射角。$\boldsymbol{U}_x^{(\mathrm{i})}$，$\boldsymbol{U}_y^{(\mathrm{i})}$ 为入射光电场矢量沿 x，y 轴的分量，$\boldsymbol{U}_x^{(\mathrm{s})}$，$\boldsymbol{U}_y^{(\mathrm{s})}$，$\boldsymbol{U}_z^{(\mathrm{s})}$ 为散射光的电场矢量沿 x，y，z 三轴的分量。图中点状记号“·”表示电场矢量沿 x 轴方向的分量始终垂直于纸面。为了得到电磁平面波散射强度相关函数，不妨定义以下两个散射场正交矢量

$$\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)=\boldsymbol{U}_x'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)\boldsymbol{e}_x,\tag{21}$$

$$\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)=\cos^2\theta\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)\boldsymbol{e}_y-\sin\theta\cos\theta\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)\boldsymbol{e}_z,\tag{22}$$

通过观察(21)，(22)式及图 2 所示散射矢量关系，不难发现 $\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})}$，$\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})}$ 与波矢量 $\boldsymbol{s}$ 满足两两相互正交的右手定则，即

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)\boldsymbol{s}=-\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega),\\&\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)\boldsymbol{s}=\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega),\\&\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s},\omega)=\boldsymbol{s}.\end{aligned}\tag{23}$$

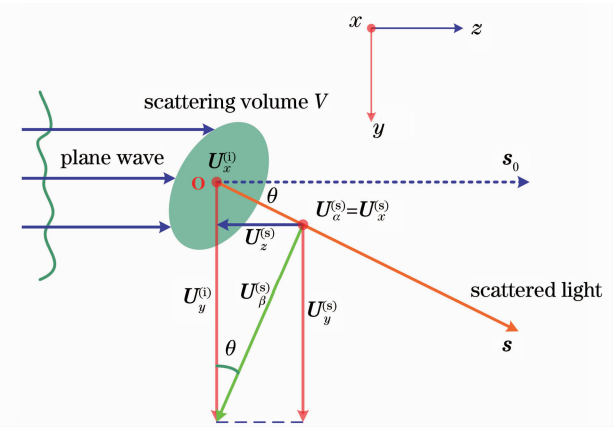

图 2　电磁平面波的散射理论示意图

Fig. 2　Schematic for scattering theory of electromagnetic plane waves

基于以上正交关系，电磁散射的二阶强度相关函数可以分解为

$$\begin{aligned}&\langle I^{(\mathrm{e})}(\boldsymbol{r}_1)I^{(\mathrm{e})}(\boldsymbol{r}_2)\rangle=\langle[\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_1)]\cdot\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_1)\\ \boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_1)\end{bmatrix}\cdot[\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_2)]\cdot\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_2)\\ \boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_2)\end{bmatrix}\rangle=\\&\langle\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_2)\rangle+\langle\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_2)\rangle+\\&\langle\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{U}_\alpha^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_2)\rangle+\langle\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{U}_\beta^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_2)\rangle=\\&\langle\boldsymbol{U}_x'^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_x'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_x'^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{U}_x'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_2)\rangle+\cos^2\theta_1\langle\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_x'^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{U}_x'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_2)\rangle+\\&\cos^2\theta_2\langle\boldsymbol{U}_x'^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_x'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_2)\rangle+\cos^2\theta_1\cos^2\theta_2\langle\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_1)\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})*}(r\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{U}_y'^{(\mathrm{s})}(r\boldsymbol{s}_2)\rangle,\end{aligned}\tag{24}$$

将(15)，(19)，(20)式代入(24)式并利用文献[19]的推导方法，最终可得到电磁平面波经过准均匀介质散射的二阶强度相关函数表达式

$$\langle I^{(\mathrm{e})}(r_1)I^{(\mathrm{e})}(\boldsymbol{r}_2)\rangle=\frac{2}{(r_1r_2)^2}[S^{(\mathrm{i})}(\omega)-\sin^2\theta_1a_y^2(\omega)]\cdot[S^{(\mathrm{i})}(\omega)-\sin^2\theta_2a_y^2(\omega)]\times\tilde{S}_{\mathrm{F}}^2[k(\boldsymbol{s}_1-\boldsymbol{s}_2)]\tilde{\eta}_{\mathrm{F}}^2\left[k\left(\boldsymbol{s}_0-\frac{\boldsymbol{s}_1+\boldsymbol{s}_2}{2}\right)\right].\tag{25}$$

将(25)式与(4)式进行比较，不难发现，电磁平面波散射条件下的二阶强度相关函数的大小不仅取决于散射角度的变化，也与入射光的初始偏振度有关。(25)式所表征的强度相关函数由于受到散射角度 θ_1，θ_2 及快变函数 $\tilde{S}_{\mathrm{F}}(\Delta\boldsymbol{K})$ 的影响，因此在散射场空间各点上是呈差异变化的。将(8)和(11)式代入(25)式，可以得到二阶强度相关函数 $\langle I^{(\mathrm{e})}(\boldsymbol{r}_1)I^{(\mathrm{e})}(\boldsymbol{r}_2)\rangle$ 的最大值与最小值

$$\langle I^{(e)}(\boldsymbol{r}_1)I^{(e)}(\boldsymbol{r}_2)\rangle_{\max}=\frac{2}{R^2}[a_x^2(\omega)+a_y^2(\omega)]^2\Lambda_0^2\left(\frac{\omega}{c}\right)^8\eta_0^2,\tag{26}$$

$$\langle I^{(e)}(\boldsymbol{r}_1)I^{(e)}(\boldsymbol{r}_2)\rangle_{\min}=\frac{2}{R^2}\left[a_x^2(\omega)+\frac{R^2}{R^2+D^2}a_y^2(\omega)\right]^2\exp\left[-4\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_F^2\right]\Lambda_0^2\left(\frac{\omega}{c}\right)^8\eta_0^2,\tag{27}$$

将(26)和(27)式代入(7)式，最终得到电磁平面波散射强度相关场的对比度表达式

$$\bar{V}_e^{(2)}=1-2\frac{\left(1+\frac{R^2}{R^2+D^2}P_0^2\right)^2\exp\left(-4k^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_F^2\right)}{(1+P_0^2)^2+\left(1+\frac{R^2}{R^2+D^2}P_0^2\right)^2\exp\left(-4k^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_F^2\right)},\tag{28}$$

式中 $P_0=a_y(\omega)/a_x(\omega)$ 表征与入射平面波初始偏振度相关的物理量。将(28)式与(14)式比较可以发现，与标量平面波散射所得结果不同的是，电磁平面波散射的强度相关场对比度大小不但取决于准均匀介质散射势强度参数 $k\sigma_F$ 及比值 D/R，还与入射平面波的初始偏振特性有关。

4　仿真结果及讨论

(28)式可以适用于任意偏振平面波经过准均匀介质散射的情况。接下来对几种特殊偏振平面波散射的情况及相应仿真结果进行讨论。

1）当入射平面波沿 x 轴方向线性偏振时，$a_y(\omega)=0$。(28)式可以简化为

$$\bar{V}_e^{(2)}=\bar{V}_s^{(2)}=1-2\frac{\exp\left(-4k^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_F^2\right)}{1+\exp\left(-4k^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_F^2\right)}.\tag{29}$$

2）当入射平面波为非偏振时，$a_x(\omega)=a_y(\omega)$。(28)式可简化为

$$\bar{V}_e^{(2)}=1-2\frac{\left(1+\frac{R^2}{R^2+D^2}\right)^2\exp\left(-4k^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_F^2\right)}{4+\left(1+\frac{R^2}{R^2+D^2}\right)^2\exp\left(-4k^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_F^2\right)},\tag{30}$$

3）当入射平面波沿 y 轴方向线性偏振时，$a_x(\omega)=0$。将 $P_0\to\infty$ 代入(28)式可得

$$\bar{V}_e^{(2)}=1-2\frac{R^4\exp\left(-4k^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_F^2\right)}{(R^2+D^2)^2+R^4\exp\left(-4k^2\frac{D^2}{R^2+D^2}\sigma_F^2\right)}.\tag{31}$$

图 3(a)显示了 3 种不同偏振平面波经散射后的强度相关场对比度受散射势强度参数 $k\sigma_F$ 影响变化的曲线。当散射势强度参数 $k\sigma_F$ 逐渐增大时，其对应的对比度数值也逐渐增大。此外，入射平面波的偏振度对于对比度数值的影响相对比较微弱。图 3(b)进一步揭示了强度相关场对比度受入射平面波偏振特性影响的变化。从图中可以发现，只有当 $a_y(\omega)/a_x(\omega)\ll 10$ 时，对比度数值会受到入射平面波偏振特性的微弱影响。而当电场矢量振幅 $a_y(\omega)$ 逐渐增大时，对比度数值几乎保持不变。图 3(a)，(b)揭示的理论结果是完全相同的。当入射平面波沿 y 方向的电场矢量振幅 $a_y(\omega)$ 所占的权重逐渐增大时，初始偏振度变化对强度相关场对比度的影响逐渐减弱，直至后者完全不受前者的影响。该结论成立的物理原因在于，图 2 所表示的电磁平面波散射矢量在 x，y 两参考轴线上是非对称分布的。也就是说，沿 x 方向偏振的入射电场矢量只产生沿 x 方向偏振的散射电场矢量，而沿 y 方向偏振的入射电场矢量将同时产生沿 y 方向及 z 方向偏振的散射电场矢量。基于以上散射原理，当入射平面波沿 y 方向的电场矢量振幅 $a_y(\omega)$ 所占的权重增大时，散射场的退偏振现象更加明显，最终导致相应的对比度数值完全失去偏振信息的调制及影响，并呈现图 3(b)中的水平线分布特性。

图 4(a)～(c)显示了散射强度相关场对比度分别在 3 种偏振平面波入射时受到比值参数 D/R 影响的变化特性。与图 3 所得到的仿真结果相同，即以不同偏振平面波入射准均匀介质，对应的对比度分布差别不大。此外还可以发现，当比值 D/R 逐渐增大时，所对应的对比度的数值也相应增大。当

$D/R=1$ 时，在散射势强度参数 $k\sigma_F$ 较大的区域有 $\overline{V}_e^{(2)} \to 1$。该现象说明，在测量准均匀介质散射势强度参量时，可以通过增大光纤探头口径与远场散射距离的比值 D/R 来得到更好的散射场干涉条纹质量。然而，在实际测量过程中光纤探头的接收口径有限，因此可以通过尽可能减小远场散射距离 R 来提高对比度的数值。图 4(d) 进一步显示了强度相关场对比度受比值 D/R 影响的变化关系。该图表明，对于某一固定的散射势强度参量 $k\sigma_F$，当比值 D/R 达到一定数量级时，对应的对比度数值逐渐趋于某一固定值并不再受 D/R 影响。因此，可以同时调整入射平面波的偏振度及比值 D/R 的大小，直至散射强度相关场出现较为明显的干涉条纹。

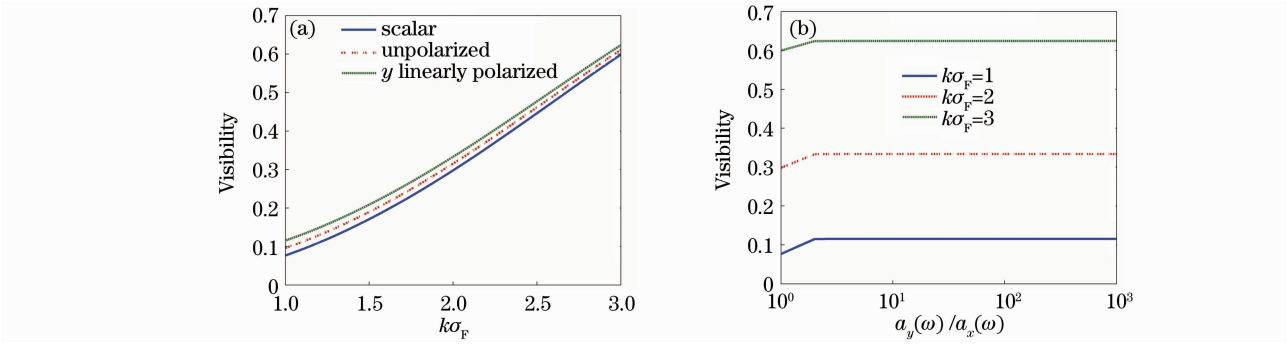

图 3　(a)散射强度相关场对比度受散射势强度参数 $k\sigma_F$ 和(b)入射波偏振参数 $a_y(\omega)/a_x(\omega)$的影响

Fig. 3　Visibility of scattering-intensity correlated field versus (a) the strength of scattering potential $k\sigma_F$ and (b) the polarization parameter $a_y(\omega)/a_x(\omega)$ of incident waves

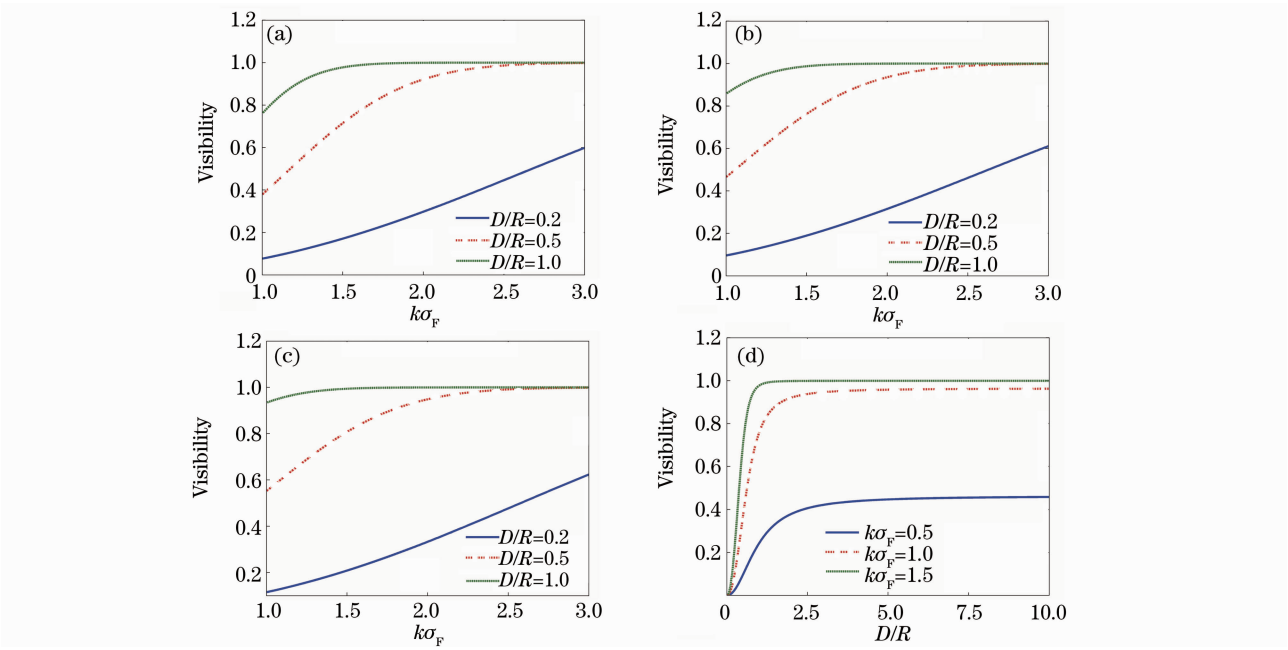

图 4　散射强度相关场对比度在(a)标量波入射；(b)非偏振波入射；(c)沿 y 轴方向线性偏振波入射；(d)标量波入射时随 $k\sigma_F$ 与比值 D/R 的变化

Fig. 4　Visibility of scattering-intensity correlated field varies with $k\sigma_F$ and the ratio D/R. (a) Incidence of scalar wave; (b) incidence of unpolarized wave; (c) incidence of linear polarized wave along the y axis; (d) incidence of scalar wave

基于图 3，4 所显示的对比度变化特性及(14)和(28)式所提供的物理信息，不难发现，二阶强度相关场对比度与准均匀介质散射势强度参数 $k\sigma_F$ 之间存在着对应联系，因此可以通过求解逆散射问题来测量介质的散射势强度参数。对(14)和(28)式进行反推运算，分别得到基于标量散射和电磁散射条件下对准均匀介质散射势强度参量的测量方法：

$$k\sigma_{\mathrm{F}}=\frac{1}{2}\sqrt{-\left[1+\left(\frac{R}{D}\right)^{2}\right]\ln\frac{1-\bar{V}_{\mathrm{s}}^{(2)}}{\bar{V}_{\mathrm{s}}^{(2)}}},\tag{32}$$

$$k\sigma_{\mathrm{F}}=\frac{1}{2}\sqrt{-\left[1+\left(\frac{R}{D}\right)^{2}\right]\left\{\ln\frac{1-\bar{V}_{\mathrm{e}}^{(2)}}{\bar{V}_{\mathrm{e}}^{(2)}}+2\ln\frac{\left[1+\left(\frac{R}{D}\right)^{2}\right](1+P_{0}^{2})}{1+\left(\frac{R}{D}\right)^{2}(1+P_{0}^{2})}\right\}}.\tag{33}$$

(32),(33)式表明,无论对于标量散射还是电磁散射的情况,只要获知入射平面波的偏振参量 P_0、比值 D/R 并测量得到强度相关场的干涉条纹对比度 $\bar{V}_{\mathrm{s,e}}^{(2)}$,就可以利用(32)或(33)式对该介质的散射势强度参数 $k\sigma_{\mathrm{F}}$ 进行测量计算。

5　结　　论

基于一阶玻恩近似条件,通过推导分别得到标量和电磁平面波通过准均匀介质散射的强度相关场对比度解析式。此外,利用数值仿真手段对强度相关场对比度的变化特性以及各类参量的影响进行了分析研究。仿真结果表明,对于矢量散射情况,其对应的对比度数值除了与介质的散射势强度有关外,还受到入射波偏振度及散射角的制约。基于该理论模型,提出了一种测量散射强度相关场对比度的实验方法,并从理论上证明了其可行性。理论结果进一步表明,通过获取强度相关场对比度的数值并利用逆散射的求解方法,可以达到对散射势强度参量的测量。

参　考　文　献

1 Ying Zhu, Zhihua Ding, Martial Geiser. Tissue scattering parameter estimation through scattering phase function measurements by goniometer [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(9): 531～533

2 Lanqing Xu, Hui Li, Yongping Zheng. Influence of single scattering and multiple scattering on backscattered Mueller matrix in turbid media [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(1): 64～66

3 Xincheng Ren, Lixin Guo. Study on optical wave scattering from slightly Gaussian rough surface of layered medium [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(10): 605～608

4 Jun Ma, Lixin Guo, Xiangzhe Cheng. Unification of the Kirchhoff approximation and the method of moment for optical wave scattering from the lossy dielectric Gaussian random rough surface [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(3): 259～262

5 Xiaoyou Shan, Huijuan Tian, Ying Liu. Influence of the scattering phase functions on the spatially resloved reflectance spectroscopy close to the source [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2005, **3**(suppl.): S65～S67

6 J. Jannson, T. Jannson, E. Wolf. Spatial coherence discrimination in scattering [J]. *Opt. Lett.*, 1988, **13**(12): 1060～1062

7 J. T. Foley, E. Wolf. Frequency shifts of spectral lines generated by scattering from space-time fluctuations [J]. *Phys. Rev. A*, 1989, **40**(2): 588～598

8 E. Wolf, J. T. Foley, F. Gori. Frequency shifts of spectral lines produced by scattering from spatially random media [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1989, **6**(8): 1142～1149

9 D. James, M. P. Savedoff, E. Wolf. Shifts of spectral lines caused by scattering from fluctuating random media [J]. *Astrophys. J.*, 1990, **359**: 67～71

10 J. Howard. Laser probing of random weakly scattering media [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1991, **8**(12): 1955～1963

11 D. G. Fischer, E. Wolf. Inverse problems with quasi-homogeneous random media [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(3): 1128～1135

12 G. Gbur, E. Wolf. Determination of density correlation functions from scattering of polychromatic light [J]. *Opt. Commun.*, 1999, **168**(1-4): 39～45

13 M. Lahiri, E. Wolf, D. G. Fischer *et al.*. Determination of correlation functions of scattering potentials of stochastic media from scattering experiments [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2009, **102**(12): 123901

14 Zhao Daomu, O. Korotkova, E. Wolf. Application of correlation-induced spectral changes to inverse scattering [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(24): 3483～3485

15 Wang Tao, Zhao Daomu. Determination of correlation function of scattering potentials of a random medium from the scattered spectral density [J]. *Phys. Lett. A*, 2011, **375**(3): 780～783

16 Wang Tao, Zhao Daomu. Determination of pair-structure factor of scattering potential of a collection of particles [J]. *Opt. Lett.*, 2010, **35**(3): 318～320

17 T. D. Visser, D. G. Fischer, E. Wolf. Scattering of light from quasi-homogeneous sources by quasi-homogeneous media [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2006, **23**(7): 1631～1638

18 L. Mandel, E. Wolf. Optical Coherence and Quantum Optics [M]. New York: Cambridge University Press, 1995

19 Xin Yu, He Yingjun, Chen Yanru *et al.*. Correlation between intensity fluctuations of light scattered from a quasi-homogeneous random media [J]. *Opt. Lett.*, 2010, **35**(23): 4000～4002

20 Liu Hongchao, Guan Dongshi, Li Lu *et al.*. The impact of light polarization on imaging visibility of Nth-order intensity correlation with thermal light [J]. *Opt. Commun.*, 2010, **283**(3): 405～408

21 Xin Yu, Chen Yanru, Zhao Qi *et al.*. Beam radiated from quasi-homogeneous uniformly polarized electromagnetic source scattering on quasi-homogeneous media [J]. *Opt. Commun.*, 2007, **278**(2): 247～252

22 Wang Tao, Zhao Daomu. Scattering theory of stochastic electromagnetic light waves [J]. *Opt. Lett.*, 2010, **35**(14): 2412～2414

23 Wang Tao, Zhao Daomu. Polarization-induced coherence changes of an electromagnetic light wave on scattering [J]. *Opt. Lett.*, 2010, **35**(18): 3108～3110