

# 水滴粒径散射测量中的快速反演方法研究

吴 伟<sup>1</sup> 秦石乔<sup>1</sup> 黄竹青<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 国防科学技术大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)  
<sup>2</sup> 长沙理工大学能源与动力工程学院, 湖南 长沙 410076)

**摘要** 针对汽轮机低压缸中水滴的平均尺度的实时测量问题,提出了一种用于从水滴散射光强分布中快速反演水滴粒径参数的半经验理论方法。根据米氏(Mie)散射理论,数值计算了不同水滴尺度对应的散射相函数曲线,并在前向小角度范围内,通过高斯函数拟合得到 Mie 散射理论的近似解析解,进而拟合得到水滴粒径随高斯函数参数变化的半经验理论公式。在不同条件下,用 CCD 相机测量得到模拟低压缸内湿蒸汽的散射光强分布图像,通过半经验理论公式快速反演得到水滴群的特征尺寸。结果表明,该方法通过约束水滴特征尺寸的有效范围,得到了散射比与水滴粒径之间简化近似的半经验理论模型,在一定置信范围内可以解决蒸汽湿度的在线测量问题,具有一定的应用价值。

**关键词** 米氏散射;粒径测量;反演算法;汽轮机

**中图分类号** O436.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0712008

## A Fast Inversion Method for Water Droplet Size Determination in Scattering Light Measurement

Wu Wei<sup>1</sup> Qin Shiqiao<sup>1</sup> Huang Zhuqing<sup>2</sup>

<sup>1</sup> College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China  
<sup>2</sup> College of Energy and Power Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha, Hunan 410076, China

**Abstract** A semi-empirical theoretical method for water droplet size fast calculation is presented to resolve the problem confronted with the measurement of wet steam scattering light distribution in steam turbine. Phase function for different droplet size is numerically calculated based on the Mie scattering theory, and by Gaussian fitting of the phase function curves in the forward small angles, we get an analytic approximation resolution for Mie scattering function. At last, a semi-empirical function for light scattering ratio with the droplet parameters is obtained by further curve fitting. Light scattering experiment for water droplets size measurement is carried out in a simulated steam turbine under various work conditions. Scattering light intensity distribution is received using a CCD camera, and the droplet radius is real-time inverted by means of the semi-empirical function. Because of the restriction of the range of the droplet size distribution and the approximation of the theory, the improved model can well resolve the problem of wet steam droplet parameters online inversion.

**Key words** Mie scattering; droplet size measurement; inversion method; steam turbine

**OCIS codes** 120.5820; 290.4020; 290.2558; 100.3200; 100.3190

## 1 引 言

粒径尺度分布参数是多相流中非常重要的参

数,尤其在汽轮机湿度监测中,水滴的尺度大小和分布是影响过热湿蒸汽的级效率的重要因素。在汽轮

**收稿日期**: 2010-12-31; **收到修改稿日期**: 2011-02-14

**基金项目**: 能源高效清洁利用湖南省高校重点实验室资助课题。

**作者简介**: 吴 伟(1985—),男,博士研究生,主要从事光电仪器与测控等方面的研究。E-mail: weiwunudt@gmail.com

**导师简介**: 秦石乔(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事光电仪器与测控技术和光电精确制导与对抗等方面的研究。

E-mail: sqqin8@nudt.edu.cn

机末级排汽湿度测量和控制中,需要实时测量水滴的平均尺度和分布,作为控制锅炉给水的参考依据,从而提高汽轮机的做功效率,降低水滴冲击对汽轮机叶片的损伤。

测量湿蒸汽中水滴尺度分布的主要方法是激光散射法<sup>[1,2]</sup>。该方法基于米氏(Mie)散射理论,通过测量湿蒸汽的前向散射光分布反演得到水滴的粒径分布。在水滴尺度的分布反演过程中,Mie 散射原则上可在任何散射方向得到单个粒子或粒子群的尺度(分布)和折射率等参数。1985年 Hansen<sup>[3]</sup>通过测量 80° 散射角处的散射光反演得到了液体中空气泡的尺度,且他的测量方法对半径小于 80 μm 的气泡误差不大于 3%。2000年 Ludlow 等<sup>[4]</sup>研究了采用 Mie 理论反演测量任意球形粒子半径和折射率的方法。由于 Mie 理论计算的繁杂性,作为 Mie 理论前向散射近似的夫琅禾费衍射及其反演仍然应用得相当广泛,早期测量粒子参数的粒度仪基本上都是基于夫琅禾费衍射反演的。但这种方法的适用对象仅限于大尺度不透光的球形粒子,且需要使用环形和面阵探测器,已有很多文献研究了这种方法的误差和适用范围<sup>[5~7]</sup>。目前各种粒子分布测量方法都需要对不同尺度和分布的粒子散射进行大量数值计算得到理论的散射光分布,并将测量数据与理论数据进行最小二乘拟合得到水滴的分布参数<sup>[8]</sup>。然而,水滴 Mie 散射的计算过程需要大量的迭代运算且非常耗时,不能满足实时测量的需求。为此,本文提出一种水滴尺度分布求解的半经验理论方法,通过对水滴群散射相函数曲线的高斯拟合,得到水滴尺度分布与散射光强分布的半经验理论公式,从而简化了水滴参数的反演过程,节省了大量时间,最后通过实验对这种方法进行了验证。

## 2 Mie 散射理论

按照光的散射理论,水滴群的散射光强度与光的波长和测量角度有关。因此,从理论上分析,通过对水滴群用多种波长的散射光进行多个角度的测量应能从测量结果中回归分析出水滴群中的粒径分布以及单位体积中的水滴数密度,这是实验测量的理论基础。

对于球形粒子的散射可以用 Mie 散射理论进行完整的描述<sup>[6]</sup>,散射光强与角度的关系  $F(\theta, \varphi)$  为

$$F(\theta, \varphi) = \left( \frac{E_0 \cos \varphi}{kl} \right)^2 [S_1^2(\theta) \cos^2 \varphi + S_2^2(\theta) \sin^2 \varphi]^2, \quad (1)$$

式中  $S_1(\theta)$  和  $S_2(\theta)$  称为振幅函数,其表达式为

$$\begin{cases} S_1(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m+1}{m(m+1)} [a_m \pi_m(\cos \theta) + b_m \tau_m(\cos \theta)] \\ S_2(\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2m+1}{m(m+1)} [b_m \pi_m(\cos \theta) + a_m \tau_m(\cos \theta)] \end{cases}, \quad (2)$$

式中系数  $a_m, b_m$  是微粒的半径  $r$ 、折射率  $n$ 、波矢  $k$  的函数,  $\pi_m$  和  $\tau_m$  是散射角  $\theta$  的函数

$$\begin{cases} a_m = \frac{\psi'_m(nr)\psi_m(kr) - n\psi_m(nr)\psi'_m(kr)}{\psi'_m(nr)\zeta_m(kr) - n\psi_m(nr)\zeta'_m(kr)} \\ b_m = \frac{n\psi'_m(nr)\psi_m(kr) - \psi_m(nr)\psi'_m(kr)}{n\psi'_m(nr)\zeta_m(kr) - n\psi_m(nr)\zeta'_m(kr)} \\ \psi_m(\xi) = \left( \frac{\pi\xi}{2} \right) J_{m+\frac{1}{2}}(\xi), \quad \psi'_m(\xi) = \frac{d\psi_m(\xi)}{d\xi} \\ \zeta_m(\xi) = \left( \frac{\pi\xi}{2} \right) H_{m+\frac{1}{2}}^{(2)}(\xi), \quad \zeta'_m(\xi) = \frac{d\zeta_m(\xi)}{d\xi} \\ \pi_m(\cos \theta) = \frac{1}{\sin \theta} P_m^{(1)}(\cos \theta) \\ \tau_m(\cos \theta) = \frac{d}{d\theta} P_m^{(1)}(\cos \theta) \end{cases}, \quad (3)$$

式中  $P_m, J_m, H_m$  分别为联合勒让德函数、贝塞尔函数、汉开尔函数。从(1)式和(3)式可知,Mie 散射理论虽然给出了解析表达式,在已知微粒参数的情况下,可以通过数值计算得到散射光强的角分布。但是,若反过来,在实验测得散射光强度角分布的前提下,因理论模型太复杂,没有逆向解,无法通过(1)式得到微粒参数如半径等。因此,必须根据实验条件和待测对象特点寻找解决办法。

## 3 散射相函数的高斯拟合

由(1)式可知,Mie 散射方程没有解析解,无法直接根据散射光强分布反演得到水滴尺度分布参数。在前向小角度近似的辐射传输方程中,为了得到散射光强的解析解,通常将水滴粒子的散射相函数作高斯近似<sup>[9]</sup>。

定义散射光强随散射角度变化的函数为散射相函数。当入射光为非偏振光时,散射相函数计算公式为

$$p(\theta) = \frac{\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} [ |S_1(r, \theta, m)|^2 + |S_2(r, \theta, m)|^2 ] f(r) dr}{2k^2 \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} Q_{\text{sca}}(r, m) \pi r^2 f(r) dr}, \quad (4)$$

式中  $f(r)$  为水滴尺度分布概率密度函数,  $Q_{\text{scn}}$  为散射系数。

根据文献[10], 汽轮机中的一次水滴主要分布在亚微米到微米的范围内, 且服从 R-R 分布, 分布概率密度函数可表示为

$$f(r) = 0.693 \frac{K-1}{\bar{r}} \left(\frac{r}{\bar{r}}\right)^{K-1} \exp\left[-0.693\left(\frac{r}{\bar{r}}\right)^K\right], \quad (5)$$

式中  $\bar{r}$  表示特征半径(平均半径);  $K$  为宽度分布参数,  $K$  值越大, 水滴尺寸越集中,  $K$  值越小, 水滴尺寸越均匀。

汽轮机中一次水滴半径的范围在  $0.5 \sim 2 \mu\text{m}$  之间, 照射激光波长  $\lambda = 0.532 \mu\text{m}$ , 用(4)式计算可得特征半径分别为  $0.5 \mu\text{m}$  和  $1.5 \mu\text{m}$  水滴群的散射光强度的角分布如图 1 所示。由图可知, 散射强度与波长、粒径的关系特征主要在前向小角度范围内, 其散射光强对波长、粒径的变化很敏感。因此, 将实验测量条件限制在前向小角度  $10^\circ$  以内。为了简化计算, 假设水滴尺寸分布近似均匀<sup>[2,11]</sup>, 取宽度分布参数  $K=2$ 。同时, 结合(4)式对实验范围内的散射强度进行了广泛的数值计算, 得到一系列散射光强分布曲线。在前向小角度范围内, 用高斯函数

对其进行拟合, 表达式为

$$f(\theta) = \frac{f_c \alpha^2}{\pi} \exp(-\alpha^2 \theta^2), \quad (6)$$

式中  $f_c$  和  $\alpha$  为拟合待定系数。从图 1 所示的高斯曲线拟合结果可以看出, 在前向  $0^\circ \sim 10^\circ$  的小角度范围内, 高斯函数可以很好地逼近散射相函数计算值, 拟合相对误差小于 1%。

显然,  $f_c$  和  $\alpha$  与波长和特征半径  $\bar{r}$  有关, 在  $0.5 \sim 1.5 \mu\text{m}$  范围内, 高斯拟合函数参数随水滴特征尺寸的变化曲线如图 2 所示。分别用三阶线性拟合和双指数分布拟合得到  $\alpha^2$  和  $f_c$  的函数关系式为

$$\alpha^2(\bar{r}) = 57.46 \bar{r}^3 - 255.9 \bar{r}^2 + 400.8 \bar{r} - 114.1, \quad (7)$$

$$f_c(\bar{r}) = 447.5 \exp(-18.21 \bar{r}) + 0.4419 \exp(-0.03638 \bar{r}). \quad (8)$$

假设  $\theta_0$  处的散射光强为  $I(\theta_0)$ ,  $\theta$  处的散射光强为  $I(\theta)$ , 则散射比  $K_t$  为

$$K_t = \frac{I(\theta)}{I(\theta_0)} = \frac{f(\theta)}{f(\theta_0)} = \exp[-\alpha^2(\theta^2 - \theta_0^2)], \quad (9)$$

在已知散射角  $\theta_0$  和  $\theta$  的散射光强比值的条件下, 可以根据(9)式计算得到水滴的特征半径。

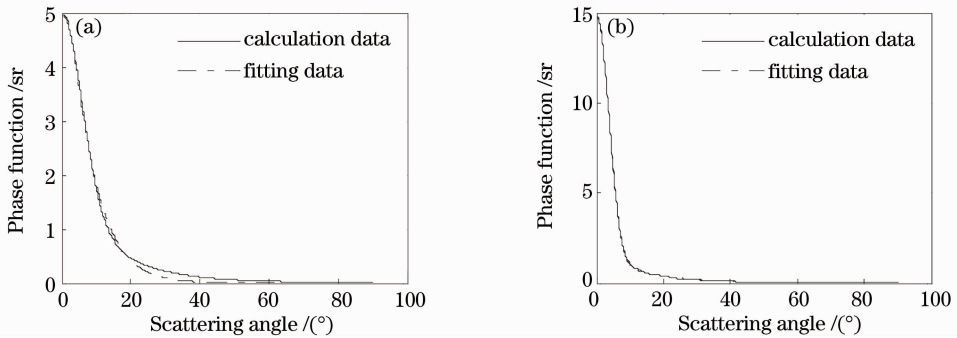


图 1 水滴群散射相函数曲线的高斯拟合结果。(a)  $\bar{r} = 0.5 \mu\text{m}$ ; (b)  $\bar{r} = 1.5 \mu\text{m}$

Fig. 1 Gaussian fitting results for droplet phase function. (a)  $\bar{r} = 0.5 \mu\text{m}$ ; (b)  $\bar{r} = 1.5 \mu\text{m}$

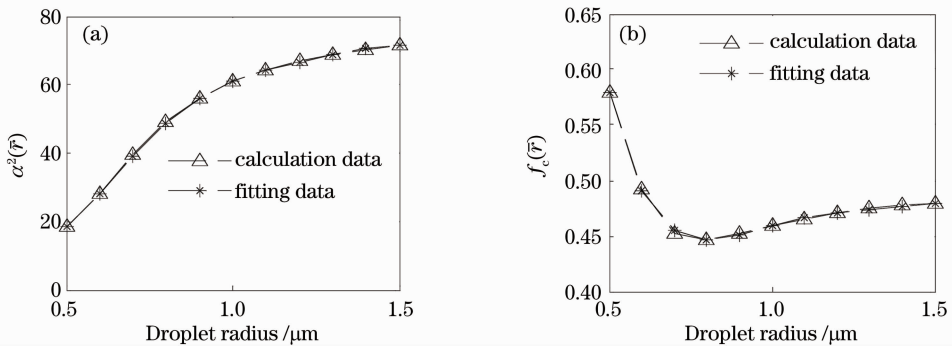


图 2 高斯函数参数的拟合结果。(a)  $\alpha^2$  拟合曲线; (b)  $f_c$  拟合曲线

Fig. 2 Curve fitting results for Gaussian parameters. (a)  $\alpha^2$  curve; (b)  $f_c$  curve

## 4 散射光测量实验与结果分析

### 4.1 实验装置

为了得到汽轮机内部的散射光强分布,设计了如图3所示的实验系统。为了便于湿蒸汽的散射光测量,在模拟低压缸的截面上对称设置了通光窗口。实验时,532nm的激光束经过准直扩束之后照射到入射窗口,光束通过湿蒸汽区产生散射,在出射窗口

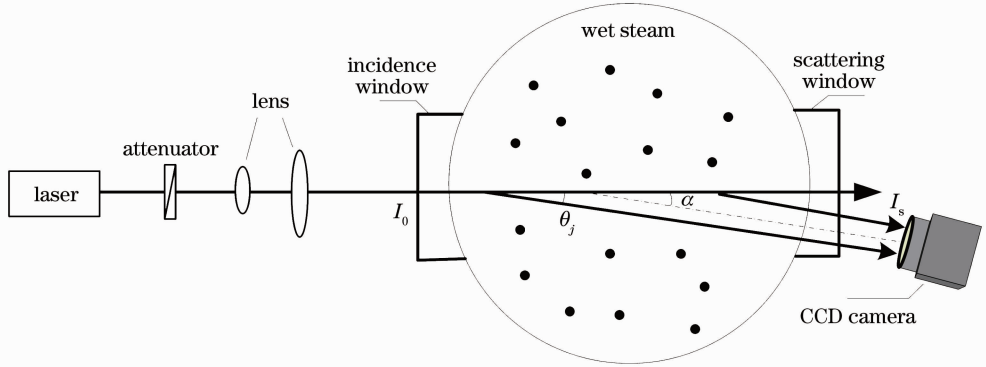


图3 湿蒸汽散射光强分布测量示意图

Fig. 3 Schematic diagram of experimental setup for scattering light measurement

### 4.2 实验结果分析

测量过程中,模拟低压缸的初压设置为  $P_0 = 0.62 \text{ MPa}$ ,通过改变背压  $P_a$ ,测量不同条件下的散射光强分布。当工况达到相对稳定时,CCD相机采集湿蒸汽散射光强分布,图4(a)所示为背压0.5 MPa时的散射光强分布。由于CCD相机的视场角和玻璃窗口的限制,测量区域的散射角度范围为  $2.6^\circ \sim 6.6^\circ$ 。从图可以看出,随着散射角度的增大,散射图像的灰度值随散射角的增加而减小。根据CCD成像原理可知,当灰度值未达到饱和条件时,可近似认为其灰度值与散射光强呈线性关系。

用CCD相机采集散射光强分布图像。为了避免直接透射的激光使CCD饱和,通常需要控制CCD相机的光轴与入射激光光轴方向偏转  $\alpha$  角。由透镜成像原理可知,  $\theta_j$  方向的散射光经过镜头聚焦,成像在CCD对应的像素单元上,从而可以获得前向小角度范围内的散射光强分布。

因此,可以用散射光图像的灰度分布代理实际的散射光强分布,图像从左到右,中心线上每个像素的灰度值对应一个固定散射角度的散射光强大小。由于成像过程受系统出瞳的限制,计算数据取  $3.6^\circ \sim 5^\circ$  范围内的灰度值。以  $3.6^\circ$  对应的灰度值为参考点,并考虑每个像素对应的接收视场角修正,可得到不同条件下的散射比变化曲线,如图4(b)所示。从图可以看出,背压越小,湿蒸汽流速越快,散射比下降越缓慢,此时的低压缸内的蒸汽以过热蒸汽为主,水滴的尺度也较小。

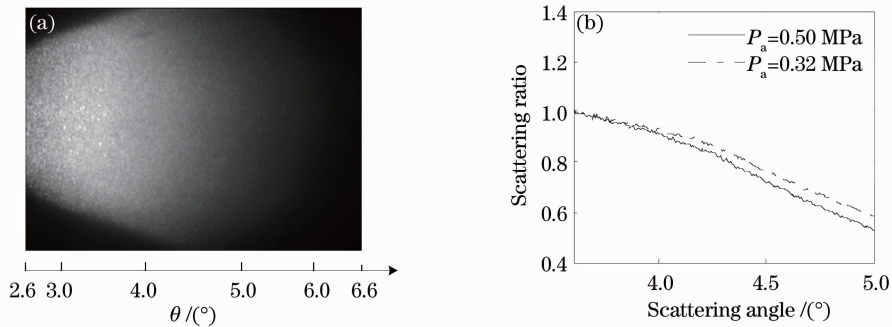


图4 散射光强分布图像及散射比变化曲线。(a)散射图像;(b)散射比

Fig. 4 Scattering light intensity distribution image and scattering ratio curves. (a) Scattering image; (b) scattering ratio

在水滴尺度反演过程中假设湿蒸汽中的水滴为均匀分布,利用(7)~(9)式的半经验理论方法,可计算得到背压为0.5 MPa和0.32 MPa条件下的湿蒸

汽的特征半径分别为  $1.4 \mu\text{m}$  和  $1.0 \mu\text{m}$ 。将特征半径值代入(1)式,通过数值计算得到散射比曲线,如图5所示。从图可以看出,理论值与实验值在

3.6°~4.2°范围内吻合得比较好,在大角度由于受孔径光阑的限制,实验值比理论值小。采用半经验

理论计算结果与文献[11]中用 Mie 散射理论和最小二乘计算得到的结果相近,说明该方法是有效的。

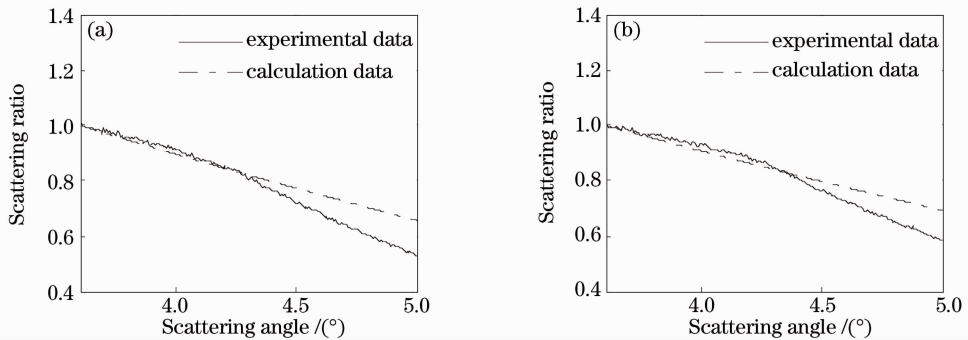


图5 理论计算散射比与实验值比较。(a)  $P_a = 0.5$  MPa; (b)  $P_a = 0.32$  MPa  
Fig. 5 Comparison of theoretical calculation results with experimental results for scattering ratio.  
(a)  $P_a = 0.5$  MPa; (b)  $P_a = 0.32$  MPa

在水滴特征半径反演计算过程中,由于采用了拟合的半经验公式,相对于传统的先用 Mie 散射数值计算再进行最小二乘搜索的过程,其计算量大大减少,从而为蒸汽湿度的在线测量提供了一个较好的解决方案。

## 5 结 论

为了解决湿蒸汽中水滴粒径在线测量的问题,提出一种基于半经验理论公式的快速求解方法,并通过实验对该方法进行了验证。以经典的 Mie 散射理论为基础,通过大量的数值计算得到水滴散射相函数随水滴尺度分布的变化曲线,再通过高斯拟合将复杂的散射理论数值求解公式近似为简单的高斯函数,通过曲线拟合得到水滴粒径随高斯函数参数变化的经验公式。实验结果表明,该方法可以在一定的置信范围内,根据散射比值快速解算出水滴的特征半径。

该方法摒弃了复杂 Mie 散射理论中诸多不关注的变量,通过约束水滴特征尺寸的有效范围,从而得到了在特定区域和特定关注变量之间的简化近似的半经验理论模型。该模型针对具体研究对象,具有简明、局域近似、实用、有效、精度适中等特点。虽然这种方法是一种近似方法,和严格的理论方法相比,其通用性、普适性、精确性要差,但是此法可以解决蒸汽湿度的在线测量问题,具有一定的应用价值。

## 参 考 文 献

- 1 I. W. Sudiarta, P. J. Chylek. Mie-scattering formalism for spherical particles embedded in an absorbing medium [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2001, **18**(6): 1275~1278
- 2 W. Wu, S. Qin, Z. Huang *et al.*. Steam wetness measurement using CCD imaging methods in low-pressure turbine [C]. *SPIE*, 2010, **7855**: 785517
- 3 G. M. Hansen. Mie scattering as a technique for the sizing of air bubbles [J]. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(19): 3214~3219
- 4 I. K. Ludlow, J. Everitt. Inverse Mie problem [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, **17**(12): 2229~2235
- 5 N. Wang, H. Zhang. A study of the accuracy of optical Fraunhofer diffraction size analyzer [J]. *Particulate Science and Technology*, 1986, **4**(4): 403~408
- 6 Xu Feng, Cai Xiaoshu, Shen Jiaqi. Geometric approximation of light scattering in arbitrary diffraction regime for absorbing particles; application in laser particle sizing [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(12): 1464~1469
- 徐峰,蔡小舒,沈嘉祺.米氏理论的近似及在粒度测量中的应用[J]. *光学学报*, 2003, **23**(12): 1464~1469
- 7 Shen Jianqi, Wang Naining. A discussion on the criterion number X of a small-angle forward scattering laser particle sizer [J]. *Chinese J. Lasers*, 1998, **25**(10): 891~896
- 沈建琪,王乃宁.关于小角前向散射激光测粒仪准则数 X 的讨论[J]. *中国激光*, 1998, **25**(10): 891~896
- 8 Shao Litang, Wang Shimin, Tang Guanghua *et al.*. Influence of particle Mie scattering on differential optical absorption spectroscopy [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(3): 594~601
- 邵理堂,王式民,汤光华等.颗粒物 Mie 散射对差分吸收光谱技术的影响[J]. *光学学报*, 2009, **29**(3): 594~601
- 9 M. J. Moore, C. H. Sieverding. *Two-Phase Steam Flow in Turbines and Separators, Theory, Instrumentation, Engineering* [M]. Washington: Hemisphere Publishing Corporation, 1976
- 10 S. Ito. Optical wave propagation in discrete random media with large particles; a treatment of the phase function [J]. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(9): 1652~1656
- 11 Huang Zhuqing, Cao Xiaoling, Yang Jiming *et al.*. Application of CCD in measuring steam moisture and droplet size [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2010, **37**(4): 39~43
- 黄竹青,曹小玲,杨继明等.基于 CCD 的蒸汽湿度及水滴直径测量 [J]. *光电工程*, 2010, **37**(4): 39~43