

# 基于柯西色散公式的多层衍射光学元件的设计和分析

薛常喜 崔庆丰\* 杨亮亮 刘涛

(长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022)

**摘要** 以衍射光学元件相位延迟表达式为理论基础,采用光学材料的折射率柯西色散近似公式,研究并得到了多层衍射光学元件的相位延迟与材料的关系,以及衍射效率与设计波长的关系。在 400~700 nm 可见光波段,以聚甲基丙烯酸酯和聚碳酸酯为基底材料,由柯西色散近似公式设计的多层衍射光学元件的最大带宽积分平均衍射效率为 99.62%,相应的设计波长为 440.5 nm 和 605.5 nm。用该组设计波长和不同设计方法确定的设计波长,对多层衍射光学元件的衍射效率和带宽积分平均衍射效率进行了分析,得到了相应的衍射效率分布误差,进一步揭示了多层衍射光学元件的衍射效率与材料无关,只与设计波长有关。

**关键词** 衍射;多层衍射光学元件;衍射效率;柯西色散近似公式

**中图分类号** O436;TH74

**文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201131.0623002

## Design and Analysis of Multi-Layer Diffractive Optical Elements with Cauchy Dispersion Formula

Xue Changxi Cui Qingfeng Yang Liangliang Liu Tao

(Department of Optical Engineering, Changchun University of Science and Technology,  
Changchun, Jilin 130022, China)

**Abstract** According to the theory of phase retardation expression, the relation between the phase retardation function of multi-layer diffractive optical element (MLDOE) with Cauchy dispersion approximate refractive indices formula and characteristics of material, along with the relation between diffraction efficiency and design wavelengths are studied. In the visible region from 400 to 700 nm, the MLDOE consists of two harmonic diffractive elements with different dispersive optical materials such as polymethyl methacrylate and polycarbonate. The maximum bandwidth integrated average diffraction efficiency (BIADE) of the MLDOE designed with Cauchy dispersion approximate refractive indices formula is 99.62%, and the corresponding design wavelengths are 440.5 nm and 605.5 nm. The diffraction efficiency of BIADE and of MLDOE is analyzed with design wavelengths of thispaper and other methods. Distribution error of diffraction efficiencies is given, which proves that the diffraction efficiencies of MLDOE are independent on materials but dependent on design wavelengths only.

**Key words** diffraction; multi-layer diffractive optical elements; diffraction efficiency; Cauchy dispersion approximate formula

**OCIS codes** 230.3990; 050.1970; 220.0220

## 1 引 言

在折衍射混合光学系统设计过程中,当入射波长偏离中心波长后,单层衍射光学元件的衍射效率急剧下降,光学系统的成像质量受到影响,因此单层衍射元件只能用于有限波带宽度的光学系统<sup>[1~5]</sup>。

近些年,出现的多层衍射光学元件(MLDOE)克服了这一缺点,在宽波段实现了高衍射效率。目前,国内外报道的相关多层衍射光学元件设计的文献中,大多以工作波段两端,或以 F 光(486.1 nm)和 C 光(656.3 nm)工作谱线为设计波长,研究了多层衍射

**收稿日期:** 2010-12-01; **收到修改稿日期:** 2011-02-08

**基金项目:** 国家自然科学基金(60878030)资助课题。

**作者简介:** 薛常喜(1979—),男,博士,讲师,主要从事衍射光学和光学设计等方面的研究。

E-mail: xcx272479@sina.com

\* **通信联系人.** E-mail: cuiqf@yahoo.com.cn

光学元件的设计原理<sup>[6~11]</sup>,但是对多层衍射光学元件的相位延迟与光学材料之间的关系,以及衍射效率与设计波长的关系均未见讨论。本文首先从光学材料的折射率柯西色散近似公式出发,推导出了多层衍射光学元件的相位延迟表达式,以及采用柯西色散近似公式研究并得到了多层衍射光学元件的带宽积分平均衍射效率(BIADE)分布,并由最大带宽积分平均衍射效率确定出多层衍射光学元件的设计波长。然后给出在不同设计波长情形下,以材料折射率柯西色散近似公式得出的带宽积分平均衍射效率与考虑材料精确色散常数得出的带宽积分平均衍射效率之间的差值,以及在不同设计波长的多层衍射光学元件的衍射效率误差。最后给出了相关的分析结果。

## 2 多层衍射光学元件设计

### 2.1 多层衍射光学元件的设计原理

在以往发表的文献中<sup>[12,13]</sup>,相关作者讨论了衍射元件的工作原理,可知多层衍射光学元件主要是由多个不同的光学材料构成的衍射元件组成<sup>[6~11]</sup>。图1所示的双层衍射光学元件是多层衍射光学元件的常见形式,在本文中以双层衍射光学元件为例研究多层衍射光学元件的相关问题。

多层衍射光学元件的相位延迟与单层衍射光学元件相似,其相位延迟表达式  $\phi(\lambda)$  为

$$\phi(\lambda) = k[n_1(\lambda) - n'_1(\lambda)]H_1 + k[n_2(\lambda) - n'_2(\lambda)]H_2, \quad (1)$$

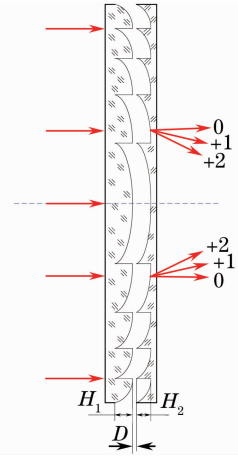


图1 多层衍射光学元件

式中的  $k$  是波长  $\lambda$  的波数,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $n_i(\lambda)$  是多层衍射光学元件中第  $i$  层衍射元件的材料在波长  $\lambda$  时的折射率,  $n'_i(\lambda)$  是与第  $i$  层衍射元件密接触的不同介质在波长  $\lambda$  时的折射率,  $H_i$  为第  $i$  层衍射元件的表面微结构高度。通常多层衍射光学元件之间为空气,即  $n'_1(\lambda) = n'_2(\lambda) = 1$ 。当以  $\lambda_1, \lambda_2$  为设计波长的多层衍射光学元件的相位延迟为  $2\pi$  的整数倍时,可实现多层衍射光学元件的第  $m$  衍射级次的衍射效率在设计波长处为 100%,即

$$\begin{cases} k_1[(n_1(\lambda_1) - 1)H_1 + (n_2(\lambda_1) - 1)H_2] = m2\pi \\ k_2[(n_1(\lambda_2) - 1)H_1 + (n_2(\lambda_2) - 1)H_2] = m2\pi \end{cases} \quad (2)$$

通过求解(2)式,得到多层衍射光学元件在设计波长为  $\lambda_1, \lambda_2$  时的表面微结构高度  $H_1, H_2$  为

$$H_1 = \frac{m\lambda_1[n_2(\lambda_2) - 1] - m\lambda_2[n_2(\lambda_1) - 1]}{[n_1(\lambda_1) - 1][n_2(\lambda_2) - 1] - [n_1(\lambda_2) - 1][n_2(\lambda_1) - 1]}, \quad (3)$$

$$H_2 = \frac{m\lambda_1[n_1(\lambda_2) - 1] - m\lambda_2[n_1(\lambda_1) - 1]}{[n_1(\lambda_1) - 1][n_2(\lambda_2) - 1] - [n_1(\lambda_2) - 1][n_2(\lambda_1) - 1]}. \quad (4)$$

则多层衍射光学元件的第  $m$  衍射级次的衍射效率  $\eta_m(\lambda)$  为<sup>[14]</sup>

$$\eta_m(\lambda) = \text{sinc}^2\left[m - \frac{\phi(\lambda)}{2\pi}\right], \quad (5)$$

式中  $\text{sinc}x = \sin x/x$ 。

在设计波长为  $\lambda_1, \lambda_2$  时,多层衍射光学元件的第  $m$  衍射级次的带宽积分平均衍射效率  $\bar{\eta}_{\text{mint}}(\lambda_1, \lambda_2)$  为<sup>[15]</sup>

$$\bar{\eta}_{\text{mint}}(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{\lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}}} \int_{\lambda_{\text{min}}}^{\lambda_{\text{max}}} \eta_m(\lambda) d\lambda, \quad (6)$$

式中  $\lambda_{\text{min}}, \lambda_{\text{max}}$  分别表示工作波段的最小波长和最大波长。

### 2.2 基于光学材料折射率柯西色散近似公式的多层衍射光学元件设计

常用的光学材料折射率柯西色散公式为<sup>[16]</sup>

$$n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4}, \quad (7)$$

式中  $n(\lambda)$  为光学材料在波长  $\lambda$  时的折射率,  $a, b, c$  为材料折射率柯西色散系数。现取材料折射率柯西色散公式的前两项色散系数  $a, b$ , 忽略第三项色散系数  $c$ , 得光学材料的折射率柯西色散近似公式

$$n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2}.$$

把多层衍射光学元件所选择的材料 1 和材料 2 的折射率柯西色散近似公式,以及衍射光学元件表面微结构高度的(3)和(4)式代入相位延迟(1)式中,通常取衍射级次  $m=1$ ,得到以  $\lambda_1, \lambda_2$  为设计波长的多层衍射光学元件在工作波长  $\lambda$  时的相位延迟  $\phi(\lambda)$  为

$$\phi(\lambda) = 2\pi \frac{\lambda^2 \lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_2^2 (\lambda^2 - \lambda_1^2)}{\lambda^3 (\lambda_1 + \lambda_2)}. \quad (8)$$

根据衍射效率定义(5)式,带宽积分平均衍射效率(6)式和相位延迟(8)式,通过选择不同的两个设计波长  $\lambda_1, \lambda_2$ ,得到采用柯西色散近似公式设计的多层衍射光学元件的带宽积分平均衍射效率分布,如图 2 所示。其中  $x, y$  坐标分别表示两个设计波长  $\lambda_1, \lambda_2, z$  坐标为与设计波长对应的带宽积分平均衍射效率。当其中一个设计波长为定值,而另一个设计波长变化时,采用柯西色散近似公式设计的多层衍射光学元件的最大带宽积分平均衍射效率如图 3 所示,即一个设计波长沿横轴变化,得到的另一个设计波长为不同值时对应的带宽积分平均衍射效率中的最大值分布。

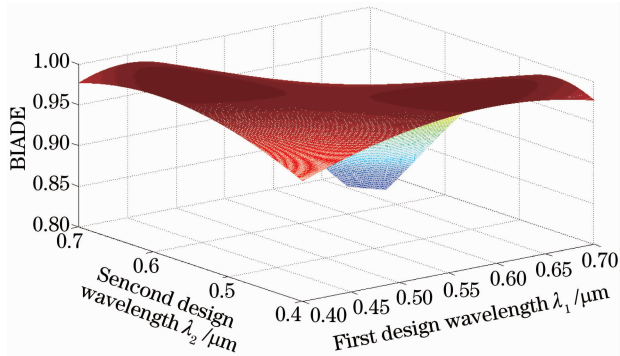


图 2 带宽积分平均衍射效率与设计波长的关系

Fig. 2 Relation of BIADE and design wavelengths

以上分析了采用光学材料折射率柯西色散近似公式设计多层衍射光学元件过程,由(8)式可见,相位延迟与各层衍射元件所使用的材料无关,只与设计波长的选择有关。又由图 2 可知,  $z$  坐标的每一点表示设计波长与采用柯西色散近似公式设计的多层衍射光学元件的不同带宽积分平均衍射效率的一一对应关系,同时最大带宽积分平均衍射效率对应两个确定的坐标点,即  $(\lambda_1, \lambda_2, \bar{\eta}_{m\max})$  和  $(\lambda_2, \lambda_1, \bar{\eta}_{m\max})$ 。由图 3 可知,在 400~700 nm 可见光波段,采用柯西色散近似公式设计的多层衍射光学元件最大带宽积分平均衍射效率为 99.62%,并得到

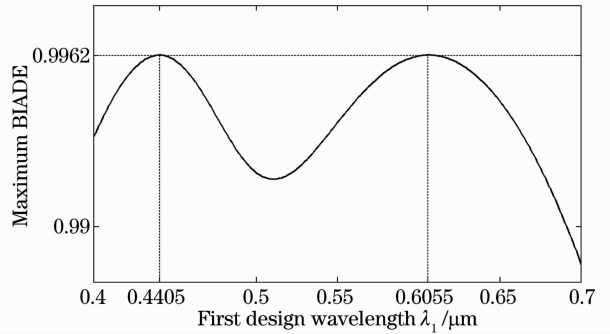


图 3 最大带宽积分平均衍射效率与第一设计波长的关系

Fig. 3 Relation of maximum BIADE and the first design wavelength

相应的设计波长为 440.5 nm 和 605.5 nm。

### 3 基于柯西色散近似公式设计的多层衍射光学元件的衍射效率分析

通过给出在不同设计波长情形下,以光学材料折射率柯西色散近似公式与考虑材料精确色散常数得出的带宽积分平均衍射效率之间的差值,以及不同设计波长的多层衍射光学元件的衍射效率误差分布,进一步说明多层衍射光学元件的衍射效率与材料特性之间的关系。

多层衍射光学元件的第  $m$  衍射级次的衍射效率误差为

$$\Delta s = \frac{\eta_{mj}(\lambda, \lambda_1, \lambda_2) - \eta_{mc}(\lambda, \lambda_1, \lambda_2)}{\eta_{mj}(\lambda, \lambda_1, \lambda_2)} \times 100\%, \quad (9)$$

式中  $\eta_{mj}(\lambda, \lambda_1, \lambda_2)$  是在设计波长为  $\lambda_1, \lambda_2$  时,考虑光学材料精确色散系数的多层衍射光学元件的第  $m$  衍射级次的衍射效率;  $\eta_{mc}(\lambda, \lambda_1, \lambda_2)$  是在设计波长为  $\lambda_1, \lambda_2$  时采用材料折射率柯西色散近似公式设计的多层衍射光学元件的第  $m$  衍射级次的衍射效率。

在 400~700 nm 可见光波段,以聚甲基丙烯酸酯和聚碳酸酯为材料的多层衍射光学元件的设计为例,根据参考文献[7,8]关于多层衍射光学元件设计方法的讨论,以及柯西色散近似公式设计的多层衍射光学元件的原理,选择设计波长分为以下三组:第一组是以多层衍射光学元件的工作波段两端 400 nm 和 700 nm 为设计波长;第二组是根据可见光成像光学系统设计,通常选取 F 光和 C 光谱线为多层衍射光学元件的设计波长;第三组是采用柯西色散近似公式得到的最大带宽积分平均衍射效率确定的设计波长为 440.5 nm 和 605.5 nm。

通过(6)和(8)式对三组不同设计波长对应的柯

西色散近似公式设计的多层衍射光学元件的带宽积分平均衍射效率、考虑光学材料精确色散系数的带宽积分平均衍射效率等相关参数计算,结果如表 1 所示。

表 1 不同设计波长的多层衍射光学元件的  
带宽积分平均衍射效率

Table 1 BIADe of MLDOE with different design  
wavelengths

	Method 1	Method 2	Method 3
Design wavelength /nm	400 and 700	486.1 and 656.3	440.5 and 605.5
BIADe with accurate optical coefficient /%	95.319	96.832	99.229
BIADe with Cauchy approximation /%	97.628	98.737	99.620
Difference /%	2.309	1.905	0.391

采用折射率柯西色散近似公式与考虑材料精确色散系数分别对多层衍射光学元件进行设计。对带宽积分平均衍射效率进行比较,由表 1 可知第一组设计波长对应的带宽积分平均衍射效率差值最大,为 2.309%;而第三组设计波长对应的带宽积分平均衍射效率差值为 0.391%。考虑光学材料精确色散系数时,第三组的带宽积分平均衍射效率为最大,比以波段两端为设计波长时带宽积分平均衍射效率高 3.910%。

对依据上述三种不同方法确定的三组设计波长,依据(5)式和(8)式在 400~700 nm 可见光工作波段,对不同设计波长的多层衍射光学元件的衍射效率进行分析。通过采用光学材料折射率柯西色散近似公式与考虑光学材料精确色散系数设计的多层衍射光学元件的衍射效率进行对比,依据(9)式得出三种不同方法确定的三组设计波长对应的衍射效率误差分布,如图 4 所示。

由图 4 可知,在短波区域以 F 光和 C 光谱线为设计波长时对应多层衍射光学元件的衍射效率降低最大,同时衍射效率误差最大;在三种不同设计方法对应的三组设计波长中,任意一组的两个设计波长之间的多层衍射光学元件的衍射效率,以波段两端为设计波长的多层衍射光学元件的衍射效率降低最大;依据(9)式和图 4 可知,采用光学材料折射率柯西色散近似公式设计的多层衍射光学元件,当带宽积分平均衍射效率为最大时多层衍射光学元件的衍射效率在 422.4~685.6 nm 波段的误差小于 0.52%。

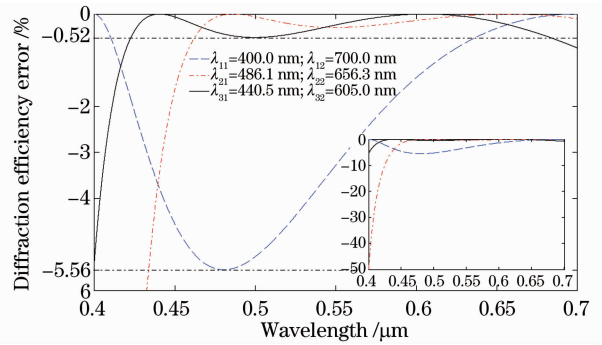


图 4 设计波长选择不同的多层衍射光学元件的  
衍射效率误差分布

Fig. 4 Diffraction efficiency error of MLDOE with  
different design wavelengths

## 4 结 论

研究了材料折射率柯西色散近似公式在多层衍射光学元件的设计过程中的应用,得出了多层衍射光学元件的相位延迟与光学材料的选择无关,只与设计波长的选择有关的结论。在 400~700 nm 可见光波段,采用光学材料折射率柯西色散近似公式设计多层衍射光学元件时,设计波长为 440.5 nm 和 605.5 nm,在 422.4 nm~685.6 nm 波段的多层衍射光学元件的衍射效率误差小于 0.52%,与考虑光学材料精确色散系数的多层衍射光学元件的带宽积分平均衍射效率十分接近。故在可见光波段,考虑多层衍射光学元件的带宽积分平均效率最大时,采用折射率柯西色散近似公式可以实现精确设计多层衍射光学元件。同时,考虑带宽积分平均衍射效率最大化时确定的设计波长,与采用柯西色散近似公式进行多层衍射光学元件的设计建立联系,可以实现简化多层衍射光学元件的设计过程。该方法也可用于其它波段或应用于双波段的多层衍射光学元件设计。

## 参 考 文 献

- 1 Cui Qingfeng. Studies of Hybrid Diffractive Refractive Optical Systems [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 1996. 33~34  
崔庆丰. 折衍射混合光学系统的研究[D]. 博士学位论文. 长春: 中国科学院长春光学精密机械研究所, 1996. 33~34
- 2 Sun Qiang, Lu Zhenwu, Wang Zhaoqi. The dual band design of harmonic diffractive-refractive optics system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(6): 830~833  
孙 强, 卢振武, 王肇圻. 谐波衍射/折射双波段系统设计[J]. *光学学报*, 2004, **24**(6): 830~833
- 3 Zhao Liping, Wu Minxian, Jin Guofan. Spherochromatism correction of a hybrid refraction-diffractive singlet [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(5): 621~626

- 赵丽萍, 邬敏贤, 金国藩. 折衍射混合单透镜的色球差校正研究[J]. 光学学报, 1998, **18**(5): 621~626
- 4 Li Ke, Liu Qiang, Li Yongping. Influence of reflection of diffractive optical elements on high-power laser system [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(6): 1371~1377
- 李珂, 刘强, 李永平. 衍射光学元件表面反射对高功率激光系统的影响[J]. 中国激光, 2009, **36**(6): 1371~1377
- 5 Yu Bin, Chen Danni, Sun Qiang *et al.*. Design and analysis of new diffractive optic imaging spectrometer [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(5): 1260~1263
- 于斌, 陈丹妮, 孙强等. 新型衍射光学成像光谱仪的设计和分析[J]. 光学学报, 2009, **29**(5): 1260~1263
- 6 Takehiko Nakai, Hideki Ogawa. Research on multi-layer diffractive optical elements and their application to camera lenses [C]. *Diffractive Optics and Micro-Optics*, 2002, **75**: 8~10
- 7 Pei Xuedan, Cui Qingfeng, Leng Jiakai *et al.*. Design and diffraction efficiency of a multi-layer diffractive optical element [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(5): 1126~1131
- 裴雪丹, 崔庆丰, 冷家开等. 多层衍射光学元件设计原理与衍射效率的研究[J]. 光子学报, 2009, **38**(5): 1126~1131
- 8 Bai Jian, Ma Tao, Shen Yibing *et al.*. Characteristic analysis of multi-layer diffractive elements [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, **35**(s): 44~47
- 白剑, 马韬, 沈亦兵等. 多层衍射光学元件的特性分析[J]. 红外与激光工程, 2006, **35**(s): 44~47
- 9 Andrew Wood, Mane-Si L. Lee, Simone Cassette. Infrared hybrid optics with high broadband efficiency [C]. *SPIE*, 2005, **58740G**: 1~12
- 10 Fan Changjiang, Wang Zhaoqi, Fan Xinyan. The design of infrared dual-band athermalized optical system with double-layer harmonic diffractive element [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(8): 1617~1621
- 范长江, 王肇圻, 樊新岩. 含有双层谐衍射元件的红外双波段光学系统消热差设计[J]. 光子学报, 2008, **37**(8): 1617~1621
- 11 Pei Xuedan, Cui Qingfeng, Leng Jiakai. Effect of incident angle on diffraction efficiency of a two-layer diffractive optical element [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(1): 120~125
- 裴雪丹, 崔庆丰, 冷家开. 入射角对双层衍射光学元件衍射效率的影响[J]. 光学学报, 2009, **29**(1): 120~125
- 12 Sweeney D. W., Sommargren G. E.. Harmonic diffractive lenses [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(14): 2469~2473
- 13 Faklis D., Morris G. M.. Spectral properties of multi-order diffractive lenses [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(14): 2462~2468
- 14 H. Dammann. Blazed synthetic phase only holograms [J]. *Optik*, 1970, **31**(1): 95~104
- 15 Dale A. Buralli, G. Michael Morris. Effects of diffraction efficiency on the modulation transfer function of diffractive lenses [J]. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(22): 4389~4396
- 16 Warran J. Smith. *Modern Optical Engineering* [M]. 4th ed. McGraw-Hill, 2008. 208