

# 三次相位掩模板波前编码系统非轴向斯特雷尔比

范志刚<sup>1</sup> 陈守谦<sup>1\*</sup> 常虹<sup>1</sup> 许志高<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>哈尔滨工业大学空间光学工程研究中心, 黑龙江 哈尔滨 150001)  
<sup>2</sup>哈尔滨工程大学理学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要** 传统成像光学系统的点扩展函数(PSF)峰值位置在其光轴上,斯特雷尔比(SR)定义为有无像差轴向 PSF 强度之比,而波前编码系统在光瞳处相位变化为非旋转对称式,其 PSF 在像面上将产生偏移,利用 PSF 的轴向强度计算光学系统斯特雷尔比将不再适用。分析了三次相位掩模板 PSF 的位置偏移量,其是以焦点为对称轴的抛物线族。并在此基础上提出了适用于评价波前编码系统的非轴向斯特雷尔比(SR<sub>wc</sub>),分析了非轴向斯特雷尔比的变化特性,其幅值与相位板参量成反比。并利用非轴向斯特雷尔比研究了 PSF 的一致性及其可恢复性问题,阐述了影响 PSF 一致性和可恢复性的因素。最后,提出了基于非轴向斯特雷尔比相位板参量的优化方法,该方法给出了相位板参量与系统一致性和可恢复性之间的定量关系。

**关键词** 傅里叶光学;波前编码;斯特雷尔比;三次相位板;点扩展函数

**中图分类号** O438.2;TN762 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0611001

## Non-Axial Characteristics of Strehl Ratio of Cubic Phase Mask in Wavefront Coding System

Fan Zhigang<sup>1</sup> Chen Shouqian<sup>1</sup> Chang Hong<sup>1</sup> Xu Zhigao<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>Research Center for Space Optics Engineering, Harbin Institute of Technology,  
Harbin, Heilongjiang 150001, China)  
<sup>2</sup>Physical College, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

**Abstract** For general imaging optical system, the peak position of point spread function (PSF) is located in the optical axis. Strehl ratio (SR) is defined as the ratio of on-axis values of PSF with and without aberrations, but PSF of wavefront coding system whose phase change in pupil plane is asymmetric has a shift in the image plane, so evaluation of wavefront coding system using traditional Strehl ratio is not appropriate. Shift value of PSF for cubic phase mask is carried out, which is a family of parabolas, whose focal plane is symmetrical axis. Based on this, non-axial Strehl ratio of wavefront coding system is defined, whose different parameters are analyzed, and the magnitude of Strehl ratio is inversely proportional to parameter of phase mask. Non-axial Strehl ratio is used to evaluate consistency and recoverability of PSF. Finally, an evaluation method in order to optimize phase mask parameter is given, which can determine the relation between consistency and recoverability of PSF and phase mask parameter.

**Key words** Fourier optics; wavefront coding; Strehl ratio; cubic phase mask; point spread function

**OCIS codes** 110.7348; 110.1758; 070.0070; 100.2000

## 1 引 言

波前编码作为光数混合成像技术的主要目的为扩展光学系统的焦深,其通过在光瞳面上添加一块非旋转对称相位掩模板,实现对入射光波波前的调

制,使系统在各离焦位置所成中间图像特性一致,再通过图像复原方法对各离焦图像进行恢复,得到较大离焦范围内清晰的图像,从而实现扩展焦深的目的<sup>[1]</sup>。可见,波前编码成像系统与传统光学系统在

收稿日期: 2010-11-09; 收到修改稿日期: 2011-01-20

作者简介: 范志刚(1966—),男,教授,主要从事精密光电测试技术方面的研究。E-mail: fzg@hit.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: csq\_hit@163.com

成像过程中存在本质不同,其成像特性与传统光学系统成像特性也存在诸多差异。研究者们已经发展了几种形式的相位板,其中以三次、对数、指数和正弦形式的相位掩模板为主<sup>[1~5]</sup>,并在空域和空间频域对其成像特性展开了研究。根据波前编码系统成像的特点,在相位板参量优化方法及图像复原方法也有较为深入的研究<sup>[6~8]</sup>。由于含三次相位板的波前编码系统点扩展函数(PSF)和光学传递函数(OTF)可利用稳相法进行解析,且其应用最为广泛,因此,波前编码系统特性研究主要集中在三次相位板上。在空间频域,三次相位板 OTF 可被转化为模糊函数(AF)、考纽螺线(GCS)及菲涅耳积分等形式对其特性进行分析<sup>[9,10]</sup>。在空域,通过魏格纳分布函数(WDF)对 PSF 特性进行了研究,并利用稳相法求解了 PSF 的近似解,在此基础上分析了 PSF 的边界、带宽及振荡特性,分析认为 PSF 在各离焦位置形式上几乎一致,但光瞳及 PSF 位置发生了偏移<sup>[11~13]</sup>。传统成像系统的 PSF 峰值位置一般在光轴上,其斯特雷尔比(SR)定义为有无像差 PSF 的轴向强度之比。由于波前编码系统 PSF 在像面上的偏移,使得其峰值位置并不在光轴上,因此,利用传统的斯特雷尔比来分析波前编码系统成像特性存在其不合理之处。针对于此,本文引入了非轴向斯特雷尔比概念,在对三次相位板 PSF 偏移量进行定量分析的基础上,用其来表述波前编码系统斯特雷尔比,旨在为研究人员在最优化相位掩模板过程提供理论基础。

## 2 波前编码系统 PSF 的偏移

### 2.1 PSF 位置偏移量计算

由于波前编码系统相位板两方向是可分离的,仅考虑一维情况下的相位函数。三次相位板相位函数  $f(u)$  可表示为

$$f(u) = au^3, \quad (1)$$

式中  $a$  为待优化的相位板参量,  $u$  为光瞳处的空间坐标。在归一化的光瞳坐标中,含有相位掩模板的光瞳函数可表示为

$$P(u) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp[jf(u)], \quad |u| < 1 \quad (2)$$

含有相位板离焦下的 PSF 可表示为光瞳函数菲涅耳衍射的强度分布

$$h(x, \omega_{20}) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} P(u) \exp[j2\pi(\omega_{20}u^2 - xu)] du \right|^2, \quad (3)$$

式中  $\omega_{20}$  为以波长  $\lambda$  为单位的离焦参量;  $x$  为不同离焦位置像面处的空间坐标。由于波前编码成像系统 PSF 对离焦像差不敏感,其 PSF 形式上在各离焦位置相同,因此,可通过 PSF 的峰值位置变化来确定 PSF 相对于光轴的位置偏移量。结合(1)、(2)和(3)式,PSF 可表示为

$$h(x, \omega_{20}) = \frac{1}{2} \left| \int_{2\pi\omega_{20}/(3\alpha)-1}^{2\pi\omega_{20}/(3\alpha)+1} \exp\left\{j\left[au^3 - 2\pi\left(x + \frac{2\pi\omega_{20}^2}{3\alpha}\right)u\right]\right\} du \right|^2, \quad (4)$$

由(4)式可以看出,有无离焦像差的 PSF 在函数形式上是一致的,其 PSF 的位置变化由 2 部分决定: 1) 通光孔径在光瞳面上偏移量  $2\pi\omega_{20}/(3\alpha)$  引起的 PSF 位置变化; 2) PSF 自身在像面上的位置变化  $2\pi\omega_{20}^2/(3\alpha)$ 。(4)式积分号中的被积函数为非周期高振荡函数,可通过稳相法求解其近似解析式,在波长较小的情况下,该积分值的大小主要取决于稳相点,(4)式  $h(x, \omega_{20})$  的积分限可扩展至无穷并利用欧拉公式得

$$h(x, \omega_{20}) \approx 2 \left| \int_0^{\infty} \cos\left[au^3 - 2\pi\left(x + \frac{2\pi\omega_{20}^2}{3\alpha}\right)u\right] du \right|^2. \quad (5)$$

由于 Airy 函数  $A_i(\nu)$  的积分表达式为<sup>[14]</sup>

$$A_i(\nu) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos\left(\frac{z^3}{3} + \nu z\right) dz, \quad (6)$$

所以

$$h(x, \omega_{20}) \approx \frac{2\pi^2}{(3\alpha)^{2/3}} \left| A_i\left[-\frac{2\pi}{(3\alpha)^{1/3}}\left(x + \frac{2\pi\omega_{20}^2}{3\alpha}\right)\right] \right|^2, \quad (7)$$

通过(7)式的表示形式可知,当  $\alpha$  一定时, Airy 函数的最大值位置即为 PSF 的峰值位置,由 Airy 函数性质可知,当  $\nu \approx -1.019$  为 Airy 函数全局最大值位置,因此,三次相位板 PSF 的峰值位置  $x_p$  为

$$x_p \approx 1.019 \frac{(3\alpha)^{1/3}}{2\pi} - \frac{2\pi\omega_{20}^2}{3\alpha}. \quad (8)$$

由(8)式可知,当相位板参量  $\alpha$  相同方向相反时,其 PSF 关于光轴具有对称性,这里仅研究  $\alpha$  为正时的相位板。

### 2.2 相位板参量优化

为比较无限孔径和归一化孔径下 PSF 位置偏移量,首先在特定的条件下对相位板参量进行优化,优化函数为

$$\min_{\alpha} \sum_{\omega_{20}} \sum_x \left| \frac{\partial}{\partial \omega_{20}} \mathcal{F}_F[h(x, \omega_{20})] \right|^2 \quad \text{subject to}$$

$$B_l \leq \frac{\text{mean}\{\max[h(x, \omega_{20})]\}}{\max(I_0)} \leq B_u, \quad (9)$$

式中需找到能够使优化函数得到全局最小值时的  $\alpha$  值, 最小值评价函数才能够保证系统在各离焦位置特性一致, 约束条件对波前编码系统 PSF 下降程度有一定的限制, 是为了确保系统的可恢复性。其中,  $\mathcal{F}_r(\cdot)$  为快速傅里叶变换,  $\text{mean}(\cdot)$  为取平均值,  $\max(\cdot)$  为取最大值,  $I_0$  为一维非相干衍射受限系统 PSF,  $B_l$  和  $B_u$  分别为确保 PSF 的幅值下边界和上边界不至于过低。由于三次相位板为单一参量, 当焦深范围被扩展至  $\omega_{20} \in [-10, 10]$ ,  $[B_l, B_u]$  取不同边界时优化的相位板参量如表 1 所示。

表 1 不同约束条件下最优化相位板参量

Table 1 Optimized phase mask parameters under different constrained conditions

| $[B_l, B_u]$ | Cubic phase mask $\alpha$ |
|--------------|---------------------------|
| [0.06, 0.07] | 95.117                    |
| [0.07, 0.08] | 76.781                    |
| [0.08, 0.09] | 63.502                    |
| [0.09, 0.10] | 53.616                    |
| [0.10, 0.11] | 46.898                    |
| [0.11, 0.12] | 40.792                    |

### 2.3 无限及有限孔径 PSF 偏移量分析

由表 1 中的相位板参量得到的 PSF 位置随离焦量变化曲线如图 1 所示, 其中图 1(a) 是通过 (8) 式计算无限孔径条件下的 PSF 位置偏移曲线, 图 1(b) 为通过快速傅里叶变换 (FFT) 方法得到的归一化有限孔径的位置偏移曲线, 纵坐标为规格化的像面位置。由图 1 可知, 无限孔径和有限孔径 PSF 位置变化曲线十分相似, 无限孔径 PSF 位置变化曲线是以焦面为对称轴的抛物线族, 而有限孔径的变化曲线是围绕着无限孔径曲线在较小范围内上

下波动的类似抛物线族, 在规格化像面坐标的负方向上, 相位板参量  $\alpha$  的值越大, 其位置偏移量越小, 像面坐标正方向上情况恰好相反。值得注意的是 PSF 无偏移位置并不在  $\omega_{20} = 0$  处, 通过 (8) 式  $x_p = 0$  时求得的离焦位置  $\omega'_{20} = (1.019)^{1/2} (81\alpha^4)^{1/6} / (2\pi)$  为其无偏移位置。有限孔径曲线的波动是由于光瞳位置变化也引起的 PSF 位置的偏移, 而这一偏移被无限孔径所忽略。来考察偏移量的大小情况, 在规格化像面坐标中, 有限孔径 PSF 的宽度可近似计算为  $(3\alpha + |2\pi\omega_{20}|)^2 / (6\pi\alpha)^{[15]}$ , 当  $\alpha = 40.792$ ,  $\omega_{20} = 10$  时, 其 PSF 宽度为 44.611, 而其偏移量为 4.32, 偏移了约为 PSF 宽度的 1/10。

PSF 偏移特性还可通过其在各离焦值下的二维 PSF 更为直观地看到, 图 2 为通过 (7) 式和 FFT 得到不同离焦位置二维 PSF 局部放大图, 由于 PSF 偏移量具有对称特性, 选取离焦量  $\omega_{20}$  分别为 0,  $\omega'_{20}$  和 10。图 2 中, PSF 中的十字线交点为光轴位置, 左上角的图中给出了规格化像面坐标的比例尺, PSF 选取的局部坐标范围为  $[-10, 10]$ , 偏移量结果与图 1 中的变化曲线一致,  $\omega_{20} = 0$  位置 PSF 存在偏移量,  $\omega_{20} = \omega'_{20}$  时 PSF 偏移量为 0,  $\omega_{20} = 10$  时 PSF 偏移量最大且与相位板参量值成反比。另外, 在图 2 中右上角  $\omega_{20} = 10$  时的几幅子图中, 无限孔径与有限孔径得到的 PSF 有所差别, 区别在于无限孔径的 PSF 亮度较大, 而有限孔径 PSF 亮度较小, 这是由于对于一定焦距的光学系统, 其孔径越大, 在像面附近的衍射强度越大, 实际上在其它的有限与无限孔径对比的 PSF 中也存在这种差别, 只是由于像面坐标截取范围较小而掩盖这一不同, 将在第 3 节中的一维 PSF 函数中较为清晰地看到这一现象。

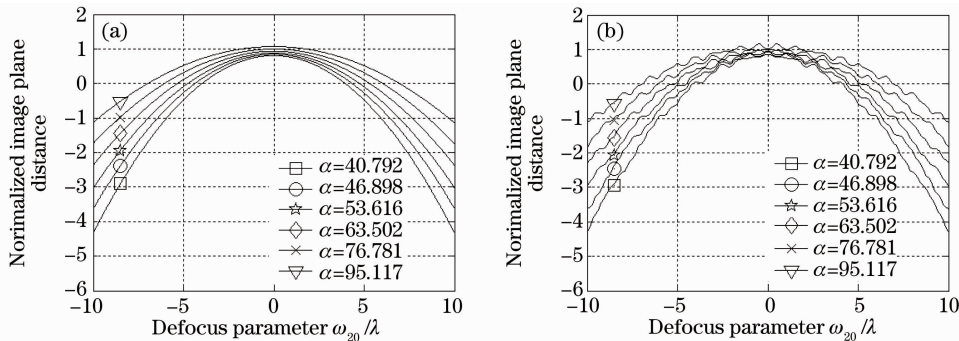


图 1 无限孔径和有限孔径条件下 PSF 位置偏移曲线。(a) 无限孔径, (b) 有限孔径

Fig. 1 PSF displacement effect of unbounded and bounded aperture. (a) unbounded aperture, (b) bounded aperture

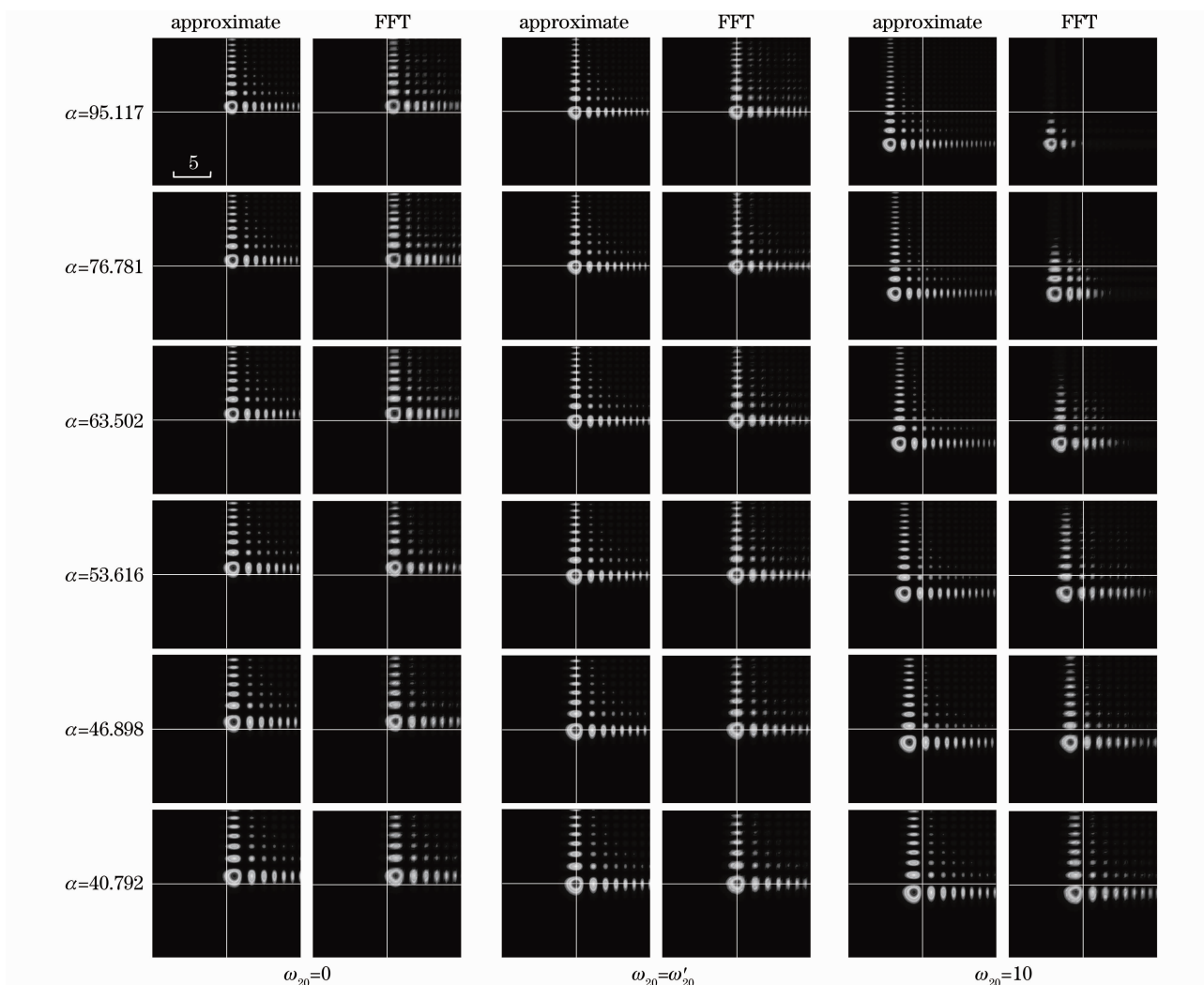


图 2 不同离焦位置二维 PSF 局部放大图

Fig. 2 Local magnified image of convergent 2D PSF of different defocusing positions

### 3 波前编码成像系统斯特雷尔比

#### 3.1 非轴向斯特雷尔比

对于普通的成像光学系统,由于光学元件为旋转对称式的,其轴向 PSF 强度分布呈对称形式,其衍射强度最大值在光轴上,斯特雷尔比为

$$R_s = \frac{I_{\text{PSF}(0,0)}^{\text{with-aberration}}}{I_{\text{PSF}(0,0)}^{\text{without-aberration}}}, \quad (10)$$

式中  $I_{\text{PSF}(0,0)}^{\text{with-aberration}}$  和  $I_{\text{PSF}(0,0)}^{\text{without-aberration}}$  分别是非相干衍射受限系统轴上无像差和有像差时的 PSF。由瑞利判据可知,斯特雷尔比大于 0.8 时,认为非相干衍射受限系统为完善成像。

而波前编码成像系统引入的相位变化为非对称的,其各离焦位置的 PSF 在形式上虽然近似一致,但其强度分布呈非对称形式,通过上节分析可知,其峰值位置随离焦量而变化,因此,利用(10)式得到的轴向斯特雷尔比来评价波前编码系统将不再合理。

引入非轴向斯特雷尔比( $R_{s\text{-wc}}$ )概念,用来表述波前编码成像系统的斯特雷尔比,定义为

$$R_{s\text{-wc}} = \frac{I_{\text{PSF}(x_p, y_p)}^{\text{WC-with-aberration}}}{I_{\text{PSF}(0,0)}^{\text{without-aberration}}}, \quad (11)$$

式中  $I_{\text{PSF}(\cdot)}^{\text{WC-with-aberration}}$  为含像差的波前编码系统的 PSF,  $(x_p, y_p)$  是含有像差的波前编码成像系统 PSF 峰值位置坐标。当光瞳坐标被归一化时,由(2)和(3)式可知,衍射受限系统的轴上无像差时  $I_{\text{PSF}(0,0)}^{\text{without-aberration}}$  为 2, 这样通过(4)、(8)和(11)式得

$$R_{s\text{-wc}} = \frac{1}{4} \left| \int_{2\pi\omega_{20}/(3\alpha)-1}^{2\pi\omega_{20}/(3\alpha)+1} \exp\{j[au^3 - 1.019(3\alpha)^{1/3}u]\} du \right|^{1/2}. \quad (12)$$

可见,(12)式描述的波前编码系统斯特雷尔比与普通成像系统原理上一致,均是通过 PSF 的峰值位置

来计算的。

### 3.2 非轴向斯特雷尔比特性分析

首先利用(10)式表示的轴向斯特雷尔比来评价三次相位波前编码系统,图3为不同相位板参量的波前编码系统轴向斯特雷尔比。由图3可以看出,轴向斯特雷尔比波动幅度较大,且在离焦范围内的几个位置出现零点,这一现象与图2所示的峰值位置变化是相对应的,计算斯特雷尔比时的衍射强度最大值并没有被使用。

下面来研究非轴向斯特雷尔比,对于含有离焦像差的波前编码成像系统,由(7)式可知,无限孔径各离焦值下的PSF最大值约为一恒定值 $2\pi^2/(3\alpha)^{2/3}|A_i(-1.019)|^2$ ,可得到无限孔径下常数非轴向斯特雷尔比( $SR_{w-c}$ ),定义为

$$R_{S-w-c} = \frac{\pi^2}{(3\alpha)^{2/3}} |A_i(-1.019)|^2 \approx \frac{0.287\pi^2}{(3\alpha)^{2/3}}. \quad (13)$$

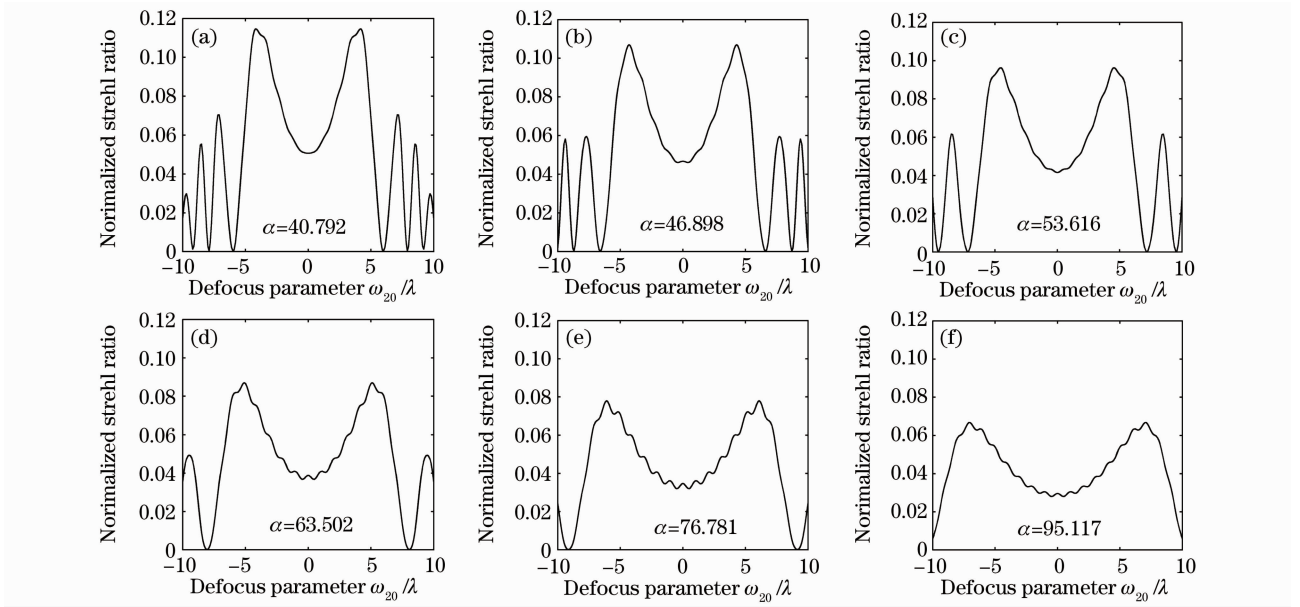


图3 波前编码系统轴向斯特雷尔比

Fig. 3 On-axial Strehl ratio of wavefront coding systems

对于有限孔径条件下的非轴向斯特雷尔比,由(12)式计算的不同相位板非轴向斯特雷尔比曲线如图4所示,可以看出有限孔径含离焦像差的非轴向斯特雷尔比在某一范围内呈振荡状,图中纵坐标中标出了不同 $\alpha$ 值时非轴向斯特雷尔比的振荡范围,振荡范围与 $\alpha$ 值成反比关系。当 $\alpha$ 值较小时,由于其波动范围较大,各离焦位置的PSF将不是很稳定。另外,由于常数非轴向斯特雷尔比与非轴向斯特雷尔比的均值较为接近,可由其研究非轴向斯特雷尔比幅值的变化情况,非轴向斯特雷尔比幅值随 $\alpha$ 值的增加而下降,在图中的 $\alpha$ 最大值与最小值之间,常数非轴向斯特雷尔比大约下降了一半。得到这些结果并非偶然,由于 $\alpha$ 值的增加,表示着光瞳面上被引入的相位变化越明显,对波前的调制幅度加大,其对离焦像差的敏感程度变小,空域上表现为PSF一致性变好,非轴向斯特雷尔比趋于某一稳定状态;空间频域上表现为调制传递函数(MTF)的一致性增强。当然,随着 $\alpha$ 值的增加也带来了一些缺

点,空间频域上MTF的传递能力降低;空域上由于非轴向斯特雷尔比幅值的下降,使波前编码系统中图像模糊程度增加,这就对图像复原算法提出了更高的要求。因此,在所优化离焦范围内,非轴向斯特雷尔比波动范围越小,说明系统在各离焦位置的一致性越好;而非轴向斯特雷尔比的幅值则与系统可恢复性成正比。因此,在选择最优化相位板参量时,应在其一致性和可恢复性之间进行平衡。

为研究不同相位板非轴向斯特雷尔比在离焦像差较大时的特性变化,在相位板参量固定的条件下,将离焦像差扩大到 $\omega_{20} \in [-35, 35]$ 。大离焦范围内的非轴向斯特雷尔比如图5所示,可以看出不同参量相位板的非轴向斯特雷尔比在正负离焦值两侧都有1个快速下降的边界,在快速下降的边界拐点位置(每条曲线的最大值位置)以内的非轴向斯特雷尔比变化幅度较小,拐点位置的绝对值随 $\alpha$ 值的增加而减小。图5中,仅 $\alpha = 40.792$ 时的拐点位置与优化条件 $\omega_{20} \in [-10, 10]$ 中的离焦边界近似相同,其

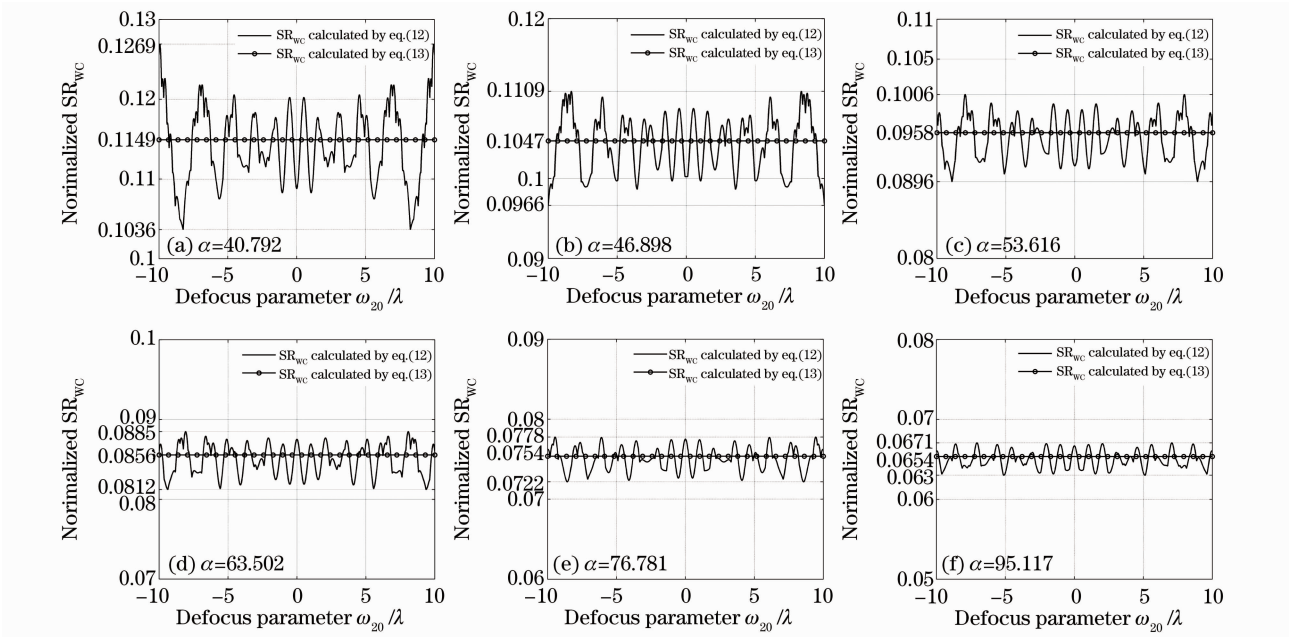


图 4 三次相位板非轴向斯特雷尔比

Fig. 4 Non-axial Strehl ratio of the cubic phase mask

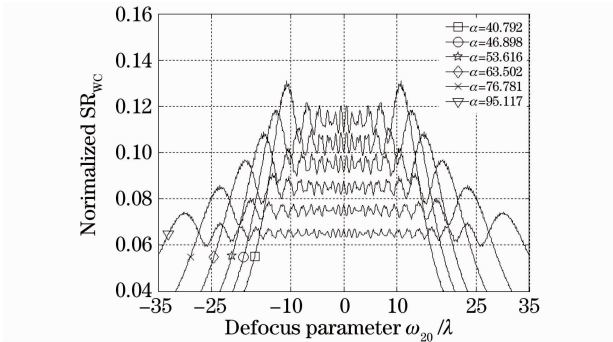


图 5  $\omega_{20} \in [-35, 35]$  不同相位板  $SR_{wc}$  曲线

Fig. 5  $SR_{wc}$  curves of different phase masks at  $\omega_{20} \in [-35, 35]$

它  $\alpha$  值下的拐点位置均大于优化的离焦边界。但是,并不能由此认为其焦深扩展范围可延拓至拐点位置,由于主要影响 PSF 一致性的因素并不是非轴向斯特雷尔比的稳定性,还包括有无离焦像差时 PSF 边界及形状的变化,这一点可通过一维 PSF 较直观地发现。

图 6 为离焦量为 0, 10, 拐点位置  $\omega_{20} = \omega_{20g}$  时两种参量相位板的一维 PSF,  $\omega_{20g}$  为不同  $\alpha$  值时斯特雷尔比振幅结束时,存在快速下降边界的拐点位置,图中平行于纵轴的粗实线为通过上 1 小节提及的 PSF 宽度计算式得到的 PSF 边界,由于 PSF 左边界较为近似,只标出了其右边界。图 6(e)、(f)中由于计算的 PSF 边界大于像面坐标 60 而未画出这一边界,图 6(b)、(c)中由于通过图 5 得到的离焦量值较为

接近,所以其 PSF 边界较为相似。可以看出,PSF 在较大的离焦范围内峰值变化不大(代表着非轴向斯特雷尔比变化不大),但 PSF 边界及形状发生了较大的变化,PSF 形状是影响 PSF 一致性的主要原因。可通过 Hilbert 空间角来评价 2 个离焦位置 PSF 的相似程度<sup>[2]</sup>。由于离焦量为 0 和最大值时 2 点的 PSF 差异最大,这里使用这两点的 Hilbert 空间角  $\theta$ (单位为 rad)来评价 PSF 的相似性。图 6 中标出了不同离焦参量的  $\theta$  值,可见,优化得到的  $\alpha = 40.792$  且  $\omega_{20} = 10$  时的相位板一致性并不是很好,但其有着较大的 PSF 峰值且宽度较小,意味着恢复后的图像有较高的信噪比,而当  $\alpha = 95.117$  时的情况恰好相反。值得注意的是,当  $\alpha = 95.117$  时尽管在拐点位置非轴向斯特雷尔比较为稳定,但其一致性已经下降了很多,这也正是为什么不能用图 5 的拐点位置来确定其焦深扩展率的原因。

### 3.3 基于非轴向斯特雷尔比的相位板快速优化方法

尽管在离焦量较大时波前编码系统非轴向斯特雷尔比变化较大,但在某一特定的离焦范围内其幅值变化不大。由于非轴向斯特雷尔比幅值与波前编码系统的一致性和可恢复性之间存在着特定的关系,可利用其对相位板参量实现快速优化。图 7(a)和(b)给出了不同离焦范围下非轴向斯特雷尔比与波前编码系统一致性和可恢复之间的关系,横坐标为无限孔径的非轴向斯特雷尔比。图 7(a)中,纵轴为 Hilbert 空间角  $\theta$ ,代表着波前编码系统离焦范围

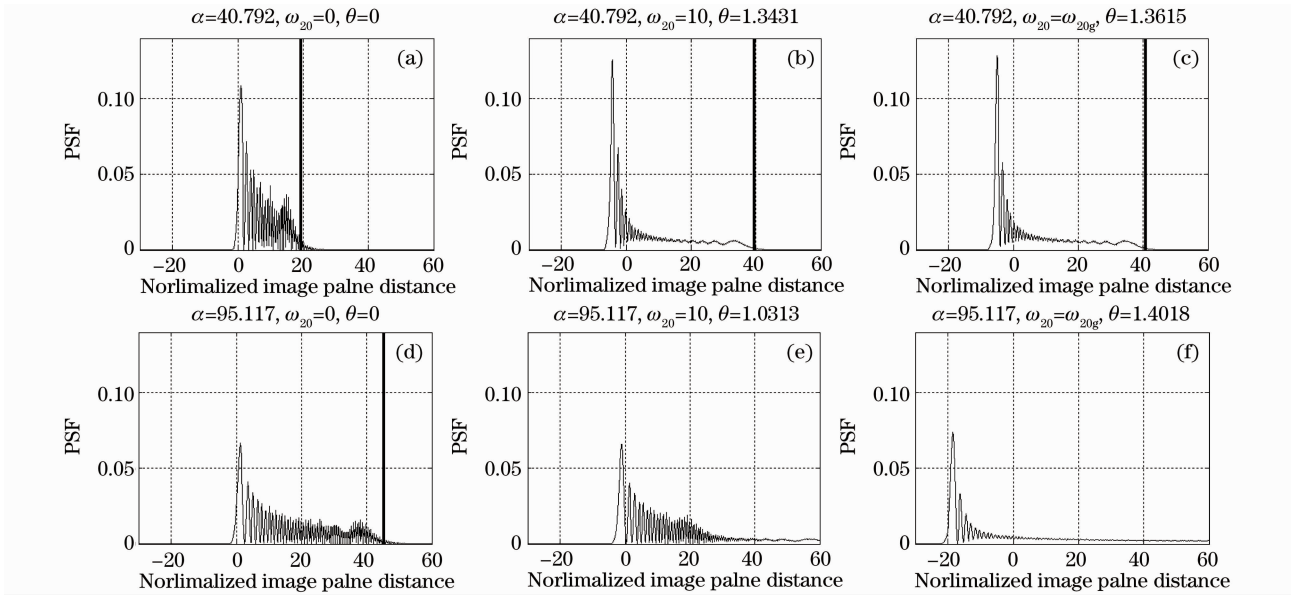


图 6 不同相位板一维离焦 PSF

Fig. 6 1D defocusing PSF of different phase masks

内成像特性的一致性。对于波前编码系统,MTF 下降得越大,系统的可恢复性越差,利用空间频率坐标中 MTF 曲线所包围的面积来评价波前编码系统的可恢复性是恰当的。由于同一相位掩模板离焦量越大,MTF 所包围的面积越小,利用离焦量最大时 MTF 所包围的面积  $S$  来评价系统的可恢复性 [图 7(b)纵坐标],定义为

$$S = \int \text{MTF}[u, \alpha, \max(\omega_{20})] du. \quad (14)$$

图 7(a)和(b)中利用标记符等间隔地在  $\alpha \in [40, 100]$  之间标记了 11 个相位板参量(步长为 6)。通过图 7 中的坐标系,能够快速准确地获得不同相位板参量的特征信息。例如,要扩展  $\omega_{20} = 10$ ,  $R_{S\text{-}w\text{-}c} = 0.08$ ,在图 7(a)中便可确定  $\alpha$  的大小,并可通过纵轴的 Hilbert 空间角得到这时 PSF 的一致性信息,看是否满足要求。并可通过图 7(b)的坐标系在  $R_{S\text{-}w\text{-}c} = 0.08$  时获得系统的可恢复性信息。另外,如果要扩展的焦深为  $\omega_{20} = 10$ ,并要求  $R_{S\text{-}w\text{-}c} = 0.08$  且  $\theta = 0.9$  的相位是不存在的。

通过一个设计实例来说明利用图 7 的坐标系优化相位板的过程。图 8(a)为已经设计完成的衍射受限系统的 MTF 和 PSF,系统  $F$  数为 4,焦距为 75.8 mm,工作波长为 10  $\mu\text{m}$ ,视场为  $3^\circ$ ,由 Zemax 光学设计软件得到衍射限下的 PSF 其峰值为 1。在设计波前编码系统之前,先对本文中描述的参量与光学设计软件中的实际参量进行说明:1)Zemax 软件中得到的衍射受限系统 PSF 的峰值被归一化为 1,当系统含有像差时,PSF 将随之下降。这样,由

Zemax 得到的不同离焦位置的 PSF 峰值即为系统的非轴向斯特雷尔比,可见由光学设计软件得到系统的非轴向斯特雷尔比较为简单;2)光学设计软件中的相位板参量与文中的相位板参量转化关系为  $\alpha' = \lambda \alpha / [2\pi(n' - 1)r^3]$  (其中  $\alpha'$  为实际的相位板参量,  $n'$  为相位板材料折射率,  $r$  为实际的相位板尺寸)。

实例中所设计的系统要求焦深被扩展至  $[-5\lambda, 5\lambda]$ ,MTF 包围面积为原始衍射受限系统的 14.5%。由图 7(b)可知,MTF 包围面积下降了 85.5%时,  $S$  应为 0.29(衍射受限系统 MTF 的包围面积为 2),这样便可得到相位板参量约为 88.67,这时的非轴向斯特雷尔比约为 0.0692。通过图 7(a)可获得 PSF 的一致性信息。将相位板参量换算为实际相位板参量后,将其输入 Zemax,图 8(b)和(c)分别为  $\omega_{20} = 0$  及  $\omega_{20} = 5\lambda$  时所设计系统的 MTF 和 PSF,可见,PSF 峰值即非轴向斯特雷尔比接近于 0.0692,离焦量  $\omega_{20} = 5\lambda$  时,MTF 的包围面积计算后约下降了 81.43%,这些结果均与理论计算接近。

## 4 结 论

本文在利用无限孔径 PSF 代替有限孔径 PSF 的基础上,定量地分析了在规格化像面坐标中 PSF 的位置偏移量,其为以焦面为对称轴的抛物线族,与相位板参量  $\alpha$  成反比。并进一步提出了适用于波前编码系统的非轴向斯特雷尔比,并对不同相位板参量的非轴向斯特雷尔比展开了研究,结果认为其均

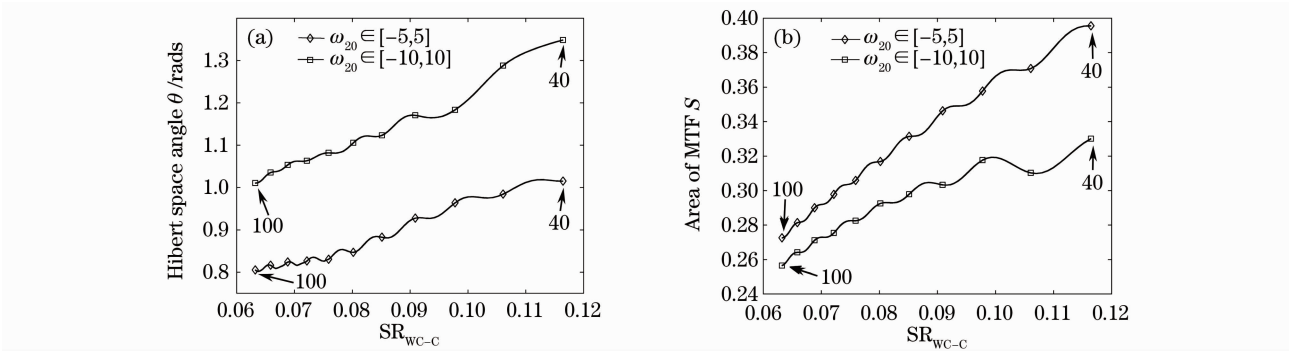


图 7 (a)非轴向斯特雷尔比与系统一致性关系,(b)非轴向斯特雷尔比与系统可恢复性关系  
Fig. 7 (a) Relation between the consistency of wavefront coding system and non-axis Strehl ratio, (b) the relation between the recoverability of wavefront coding systems and non-axis Strehl ratio

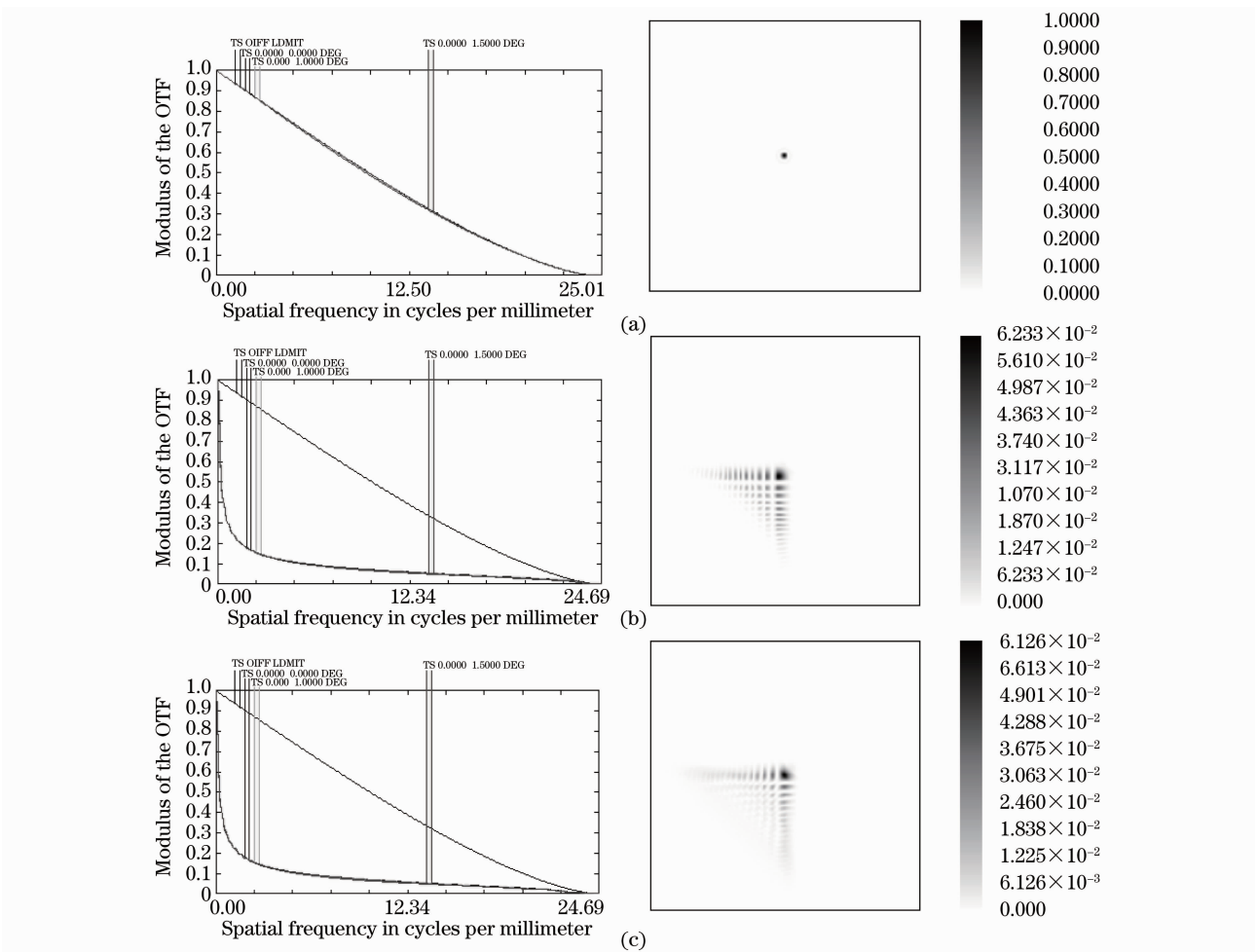


图 8 (a)衍射受限系统 MTF 和 PSF,(b)离焦量  $\omega_{20} = 0$  时波前编码系统 MTF 和 PSF, (c)离焦量  $\omega_{20} = 5\lambda$  时波前编码系统 MTF 和 PSF

Fig. 8 (a) MTF and PSF of incoherent diffraction-limited system, (b) MTF and PSF of wavefront coding system with defocus parameter  $\omega_{20} = 0$ , (c) MTF and PSF of wavefront coding system with defocus parameter  $\omega_{20} = 5\lambda$

值随相位板参量  $\alpha$  的增加而减小,波动幅度与  $\alpha$  成反比。另外,在较大离焦范围内研究了非轴向斯特雷尔比的变化特性,由此分析了波前编码系统 PSF 一致性和可恢复性之间的关系。最后,提出了基于非轴

向斯特雷尔比相位板参量的优化方法,该方法可得到相位板参量与波前编码系统一致性和可恢复性之间的定量关系。



## 参 考 文 献

- 1 E. R. Dowski, W. T. Cathey. Extended depth of field through wave-front coding[J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(11): 1859~1866
- 2 S. S. Sherif, W. T. Cathey, E. R. Dowski. Phase plate to extend the depth of field of incoherent hybrid imaging systems [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(13): 2709~2721
- 3 H. Zhao, Q. Li, H. J. Feng. Improved logarithmic phase mask to extend the depth of field of an incoherent imaging system[J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(11): 1171~1173
- 4 Qingguo Yang, Liren Liu, Jianfeng Sun. Optimized phase pupil masks for extended depth of field[J]. *Opt. Commun.*, 2007, **207**(1): 56~66
- 5 Hui Zhao, Yingcai Li. Optimized sinusoidal phase mask to extend the depth of field of an incoherent imaging system[J]. *Opt. Lett.*, 2010, **35**(2): 267~269
- 6 Qinxiao Liu, Tingyu Zhao, Yanping Chen *et al.*. Pupil design based on Fisher information optimization to extend field depth in practical optical system[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2010, **8**(2): 159~161
- 7 Zhou Feng, Ye Ran, Li Guangwei *et al.*. Image restoration in a wavefront coding imaging system with a wide field of view[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 388~393  
周峰, 叶然, 李光伟等. 大视场波前编码成像系统中的图像复原[J]. *光学学报*, 2010, **30**(2): 388~393
- 8 Zhao Tingyu, Zhang Wenzhi, Ye Zi *et al.*. Design of wavefront coding system based on evaluation function of Fisher information [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 1096~1101  
赵廷玉, 张文字, 叶子等. 应用费希尔信息量评价函数的波前编码系统设计[J]. *光学学报*, 2007, **27**(6): 1096~1101
- 9 G. Muyo, A. R. Harvey. Decomposition of the optical transfer function: wavefront coding imaging systems [J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(20): 2715~2717
- 10 Manjunath Somayaji, Marc P. Christensen. Enhancing form factor and light collection of multiplex imaging systems by using a cubic phase mask[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(13): 2911~2923
- 11 Qingguo Yang, Liren Liu, Jianfeng Sun *et al.*. Analysis of optical systems with extended depth of field using the wigner distribution function [J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(34): 8586~8595
- 12 Yang Qingguo, Liu Liren, Sun Jianfeng *et al.*. Property of wavefront coding imaging systems for extending the depth of field [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(12): 1807~1812  
阳庆国, 刘立人, 孙建锋等. 扩大景深的波前编码成像系统特性分析[J]. *光学学报*, 2006, **26**(12): 1807~1812
- 13 Chen Yanping, Zhang Wenzhi, Zhao Tingyu *et al.*. Imaging characteristics of wavefront coding systems within spatial domain [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1425~1429  
陈燕平, 张文字, 赵廷玉等. 波前编码系统成像特性的空间域分析[J]. *光学学报*, 2007, **27**(8): 1425~1429
- 14 M. A. Alonso, G. W. Forbes. Phase-space distributions for high-frequency fields[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, **17**(12): 2288~2300
- 15 Wenzhi Zhang, Zi Ye, Tingyu Zhao *et al.*. Point spread function characteristics analysis of the wavefront coding system[J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(4): 1543~1552