对相干态光场中非简并双光子 Jaynes-Cummings 模型的辐射谱和腔场谱

李悦科 张桂明 高云峰

(聊城大学传媒技术学院,山东 聊城 252059)

摘要 研究了二能级原子在高Q腔中与对相干态光场发生非简并双光子相互作用过程的辐射谱和腔场谱。给出 了弱初始场条件下辐射谱和腔场谱的数值计算结果,讨论了对相干态光谱结构的量子特性。研究结果表明,高Q 腔内对相干态光场的平均光子数和两模光场平均光子数之差对辐射谱的峰位和腔场谱的峰高影响较显著,而对辐 射谱的峰高和腔场谱的峰位影响不明显。固定两模平均光子数差,原子辐射谱可以在强初始场条件下出现"拉比 劈裂",这对于实验中测量拉比频率以及测量原子与腔场的相互作用强度具有重要价值。两模平均光子数差的改 变可以调制腔场谱结构。

关键词 量子光学;原子辐射谱;腔场谱;Jaynes-Cummings 模型;对相干态
 中图分类号 O431.2 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201131.0527002

Atomic Emission and Cavity Field Spectra for a Nondegenerate Two-Photon Jaynes-Cummings Model in the Presence of Pair-Coherent States

Li Yueke Zhang Guiming Gao Yunfeng

(School of Media and Communications Technology, Liaocheng University, Liaocheng, Shandong 252059, China)

Abstract The atomic emission and cavity field spectrum of an atom interacting with two-mode fields in the paircoherent states are investigated. The results for weak initial fields are presented. The spectral structure is discussed. It is found that the peak position of the atomic emission spectrum and the height of the cavity-field spectrum are both affected by the average photon number and the photon-number difference between the two modes sensitively. The effect of the two field intensity on the peak position of the cavity field spectrum and the height of the atomic emission spectrum are both not obvious. Fixing the photon difference of the two fields, the Rabi splitting will arise in atomic emission spectra with strong initial fields. This is useful in experiment for measurement of the Rabi frequency and the atom-field coupling constant. The cavity-field spectrum structure can be modulated by the photon-number difference of the two fields.

Key words quantum optics; atomic emission spectrum; cavity-field spectrum; Jaynes-Cummings (J-C) model; paircoherent states

OCIS codes 270.0270; 270.4180; 270.5580

1 引 言

1963年,Jaynes 等^[1]提出了一个用于表征单个理 想二能级原子与单模量子化光场之间发生单光子相互 作用过程的全量子化模型,即Jaynes-Cummings(J-C)模 型。由于 J-C 模型在电偶极近似和旋波近似下精确可 解,故能方便地讨论光场的统计性质,且揭示了真空场 拉比振荡^[2]的存在机理,因此,人们对标准 J-C 模型进行了广泛的研究,并发现了许多由于辐射场量子化所引起的物理效应^[3~5]。随着实验技术条件的不断改善, J-C 模型的许多量子特性得到了证实,人们对多种扩展的 J-C 模型进行了广泛的研究^[6~8]。1987 年,Brune 等^[9]成功实现了双光子脉塞,进一步激发了人们研究

基金项目:国家自然科学基金(10574060)、山东省自然科学基金(ZR2009AM019)和聊城大学自然科学研究基金(X09047)资助课题。

作者简介:李悦科(1966—),男,副教授,主要从事量子光学领域方面的研究。E-mail: liyueke @ lcu. edu. cn

收稿日期: 2010-10-08; 收到修改稿日期: 2011-01-23

双光子 J-C 模型的热情^[10~12]。

1977年,Eberly 等^[13]提出了瞬时物理谱的概 念,人们据此对高Q腔内原子与量子化光场相互作 用系统的辐射谱和腔场谱进行了大量的理论研究工 作:如单个(双个)二能级(三能级)原子与单模(双 模)量子化光场相互作用系统的辐射谱和腔场谱,结 果发现了诸如真空场拉比劈裂、量子拍频和原子粒 子布居数的崩塌-回复现象、光场的亚泊松光子统计 性质、光场的反聚束和压缩效应等一系列重要而有 趣的非经典现象^[14~19]。

1986年, Agarwal 依据 Malcuit 等^[20]的实验, 分析了基于非线性光学中光子的成对产生或淹没等 问题后,提出一种关联双模场态——对相干态,这种 非经典关联双模场态可用于研究与原子(离子)双光 子共振激发相关的系统。近年来,有关对相干态、对 相干态的非线性高阶压缩效应、q变形对相干态、动 相干态的非线性高阶压缩效应、q变形对相干态、激 发 对相干态及其叠加态的亚泊松光子统计和 Cauchy-Schuatz 不等式的破坏等非经典特性已经得 到了详细的研究,得到了许多有价值的成果^[21~27]。 本文主要讨论了原子与对相干态光场非简并双光子 相互作用系统的辐射谱和腔场谱的研究。

2 模型与理论推导

2.1 系统的本征解

在理想高 Q 腔内,考虑单个二能级原子与对相 干态光场组成的系统发生非简并双光子相互作用过 程,在旋波近似条件下,系统哈密顿量可表示为^[10] (取 *ħ*=1)

$$H = \sum_{i=1}^{2} \omega_{i} a_{i}^{+} a_{i} + \frac{1}{2} \omega_{0} \sigma_{z} + g(a_{1}^{+} a_{2}^{+} \sigma + \sigma^{+} a_{1} a_{2}),$$
(1)

式中 a_i^+ , a_i 分别为第i模光场光子的产生和湮灭算符, σ , σ^+ 和 σ_z 为原子的赝自旋算符,g为原子与光场的耦合常数, ω_i 为第i模腔场光子的中心频率, ω_0 为原子跃迁频率。

此时,系统的基矢可取为

$$\begin{cases} |\Psi_1^{m_l}\rangle = |+,n,n+q\rangle \\ |\Psi_2^{m_l}\rangle = |-,n+1,n+q+1\rangle \end{cases},$$
(2)

式中右边的三个量子数+(-),*n*和*q*分别表示原 子所处的能级,第 I模腔场中的光子数和第 II模比 第 I模腔场中多的光子数。

(1)式的本征方程为

$$\begin{cases}
H | \Phi_j^{nq} \rangle = E_j^n(q) | \Phi_j^{nq} \rangle \\
| \Phi_j^{nq} \rangle = \sum_{k=1}^2 C_{jk}^n(q) | \Psi_k^{nq} \rangle.
\end{cases}$$
(3)

在共振相互作用条件下($\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$),利用标 准方法可以求出本征值和本征态

$$E_{j}^{n}(q) = \omega_{1}(n+1) + \omega_{2}(n+q+1) + \frac{\omega_{0}}{2} + (-1)^{j+1}g \sqrt{(n+1)(n+q+1)}, (j = 1,2) \quad (4)$$

$$C_{11}^{n}(q) = C_{12}^{n}(q) = C_{21}^{n}(q) = -C_{22}^{n}(q) = 1/\sqrt{2}, \quad (n \ge 0) \quad (5)$$

2.2 系统的初态

本文讨论初始时刻原子处于激发态而两模光场 为对相干态的情况,即取

$$|\Psi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(q) |+, n, n+q\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(q) |\Psi_1^n\rangle,$$
(6)

式中

$$f_n(q) = N_q \zeta^n [n!(n+q)!]^{-1/2},$$
$$N_q^2 = |\zeta|^q / [n!(2|\zeta|)].$$

 $J_q(2 | \zeta|)$ 为第一类 q 阶虚宗量贝塞尔函数, $\zeta = rexp(i\phi)$ 为复参量, $r 和 \phi$ 分别是参量 ζ 的模和相位角, N_q 是归一化系数。

在相干态中,模 I 和模 Ⅱ 光场的平均光子数与 光场强度的复参量 ζ 和 q 间的关系分别为

$$\begin{cases} \bar{n}_{1} = J_{q+1}(2|\zeta|) |\zeta| / J_{q}(2|\zeta|) \\ \bar{n}_{2} = \bar{n}_{1} + q \end{cases}$$
(7)

2.3 系统的辐射谱

按照 Eberly 物理谱^[13]的定义,该系统的辐射 谱为

$$S(\omega) = 2\Gamma \int_{0}^{T} dt' \exp\left[-\left(\Gamma - i\omega\right)\left(T - t'\right)\right] \int_{0}^{T} dt \times \exp\left[-\left(\Gamma + i\omega\right)\left(T - t\right)\right] \langle \Psi(0) \left| \sigma^{+}\left(t'\right)\sigma(t) \right| \Psi(0) \rangle,$$
(8)

式中 Γ 为谱仪带宽,T为测量时间, $|\Phi(0)\rangle$ 是系统的初态。

经过一系列的推导演算得到辐射谱为

$$\begin{cases} S'(\omega) = 2\Gamma \sum_{n=0}^{\infty} \left[f_n(q) \sum_{m=1}^{2} | \sum_{j=1}^{2} R_{jm}^{nq} P_{jm}^{nq} |^2 \right] \\ R_{jm}^{nq} = C_{j1}^n(q) C_{j1}^n(q) C_{m2}^{n-1}(q) \\ P_{jm}^{nq} = \frac{\exp[i(\omega - E_{j}^{nq} + E_{m}^{(n-1)q})T] - \exp(-T\Gamma)}{\Gamma + i[\omega - E_{j}^{nq} + E_{m}^{(n-1)q}]} \end{cases}$$
(9)

利用(4),(5)和(9)式,就可以计算系统的辐射

谱(文中取 $T=20 g^{-1}, \Gamma=0.2 g$)。

2.4 系统的腔场谱

按照 Eberly 物理谱^[13]的定义,该系统的腔场 谱为

$$S(\omega) = 2\Gamma \int_{0}^{T} dt' \exp\left[-\left(\Gamma - i\omega\right)\left(T - t'\right)\right] \int_{0}^{T} dt \times \exp\left[-\left(\Gamma + i\omega\right)\left(T - t\right)\right] \Psi(0) \left|A^{+}\left(t'\right)A(t)\right| \Psi(0)\right),$$
(10)

$$\exists \oplus \Gamma \text{ big} \langle \mathcal{H} \, \widehat{\mathbb{g}}, T \text{ big} \oplus \operatorname{Hig} , A(t) = a_{1}(t) + C(t) = C(t)$$

 $a_2(t)$, $|\Psi(0)\rangle$ 为系统的初态。

由于光场态 $|\Phi_m^{(n-1)(q+1)}\rangle$ 中第 II 模光子数总是 比第 I 模多q+1个,而态 $|\Phi_m^{n(q-1)}\rangle$ 中第 II 模光子数 总是比第 I 模多q-1个,两类场态总是正交,所以 这种模型不存在两模腔场谱的量子干涉,系统的腔 场谱就是两模腔场谱的叠加^[16]。经过一系列的推 导得到腔场谱计算公式为

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega), \qquad (11)$$

式中

$$\begin{cases} S_{1}(\omega) = 2\Gamma \sum_{n=0}^{\infty} \left[f_{n}(q) \sum_{m=1}^{2} | \sum_{j=1}^{2} G_{jm}^{nq} Z_{jm}^{nq} |^{2} \right] \\ S_{2}(\omega) = 2\Gamma \sum_{n=0}^{\infty} \left[f_{n}(q) \sum_{m=1}^{2} | \sum_{j=1}^{2} F_{jm}^{nq} Y_{jm}^{nq} |^{2} \right], \\ G_{jm}^{nq} = \sum_{k=1}^{2} C_{j1}^{n}(q) C_{jk}^{n}(q) B_{1k}^{nq} C_{mk}^{n-1}(q+1) \end{cases}$$
(12)

式中

$$\begin{cases} Z_{jm}^{nq} = \frac{\exp\{i\{\omega - [E_{j}^{n}(q) - E_{m}^{n-1}(q+1)]\}T\} - \exp(-T\Gamma)}{\Gamma + i\{\omega - [E_{j}^{n}(q) - E_{m}^{n-1}(q+1)]\}} \\ F_{jm}^{nq} = \sum_{k=1}^{2} C_{j1}^{n}(q) C_{jk}^{n}(q) B_{2k}^{m} C_{mk}^{n}(q-1) \\ Y_{jm}^{nq} = \frac{\exp\{i\{\omega - [E_{j}^{n}(q) - E_{m}^{n}(q-1)]\}T\} - \exp(-T\Gamma)}{\Gamma + i\{\omega - [E_{j}^{n}(q) - E_{m}^{n}(q-1)]\}}, \end{cases}$$
(13)
$$B_{1k}^{nq} = \sqrt{n+k-1}, \\ B_{2k}^{nq} = \sqrt{n+q+k-1} \end{cases}$$

利用(4),(5)和(12)式,就可以计算系统的腔场谱。

3 结果与分析

3.1 系统的辐射谱

图 1 给出 q=2,第 I 模平均光子数 n 分别取 0.5,1,2,4 和 6 时系统辐射谱的数值计算结果。当 m=j=1(虱 2)时,辐射谱对应两条谱线相对高度 为 1/8,峰位在 $\omega_0 \pm [\sqrt{(n+1)(n+q+1)} - \sqrt{n(n+q)}]g$,随着平均光子数 n 的逐渐增大,对相 干态系统辐射谱中心两峰逐渐增强,中心两峰峰位 由 $\omega_0 \pm \sqrt{3}g$ 逐渐逼近 $\omega_0 \pm g$;当m+j=3时,辐射 谱对应两条谱线相对高度为 1/8,峰位为 $\omega_0 \pm [\sqrt{(n+1)(n+q+1)} + \sqrt{n(n+q)}]g$,峰位随着 n的增大而增大,边峰相对强度逐渐减弱,边峰数量逐 渐增加,边峰峰位逐渐远离中心频率。随着 n 的增大 n+q),原子辐射谱的两条中心谱线逐渐加强,其强 度远大于真空场拉比谱线的强度,其频率迅速接近 于真空场的拉比频率。由些可知,利用对相干态光 场可以在强初始场条件下测量系统的拉比频率,与 在真空场条件下测量拉比劈裂相比,这里对光子控 测器的灵敏度要求更低,在实验中测量原子与光相





0527002-3

互作用强度 g 更加方便。

图 2 给出第 I 模平均光子数 n=0.5,q分别取 0,1,2,4 和 6 时系统辐射谱的数值计算结果。如图 可知,q=0 时,两模光场平均光子数相等均为 0.5, 系统的辐射谱为中心峰强,边峰弱的对称 6 峰结构, 随着 q 的逐渐增大,辐射谱中心两峰逐渐减弱,紧靠 中心两峰的两条边峰逐渐增强,其余边峰的强度基 本不变;系统辐射谱的谱线间距逐渐加宽,峰位向远 离中心频率的方向偏移,谱线数量基本不变。进一 步的数值计算可知,当第 q较大时,系统的辐射谱演 化为对称双峰结构,峰位固定在 $\omega_0 \pm \sqrt{q+1g}$,但 强度逐渐减弱。



图 2 \bar{n} =0.5,q=0,1,2,4,6 时的原子辐射谱 Fig. 2 Atomic emission spectrum for \bar{n} =0.5, q= 0, 1, 2, 4, 6

3.2 系统的腔场谱

图 3 给出 q=2,第 I 模平均光子数 n 分别取 0.5,1,2,4 和 6 时系统腔场谱的数值计算结果。如 图可知,随着 n 的逐渐增大,系统腔场谱由 6 峰结构 演化为逐渐增强的 4 峰结构,峰位变化并不明显。



图 3 $q=2, \bar{n}=0.5, 1, 2, 4, 6$ 时系统的腔场谱 Fig. 3 Cavity-field spectra of the system q=2, $\bar{n}=0.5, 1, 2, 4, 6$

当 m = j 时,第 II 模对应的两条谱线高度为 $\sqrt{n+1+q} + \sqrt{n+q}$,峰位在 $\omega_2 \pm \sqrt{q+1}g = \omega_2 \pm g$ 之间变化;第 I 模对应的两条谱线高度为 $\sqrt{n+1} + \sqrt{n}$,峰位在 $\omega_1 \pm (\sqrt{q+1} - \sqrt{q})g = \omega_1 \pm g/2$ 之间变 化。m+j = 3 时,第 II 模腔场谱对应的两条边峰谱线 相对高度为 $\sqrt{n+1+q} - \sqrt{n+q}$,峰位为 $\omega_2 \pm [\sqrt{(1+n)(1+n+q)} + \sqrt{n(n+q)}]g$,随着 n 的增大,峰高收敛于 0,峰位发散于 $\omega_2 \pm 2ng$,所以边峰很快消失;第 I 模腔场谱对应的两条谱线相对高度为 $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$,峰位为 $\omega_1 \pm [\sqrt{(1+n)(n+q+1)} + \sqrt{(1+n)(n+q)}]g$,随着 n 的增大,峰高趋于 0,峰位发散于 $\omega_2 \pm 2(n+1)g$ 。

进一步的数值计算可知,随着第 I 模平均光子数 \overline{n} 的逐渐增加,第 I 模的峰位渐渐逼近于 $\omega_1 \pm g/2$,第 II 模的峰位渐渐逼近 $\omega_2 \pm g$,每一模腔场谱都呈现出对称双峰结构,这与两模光场都处于相干态的情况相同^[15]。

图 4 给出第 I 模平均光子数 n=0.5,q分别取 0,1,2,4 和 6 时系统腔场谱的数值计算结果。如图 可知,随着 q从 0 逐渐增大,第 II 模腔场谱逐渐增 强,对称的双峰结构保持不变,峰间距略有减小,峰 位渐渐逼近 $\omega_2 \pm g/2$;第 I 模腔场谱由对称双峰结 构逐渐演化为对称 4 峰结构,中心两峰峰位渐渐逼 近 $\omega_1 \pm g$ 。在第 I 模初始场较弱的情况下,第 II 模 光强(即 q)的增加会明显地调制第 I 模腔场谱的结 构,与两模均处于相干态的情况明显不同^[15],这是 对相干态光场两模之间的强相互关联特性在腔场谱 中的表现。



图 4 $\bar{n}=0.5, q=0,1,2,4,6$ 时系统的腔场谱 Fig. 4 Cavity-field spectra of the system for $\bar{n}=0.5$, q=0, 1, 2, 4, 6

4 结 论

研究了对相干态光场与单个二能级原子在高 Q腔中发生非简并双光子相互作用过程的辐射谱和腔 场谱。研究发现,对相干态光场的第 I 模平均光子 数 n 和两模平均光子数之差 q 对原子辐射谱的峰位 和腔场谱的峰高有较显著的影响。对于辐射谱,随着 n 和q 的增大,谱线强度基本不变,当m = j时,对应 谱线峰位逐渐收敛于 $\omega_0 \pm g$;当m + j = 3时,对应 谱线峰位以 ω_0 为中心向两侧发散。固定两模平均光 子数差,随着两模初始光强的增加,原子辐射谱的边 带逐渐减弱以至消失,位于裸原子跃迁频率两侧的 两条中心谱线频率迅速接近于真空场的拉比频率, 谱线强度逐渐加强。利用对相干态光场可以在强初 始场条件下测量系统的拉比频率,将使得腔量子电 动力学实验中测量原子与光相互作用强度g更加方 便。对于腔场谱,随着 n 和 q 的增大,m = j时,对应 谱线峰位逐渐收敛于 $\omega_1 \pm g/2$ 和 $\omega_2 \pm g/2$,其谱线 峰高发散于 $2\sqrt{n}$ 和 $2\sqrt{n+q}$; 当m+j = 3时,对应 谱线峰位以 ω_1 和 ω_2 为中心向两侧发散,但其峰高收 敛于无穷小,因此n和q对腔场谱的谱线峰位影响 较小。在第 I 模初始场较弱的情况下,第 II 模光强 的增加会明显地调制第 I 模腔场谱的结构,两模腔 场谱之间表现出较强的相互关联。

参考文献

- E. T. Jaynes, F. W. Cummings. Comparison of quantum and semi-classical radiation theories with application to the beam maser [J]. *Proc. IEEE*, 1963, **51**(1): 89~109
- 2 A. Joshi, R. R. Puri. Characteristics of Rabi oscillations in the two-mode squeezed state of the field [J]. *Phys. Rev. A*, 1990, 42(7): 4336~4342
- 3 F. L. Li, S. Y. Gao. Controlling nonclassical properties of the Jaynes-Cummings model by an external coherent field [J]. *Phys. Rev.* A, 2000, 62(4): 043809-1~6
- 4 F. L. Li, S. Y. Gao, Y. T. Zhao. Atomic emission and cavity field spectra of the Jaynes-Cummings model [J]. *Chin. Phys.*, 2003, **12**(8): 872~878
- 5 Li Yueke, Zhang Guiming, Gao Yunfeng. Cavity field spectrum of Jaynes-Cummings modal and measurement of field qubit [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(4): 1184~1187 李悦科,张桂明,高云峰. J-C 模型腔场谱与光场量子比特的探测[J]. 光学学报,2010, **30**(4): 1184~1187
- 6 D. A. Cardimona, V. Kovanis, M. P. Sharma *et al.*. Quantum collapses and revivals in a nonlinear Jaynes-Cummings model [J]. *Phys. Rev. A*, 1991, **43**(7): 3710~3723
- 7 Y. P. Yang, J. P. Xu, G. X. Li *et al.*. Interactions of a twolevel atom and a field with a time-varying frequency [J]. *Phys. Rev.* A, 2004, 69(5): 053406-1~6
- 8 Cai Xunming, Fan Menghui. The entanglement of two atoms in a coherent field of time-varying frequenry[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(9): 2570~2576 蔡勋明,范梦慧.频率变化的相干态光场中两原子纠缠演化[J]. 光学学报, 2009, 29(9): 2570~2576
- 9 M. Brune, J. M. Raimond, P. Goy et al., Realization of a twophoton maser oscillator [J]. Phys. Rev. Lett., 1987, 59(17): 1899~1902
- 10 A. Messina, S. Maniscalco, A. Napoli. Interaction of bimodal fields with few-level atoms in cavities and traps[J]. J. Mod. Opt., 2003, 50(1): 1~49
- 11 E. K. Bashkirov , M. S. Rusakova. Atom-field entanglement in two-atom Jaynes-Cummings model with nondegenerate twophoton transitions [J]. Opt. Commun., 2008, 281 (17): 4380~4386
- 12 Li Yueke, Zhang Guiming, Gao Yunfeng. Quantum interference in the cavity field spectra of nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model [J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59 (3):

 $1786 \sim 1790$

- 李悦科,张桂明,高云峰. 非简并双光子 Jaynes-Cummings 模型 腔场谱中的量子干涉[J]. 物理学报,2010,**59**(3):1786~1790
- 13 J. H. Eberly, K. Wodkiewicz. The time-dependent physical spectrum of light [J]. J. Opt. Soc. Am., 1977, 67 (9): 1252~1261
- 14 Feng Jian, Song Tongqiang, Wang Wenzheng et al.. Raman interaction of a pair of two-level atoms with two-mode cavity fields[J]. Acta Optica Sinica, 1994, 14(12): 1272~1276
 冯 健, 宋同强, 王文正等. 两个双能级原子与双模腔场的拉曼 相互作用[J]. 光学学报, 1994, 14(12): 1272~1276
- 15 M. M. Ashraf. Cavity field spectra of the nondegenerate twophoton Jaynes-Cummings model [J]. *Phys. Rev. A*, 1994, 50(6): 5116~5121
- 16 Gao Yunfeng, Feng Jian, Song Tongqiang *et al.*. Cavity field spectra of two-atom in a cavity with two-mode radiation field[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(9): 1194~1120 高云峰, 冯 健, 宋同强. "两原子-双模腔场"系统的腔场谱[J]. 光学学报, 2000, **20**(9): 1194~1200
- 17 Zhang Guoshun, Cao Zhuoliang. Emission spectrum of Λ-type three-level atom with two-mode entangled coherent states cavity fields[J]. Acta Optica Sinica, 2008, **28**(8): 1611~1617 章国顺,曹卓良. 纠缠相干态光场驱动下 Λ-型三能级原子的辐射谱[J]. 光学学报, 2008, **28**(8): 1611~1617
- 18 Li Yueke, Zhang Guiming, Gao Yunfeng. Cavity-field spectra of two nonidentical atoms interacting with single-mode quantized radiation field[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(8): 1131~1135 李悦科,张桂明,高云峰. 非等同两原子与光场相互作用系统的 腔场谱[J]. 光学学报, 2005, 25(8): 1131~1135
- 19 Zhou Qingcun, Zhu Shining, Ming Naiben. Emission and cavityfield spectra in a cascade three-level system interacting with a single-mode field[J]. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., 2005, 38(23): 4309~4320
- 20 G. S. Agarwal. Generation of pair coherent states and squeezing via the competition of four-wave mixing and amplified spontaneous emission [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **57**(7): 827~830
- 21 E. M. Khalil. Generation and some nonclassical properties of a nonlinear finite-dimensional pair coherent state [J]. J. Phys. A: Math. Gen., 2006, 39(35): 11053~11064
- 22 D. Popov, V. Sajfert. Pair-coherent states of the pseudoharmonic oscillator[J]. Phys. Scr., 2009, T135: 014008-1~4
- 23 Zheng Shibiao, Guo Guangcan. Generation of pair and bi-pair coherent states[J]. Z. Phys. B, 1997, 104: 311~313
- 24 Song Tongqiang, Zhu Yuejin. Nonlinear effects of the nonlinear pair coherent state [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(8): 906~909 宋同强,诸跃进. 非线性孪对相干态的光子统计性质[J]. 光学

米同强, 诸跃进. 非线性学对相十态的光子统计性质[J]. 光字 学报, 2003, **23**(8): 906~909

- 25 Meng Xiangguo, Wang Jisuo, Liang Baolong. Wigner functions and tomogram functions of even and odd pair coherent states[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(3): 549~555 孟祥国,王继锁,梁宝龙.奇偶对相干态的维格纳函数和层析图 函数[J]. 光学学报, 2008, **28**(3): 549~555
- 26 Chen Zihong, Liao Changgeng, Luo Chengli. Nonclassical properties in the resonant interaction of a three level Λ-type atom with pair coherent states[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(9): 6152~6158

陈子翃,廖长庚,罗成立. Λ型三能级原子与对相干态光场共振 作用中的非经典性质[J].物理学报,2010,**59**(9):6152~6158

27 Zheng Xiaolan, Chen Zihong. Nonclassical properties of fields in pair coherent states interacting with two two-level atoms [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(10): 3054~3058
郑小兰,陈子翃. 对相干态与原子作用后非经典性质的演化[J]. 光学学报, 2010, 30(10): 3054~3058