

# 基于光栅多缝衍射的转角法测量微透镜焦距

朱咸昌 曹学东 吴时彬 张 鹏

(中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209)

**摘要** 介绍了一种利用光栅的多缝衍射分光代替传统转角法的角度测量的微透镜焦距测量方法。平行光入射通过光栅后,由于光栅的衍射效应,在光栅后面将形成各级衍射光。通过测量光栅多缝衍射的 $\pm 1$ 级光斑和0级光斑的中心距,且由于光栅多缝衍射原理 $\pm 1$ 级和0级衍射光间的转角由光栅周期和测量光源的波长决定,可通过转角法测量焦距原理完成对微透镜焦距的测量。由于转角由系统参数决定,同时利用图像清晰度函数对光斑进行定焦,分析实验结果表明该方法用于微透镜焦距测量具有较高的测量精度。由于该方法具有较高的测量效率和测量精度,同时可用于阵列数较多的复眼透镜的焦距测量。

**关键词** 光栅;焦距测量;转角法;微透镜

**中图分类号** O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0523001

## Focal Length Measurement of Microlens by Rotation Method Based on Grating Multislit Diffraction

Zhu Xianchang Cao Xuedong Wu Shibin Zhang Peng

(Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China)

**Abstract** A new method of microlens focal length measurement by rotation method based on grating diffraction is introduced. When parallel rays travel through the grating, various angle-order diffracted rays will appear behind the grating because of grating diffraction. According to the grating equation, the angle between the  $\pm 1$  st-order and the 0-order diffracted rays is determined by grating period and testing wavelength. Taking a camera nearby the focus of microlens to get the picture one by one, from clarity function of the picture, the focus position will be decided. In addition, the distance of the  $+1$  st-order and the 0-order spot center can be tested from the picture. With the angle and spot central distance between the  $\pm 1$  st-order and the 0-order, the focal length can be measured. The measurement result shows that this method has a good precision for focal length measurement of microlens. And because of its high efficiency, this method can also be used for focal length of microlens array measurement.

**Key words** gratings; focal-length measurement; rotation method; microlens

**OCIS codes** 230.1950; 230.3990; 110.0180

## 1 引 言

随着微光学的发展,基于标量衍射理论设计的微透镜由于其自身衍射效率高,工作波段宽,微型化程度高等优点广泛应用于光通信、光耦合领域<sup>[1]</sup>。尤其是微透镜阵列元件的广泛应用和微细加工工艺的提高,使微透镜及其阵列元件的光学测试成为研

究的热点。焦距作为微透镜及其阵列元件的重要参数,其精确测量将直接影响微透镜光学系统的性能,常见的测量微透镜焦距的方法有:转角法<sup>[2]</sup>、剪切干涉法<sup>[3,4]</sup>、放大率测量法<sup>[5]</sup>、焦距仪测量法<sup>[6]</sup>和哈特曼波前传感器测量法<sup>[7]</sup>等。

对于相对口径较小的微透镜及其阵列元件,其

**收稿日期**: 2010-08-20; **收到修改稿日期**: 2010-11-09

**基金项目**: 国家自然科学基金(11074251)资助课题。

**作者简介**: 朱咸昌(1987—),男,博士研究生,主要从事测试计量技术与仪器方面的研究。

E-mail: zhuxianchang@126.com

**导师简介**: 曹学东(1970—),男,研究员级高级工程师,主要从事测试计量技术与仪器方面的研究。

E-mail: cxd@ioe.ac.cn

焦深较大,用上述各种测量方案<sup>[2~11]</sup>不易对微透镜的焦距进行精密测量。在光栅加工技术日益成熟及光栅衍射效率日益提高的基础上<sup>[12~15]</sup>,本文利用光栅多缝衍射原理,结合清晰度函数的定焦原理,对相对口径小的微透镜焦距进行精确测量,实验表明这一方法对相对口径较小的微透镜焦距具有较高的测量精度。

## 2 测量原理

### 2.1 光栅多缝衍射测量原理

传统的转角法测量透镜的焦距需要转动光管或透镜改变入射光角度,而且一般需要两次测量确定光斑的移动量。由于受到机械转动装置和测角装置的影响,不能满足相对口径小的微透镜焦距的精密测量。为提高转角法测量微透镜焦距的测量精度,利用光栅多缝衍射的原理,计算光栅的0级和+1级衍射光的角度<sup>[2]</sup>,结合 Matlab 图像处理知识确定各级衍射光的中心距,从而完成对微透镜焦距的测量,如图1所示。

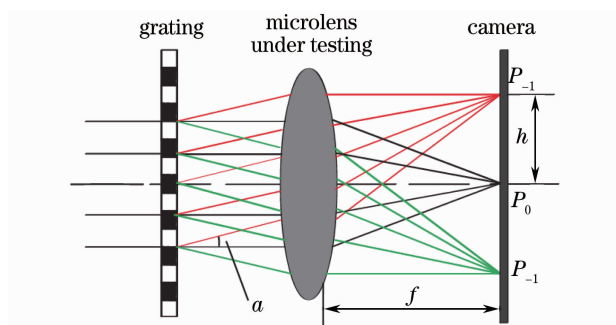


图1 光栅衍射测量原理图

Fig. 1 Principle of measurement system with grating diffraction

根据夫琅禾费衍射公式,平行光通过光栅后,光栅后各点的光强由单缝衍射和多缝干涉两个因子决定。设光栅的周期为  $d$ ,缝宽为  $b$ ,接受屏的坐标轴设定为  $z$  轴沿光轴方向, $y$  轴沿光栅刻线方向(垂直图像面), $x$  轴垂直光栅刻线方向,则由单缝衍射在任意点  $P_1(x,y)$  处产生的光强为

$$E = E_0 \frac{\sin \beta}{\beta}, \quad (1)$$

式中  $\beta = \frac{kb}{2} \sin a$ ,  $E_0$  为轴上点  $P_0$  的复振幅。相邻两缝对轴外任意点  $P_1$  的作用相当于两个单缝衍射光在  $P_1$  点的干涉,由于相邻两缝对点  $P_1$  的光程差  $\Delta = d \sin a$ ,相位差为  $\delta = 2\pi \frac{d \sin a}{\lambda}$ ,两单缝衍射的

合成光强为

$$E = E_0 \frac{\sin \beta}{\beta} + E_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \exp(i\delta). \quad (2)$$

则对于  $N$  缝衍射分析,点  $P_1$  的光强可看成是  $N$  个单缝的衍射光干涉的结果,其合成复振幅为

$$E = E_0 \frac{\sin \beta}{\beta} + E_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \exp(i\delta) + \dots + E_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \exp[i(N-1)\delta] = E_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \frac{\sin\left(N \frac{\delta}{2}\right)}{\sin \frac{\delta}{2}} \exp[i(N-1)\delta], \quad (3)$$

因此  $P_1$  点的光强为<sup>[16]</sup>

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2 \left[\frac{\sin\left(N \frac{\delta}{2}\right)}{\sin \frac{\delta}{2}}\right]^2. \quad (4)$$

当满足  $d \sin a = m\lambda$  时,(4)式出现极大值。图1中, $m = 0$  时,轴上点  $P_0$  为0级极大值点位置; $m = 1$  时,轴上点  $P_1$  为+1级极大值点位置。显然被测微透镜的焦距计算公式为

$$f' = h / \tan a \approx h \frac{d}{\lambda}, \quad (5)$$

式中  $f'$  为被测微透镜的焦距; $h$  为0级和+1级衍射光斑的中心距; $a$  为光栅的+1级衍射角, $a$  满足光栅方程  $d \sin a = \lambda$ 。

利用光栅测量相比较传统的转角测量方法,由于通过光栅周期和测量光源的波长直接计算转角,无需转动光管或透镜,测量效率和精度大大提高,但光栅参数(主要是光栅周期和占空比)将影响测量结果,需要对光栅参数产生的影响进行分析。

光栅周期直接决定衍射角  $a$  大小,因此测量前需要对使用的光栅周期进行测量。由于现代微细加工技术的提高,测量过程中使用的光栅周期较大(一般为  $20 \sim 50 \mu\text{m}$ ),光栅周期误差较小,一般可控制在  $0.5\%$  范围内。

光栅的占空比主要影响  $\pm 1$  级衍射光的衍射效率,根据(4)式分析可得出普通郎奇光栅(占空比  $50\%$ )  $\pm 1$  级衍射光的相对强度:

$$n_1 = \frac{I_1}{I_0} = \left(\frac{\sin \alpha_1}{\alpha_1}\right)^2 = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2} = \frac{4}{\pi^2} = 0.41. \quad (6)$$

即1级衍射光强为0级光的  $41\%$ ,由于微透镜焦距测量只需测量出两个衍射光斑中心距,所以1级和

0 级光斑的光强有差异对 CCD 测量结果影响较小,分析表明利用光栅多缝衍射测量微透镜焦距是可行的。

## 2.2 测量误差分析

由焦距计算公式(5)式可知,焦距的测量主要由光栅周期、测量波长和光斑中心距这三个参数决定。因采用 He-Ne 激光器作为光源进行测量,激光波长基本保持在 632.8 nm 不变,所以实验的测量误差主要来源于两个方面:测量光栅周期误差和光斑中心距测量误差。

### 2.2.1 光栅周期误差 $\Delta f_d$

光栅周期变化会导致光栅的衍射角发生变化,产生测量误差。由测量原理的计算公式(5)式计算光栅的周期误差为

$$\Delta f_d = \frac{\partial f}{\partial d} \Delta d = h \Delta d / \lambda, \quad (7)$$

式中  $\Delta d$  为光栅变化值,  $\lambda$  为测量波长,  $h$  为两光斑的中心距。由于使用的光栅周期大,其相对误差较小,一般较容易控制在 0.4% 范围内。

### 2.2.2 光斑中心距测量误差 $\Delta f_h$

由焦距测量计算公式(5)式可分析得出

$$\Delta f_h = \frac{\partial f}{\partial h} \Delta h = d \Delta h / \lambda. \quad (8)$$

CCD 测量的中心距误差不超过 1 pixel,一般使用的 CCD 相机视场为 500 pixel  $\times$  700 pixel,选取合适的光栅,则中心距测量相对误差为 0.25%。

将上述的两类误差合成,得出利用该方法进行焦距测量的相对误差为 0.47%,理论分析表明,利用光栅多缝衍射结合清晰度函数定焦,对微透镜焦距测量具有较高的测量精度。

## 2.3 定焦方法

由于微透镜相对口径很小,焦深较大,需要对微透镜进行精确定焦测量。本文利用图像清晰度评价函数对在焦面附近采集的图像进行处理,找出清晰度函数确定的最佳成像位置即完成对微透镜的精确定焦<sup>[5]</sup>。

主要比较灰度平均值函数、灰度方差函数这两类灰度变化函数和灰度差分绝对值函数、Roberts 梯度能量函数这两类梯度能量函数,通过对在焦面附近采集的同一组图像进行处理比较它们在测量过程中的优劣。

结合理论和实验分析比较,选取灵敏度高、实验重复性好、计算量少的 Roberts 梯度能量函数作为最终的清晰度评价函数。

Roberts 梯度函数定义为<sup>[5]</sup>

$$G(i) = \max \sum_x \sum_y \{ \text{abs}[f(x, y) - f(x + 1, y)] + \text{abs}[f(x, y) - f(x, y + 1)] \}, \quad (9)$$

式中  $f(x, y)$  对应点  $(x, y)$  处的灰度值;  $G(i)$  为焦面附近采集的第  $i$  幅图像对应的 Roberts 梯度函数值;  $\text{abs}()$  为取绝对值函数。

根据理论分析,越接近焦面能量越集中,所以 Roberts 梯度函数的最大值对应的图像位置即为微透镜焦面位置。

## 3 测量结果与分析

实验对口径为 1 mm 微透镜进行测量,利用光栅测长仪控制 CCD 在焦面附近以 0.25 mm 步距进行测量,实验测量系统如图 2 所示。

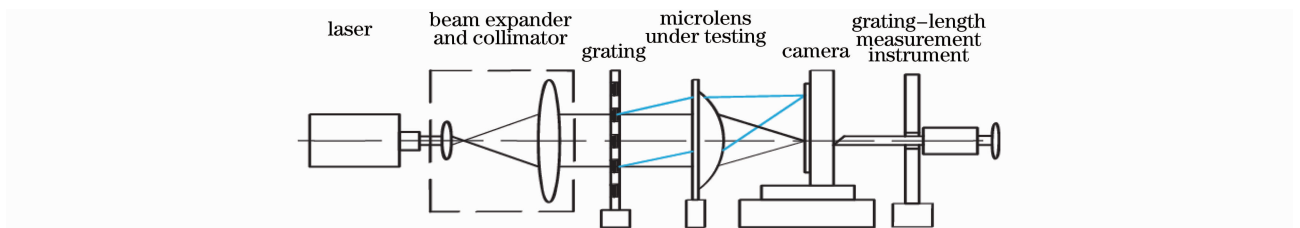


图 2 测量系统简图

Fig. 2 Measurement system of focal length of microlens

将 CCD 置于三维调整架上,沿着光轴方向移动,在微透镜焦面附近依次采集图像。由光栅的衍射原理,  $\pm 1$  级光中心点的光强一般只有 0 级光中心点的 41%,实际测量时考虑微透镜的衍射效应,0 级光斑可能与 1 级光斑重合,根据衍射光学系统分辨本领即瑞利判据<sup>[16]</sup>:当一个点物的衍射图样的

中央极大值与近旁另一个点物衍射图样的第一个极小值重合,认为此时系统恰好可以分辨开两个点物。由于光斑的距离由光栅衍射角确定,在检测光源波长一定的情况下,合理选择光栅周期即可将两光斑分开完成测量,分析光栅周期应满足

$$d \leq \frac{D}{1.22}, \quad (10)$$

式中  $D$  为被测微透镜的口径。

为确定实验重复性,一共采集 4 组数据进行分析,利用 Matlab 编程处理,以梯度函数值为纵坐标,

采集的图像依次编号为横坐标,绘制 Roberts 梯度函数如图 3 所示。

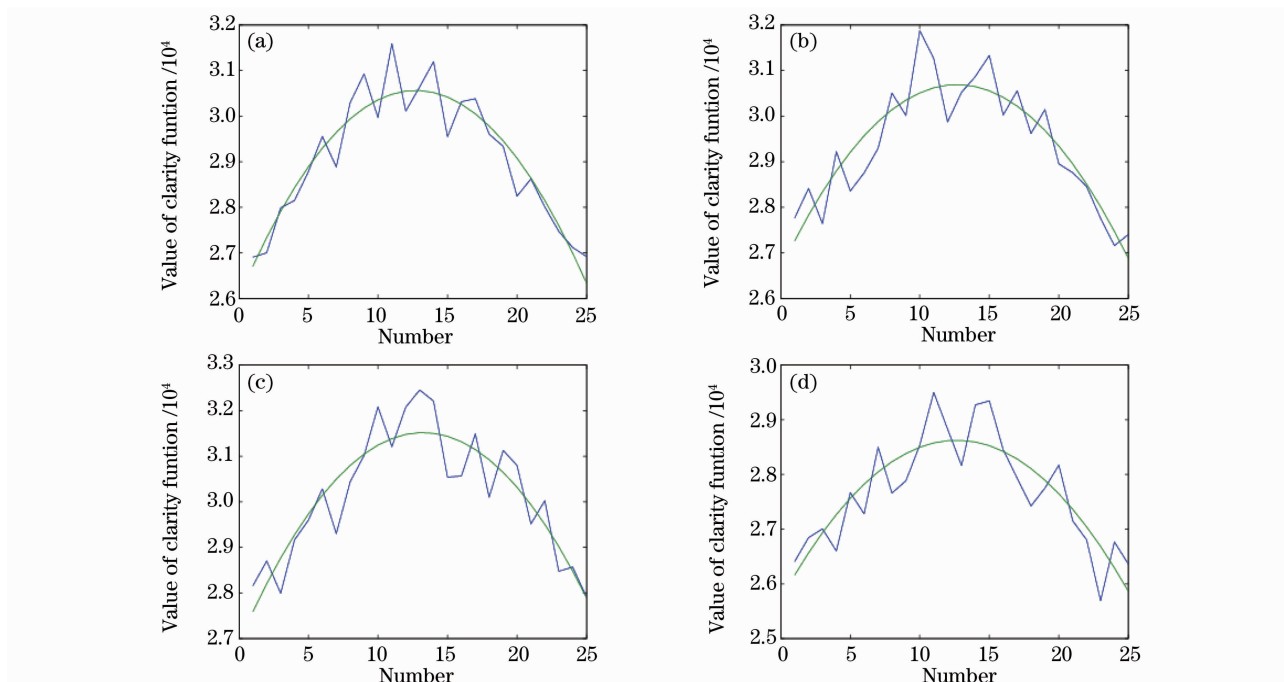


图 3 图像清晰度函数定焦曲线。(a)第一组,(b)第二组,(c)第三组,(d)第四组数据

Fig. 3 Focus of image decision focus decided curve of image clarity fuonctions functions. (a) first group, (b) second group, (c) third group, (d) fourth group

由于清晰度函数定焦曲线不是圆滑的曲线,故采用二次曲线对其进行拟合。分析 4 组采集的图像数据知,利用清晰度函数进行定焦得出的微透镜焦面图像均为编号 13 的图像,显然利用清晰度函数进行定焦其定焦误差不超过  $\pm 0.25$  mm。如果想进一步提高定焦精度,可减小步距进行测量,但采集的图像将增大使得数据处理量增大,影响测量效率。综合考虑由于相对定焦误差小于 0.33%,满足一般焦距测量定焦精度低于 1% 的要求,故本次实验采用 0.25 mm 步距进行测量。

完成对微透镜进行定焦测量后,根据清晰度函数所确定的焦面位置,提取相关的图像进行分析处理。利用 Matlab 函数寻找两个光斑的质心,计算出光斑的中心距,各组测量的结果如表 1 所示。

表 1 各组测量结果

Table 1 Results of four group measurements

Number	Focal position	Distance / mm	Diffraction angle	Focal length /mm
1	13	1.234	$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$	75.078
2	13	1.234		75.055
3	13	1.233		75.042
4	13	1.234		75.058

分析表 1 中数据,显然利用清晰度函数进行定焦测量具有极高的实验重复性,即实验测量的随机误差很小。4 次测量的焦距平均值为 75.058 mm,标准差为 0.015 mm,结合步距测量误差 0.25 mm 算出微透镜焦距定焦误差 ( $\Delta f_{fd}$ ) 为 0.35%,对所用的光栅周期进行测量的光栅周期误差为 0.4%,光斑中心距的测量误差为 0.2%。由误差合成公式可计算出最终测量误差为 0.57%,满足微透镜焦距的精密测量要求。误差合成公式为

$$\Delta f = \sqrt{\Delta f_d^2 + \Delta f_h^2 + \Delta f_{fd}^2}. \quad (11)$$

相比较传统的转角法测焦距的方法:转台的转角误差约为  $\pm 2''$ ,测量上述规格的微透镜其测角误差为 0.07%;人眼极限分辨率为  $1'$ ,显微物镜放大率为 4 倍,根据图 4 计算定焦误差。

图 4 中  $a_e$  为人眼极限分辨率, $D_e$  为眼瞳直径,假定眼瞳距离显微物镜距离为 10 mm,计算微透镜的调焦误差为 0.87 mm (1.16%);利用夹线对准确定光斑位置(分辨率为  $10''$ ),可得两光斑中心距测量为 0.4%。合成各个测量误差:传统转角法对微透镜焦距测量精度为 1.23%,相比较光栅法测量精度偏低。

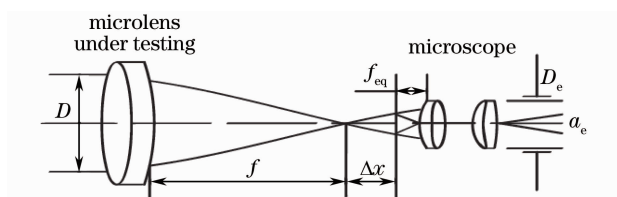


图4 显微镜调焦误差

Fig. 4 Focal-length testing error by microscope

综合考虑测量成本、效率,利用光栅测量操作简单,具有较高的测量精度;同时,由于该方法测量效率较高,可用于单元数多的微透镜阵列(复眼透镜)焦距测量。

## 4 结 论

利用光栅多缝衍射的原理,结合转角法测量焦距的方法,通过图像清晰度函数的精确定焦,提出了一种测量相对口径小的微透镜焦距的方法。从理论上分析了测量的误差来源和最终的测量精度,并搭建实验平台进行验证。结合多组实验测量结果证明,利用该方案对微透镜焦距进行测量时,实验的随机误差很小。实验结果表明,相比较传统的转角法测量,利用该方法对微透镜焦距进行测量具有较高的测量精度和测量效率。

## 参 考 文 献

- Zhan Zhenxian, Wang Keyi, Yao Haitao *et al.*. Study on curing control and focal spot measurement of aspherical liquid microlens [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(11): 3212~3216
- 詹珍贤, 王克逸, 姚海涛等. 非球面液滴微透镜固化控制和焦斑测量研究[J]. *光学学报*, 2009, **29**(11): 3212~3216
- B. J. DeBoo, J. M. Sasian. Novel method for precise focal length measurement [C]. *International Optical Design Conference*, 2002. 114~121
- F. Lei, L. K. Dang. Measuring of the focal length of optical system by grating shearing interferometry [J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(28): 6603~6608
- F. Lei, L. K. Dang. Measurement of the numerical aperture and f-number of a lens system by using a phase grating [J]. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(28): 5689~5691
- Zhang Peng, Cao Xuedong, Wu Shibin *et al.*. The application of image processing technology for the measurement of micro-lens array focus [J]. *Electronic Instrumentation Customer*, 2008, (5): 15~16

- 张鹏, 曹学东, 吴时彬等. 基于图像测量技术的微透镜定焦方法研究 [J]. *仪器仪表用户*, 2008, (5): 15~16
- Zhang Yuhong, Liu Baoyuan. Testing of optical preparation of microlens array [J]. *Science and Technology of West China*, 2008, **27**(7): 14~16
- 张玉虹, 刘宝元. 聚合物微透镜阵列的光学性能测试 [J]. *中国西部科技*, 2008, **27**(7): 14~16
- D. R. Neal, J. Copland, D. A. Neal *et al.*. Measurement of lens focal length using multi-curvature analysis of Shack-Hartmann wavefront data [J]. *Current Development in Lens Design and Optical Engineering*, 2004, **5523**: 243~255
- Shuai Zhao, Jacky Fungwen, Po Sheunchung. Simple focal-length measurement technique with a circular dammann grating [J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(1): 44~49
- Y. P. Kumar, S. Chatterjee. Technique for the focal-length measurement of positive lenses using Fizeau interferometry [J]. *Appl. Opt.*, 2009, **48**(4): 730~736
- A. A. Camacho, P. C. Solano, M. Cywiak *et al.*. Method for the determination of the focal length of a microlens [J]. *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers*, 2000, **39**(8): 2149~2152
- A. Anand, V. K. Chhaniwal. Measurement of parameter of simple lenses using digital holographic interferometry and a synthetic reference wave [J]. *Appl. Opt.*, 2008, **46**(11): 2022~2026
- Zhen Guangwei, Liu Li, He Yanlan. Diffraction properties of ultra-short pulsed Gaussian laser beam by transmission volume grating [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(1): 126~131
- 郑光威, 刘莉, 何焰蓝. 透射型体光栅对超短脉冲高斯光束衍射特性研究 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(1): 126~131
- Ma Haotong, Xi Fengjie, Zhou Pu *et al.*. Measurement of  $M^2$  factor of 1064 nm pulsed laser based on crossed defocus gratings [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(3): 821~826
- 马浩统, 习锋杰, 周朴等. 基于正交散焦光栅的 1064nm 脉冲激光  $M^2$  因子测量 [J]. *光学学报*, 2010, **30**(3): 821~826
- Yan Bin, Yuan Weizheng, Yu Yiting *et al.*. Fabrication and experiment investigation of diffraction characteristics for a pitch-tunable grating based on SOG process [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3128~3132
- 燕斌, 苑伟政, 虞益挺等. 一种新型 SOG 周期可调光栅的制作及其衍射效率测试 [J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3128~3132
- Li Yigui, Shan Shanjin. Fabrication of high aspect ratio sun-micron grating on PMMA plate based on synchrony radiation lithography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1451~1454
- 李以贵, 杉山进. 用同步辐射光刻直接在有机玻璃板上制备高深宽比亚微米级光栅 [J]. *光学学报*, 2010, **30**(5): 1451~1454
- Liang Quanting. *Physical Optics* [M]. Beijing: China Machine Press, 1980. 136~137
- 梁铨廷. *物理光学* [M]. 北京: 机械工业出版社, 1980. 136~137