

# 渐进多焦点眼用镜片的平均曲率流优化设计

唐运海<sup>1,2</sup> 吴泉英<sup>1</sup> 钱霖<sup>2</sup> 刘琳<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>苏州科技学院数理学院, 江苏 苏州 215009  
<sup>2</sup>苏州大学物理科学与技术学院, 江苏 苏州 215006)

**摘要** 阐述平均曲率流原理,提出一种利用平均曲率流对初始设计的渐进多焦点眼用镜片进行局部优化以减小指定区域像散的优化设计方法。采用平均曲率流方法使镜片渐进表面上符合设定条件的区域更加趋近于球面,从而减小镜片表面该区域处的像散。给出具体算法步骤和一个优化设计实例,并进行实际加工制作与检测。对比优化前后的光焦度、像散和通道宽度等参数,结果表明:平均曲率流优化方法能够在保证镜片光焦度不变的情况下,有效减小初始设计渐进多焦点眼用镜片的最大像散并适当增加渐变通道宽度和扩大视远区清晰视觉范围。

**关键词** 光学设计;眼用镜片;渐进多焦点;优化;平均曲率流;像散

**中图分类号** TH74 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0522001

## Optimizing Design for Progressive Addition Lenses by Mean Curvature Flow

Tang Yunhai<sup>1,2</sup> Wu Quanying<sup>1</sup> Qian Lin<sup>2</sup> Liu Lin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> School of Mathematics and Physics, Suzhou University of Science and Technology,  
Suzhou, Jiangsu 215009, China

<sup>2</sup> School of Physical Science and Technology, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China

**Abstract** The principle of mean curvature flow is illustrated. An optimizing method using mean curvature flow is proposed which can reduce the undesirable astigmatism in some regions of the progressive addition lens surface while retaining desirable optical features of the progressive lenses. It is presented that the more the surface of the progressive lens becomes closer to spherical by the process of mean curvature flow, the more the astigmatism is smaller. The optimizing algorithm and an example are given out. An initial designed progressive addition lens and an optimized lens by this method are manufactured and tested. Compared with the original lens, the optimized lens has smaller maximum astigmatism value and larger clear region on the intermediate zone and the distance-vision zone.

**Key words** optical design; lenses; progressive addition; optimization; curvature flow; astigmatism

**OCIS codes** 220.3620; 220.3630; 220.4610; 220.1250

## 1 引言

目前导致人眼屈光不正的原因很多,人们通常使用角膜接触镜、单光眼镜片、双光眼镜片和渐进多焦点眼用镜片(也称渐变镜片)等矫正视力。其中渐进多焦点眼用镜片的镜度随着人眼观察范围由远至近、视线由上到下的移动逐渐增加,它能够提供一个

连续的从远用到近用都清晰的视力。渐进多焦点眼用镜片的镜度变化平滑,佩戴方便,更符合人们的生理和心理需求,所以越来越受到消费者的青睐。

理想的渐进多焦点眼用镜片应当满足的基本要求有<sup>[1]</sup>:1)尽量大的有效视觉区;2)渐变通道尽量短且宽;3)像散变化柔和。这些要求都需要通过减小

**收稿日期**: 2010-11-01; **收到修改稿日期**: 2010-12-13

**基金项目**: 浙江省科技计划项目(2007C21148),浙江省眼视光学和视觉科学重点实验室-省部共建国家重点实验室培育基地开放课题,江苏省“333”人才培养和“六大人才高峰”项目资助课题。

**作者简介**: 唐运海(1974—),男,硕士研究生,主要从事光学设计方面的研究。E-mail: tyhgfx@163.com

**导师简介**: 吴泉英(1965—),女,博士,教授,主要从事光学设计和图像信息处理方面的研究。E-mail: wqycyh@tom.com (通信联系人)

像散来实现,因此如何减小渐进多焦点眼用镜片的像散成为当前渐进多焦点眼用镜片设计的关键问题。针对这个问题,国外采取的方法主要有:混合设计法<sup>[2~4]</sup>,即将由两种方法产生的两个渐进表面矢高按一定比例叠加后减去一个球基矢高,得到加光大,而像散比前两个表面像散的和小的表面矢高;分片组合补偿优化法<sup>[5]</sup>,即将镜片分为多个多边形组合,用补偿表面叠加以减小像散;构造一个优化函数,根据变分原理得到一个四阶椭圆偏微分方程,选择适当的边界条件解偏微分方程得到像散较小的镜片面形<sup>[6]</sup>。国内采取的方法主要有:选择适当的子午线屈光度分布以获得较小像散分布的镜片<sup>[7]</sup>和用优化因子法减小像散<sup>[8]</sup>。

随着计算几何的发展,平均曲率流已经成为一种典型且非常有效的去除曲面噪声、平滑曲面的方法,在曲面平滑领域有着广泛应用。本文提出一种用平均曲率流对初始设计的镜片渐进表面进行局部优化,以减小渐进多焦点眼用镜片的像散的方法。该方法只需初始设计的眼镜片面形数据,就能有效减小镜片表面的最大像散,扩大视远区并增加通道宽度。通过合理选择镜片面形上的优化区域,能够保持镜片主要光学特性不变而有效减小镜片表面的像散。

## 2 平均曲率流方法原理

在笛卡尔直角坐标系中,设某曲面向量分布为  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{r}_i(x, y, z)$  为该曲面上的某一点的向量,  $k_{i1}, k_{i2}$  为该曲面上点  $\mathbf{r}_i$  处的主曲率。

该点处的平均曲率

$$k_i = (k_{i1} + k_{i2})/2. \quad (1)$$

平均曲率流方程<sup>[9]</sup>为

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t} = \lambda \mathbf{K}_H \mathbf{R}, \quad (2)$$

式中  $\mathbf{K}_H$  为平均曲率算符,用于计算曲面上每一点处的平均曲率向量;  $t$  为演化时间;  $\lambda$  为演化速度因子。

曲面  $\mathbf{R}$  在(2)式的约束下连续变化,称之为一种曲面流——平均曲率流。曲面上任一点的运动速度为

$$\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial t} = \lambda \mathbf{k}_i \mathbf{n}_i. \quad (3)$$

平均曲率流的解析表达式比较复杂,很难得到平均曲率流方程的解析解,因此在实际计算中通常采用数值解法。取一个微小的时间间隔  $\Delta t$ ,“流动”

曲面的改变量  $\Delta \mathbf{R} = \lambda \Delta t \mathbf{K}_H \mathbf{R}$ , 曲面的演化过程由下面的迭代方程实现<sup>[9]</sup>,

$$\mathbf{R}^{(n+1)} = (\mathbf{I} + \lambda \Delta t \mathbf{K}_H) \mathbf{R}^{(n)}, \quad (4)$$

式中  $\mathbf{R}^{(n)}$  为第  $n$  代曲面向量分布,  $\mathbf{R}^{(n+1)}$  为第  $n+1$  代曲面向量分布,  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。在迭代过程中,选择适当的演化速度因子  $\lambda$ , 可以保持迭代稳定,也可以用来提高迭代效率。稳定迭代要求  $\lambda \Delta t < 1$ , 以防止出现振荡性的结果。

当  $\mathbf{R}^{(n+1)}$  与  $\mathbf{R}^{(n)}$  差的模(范数)小于微小量  $\epsilon$  时,迭代产生的变化已经很小,因此可以停止迭代。

在数值计算中,  $\mathbf{K}_H \mathbf{R} = \mathbf{H}$ ,  $\mathbf{H}$  是曲面  $\mathbf{R}$  上各点处的平均曲率向量  $\mathbf{k}_i \mathbf{n}_i$  组成的矩阵,  $\mathbf{n}_i$  为单位法向量<sup>[9]</sup>,

$$\mathbf{k}_i \mathbf{n}_i = -\frac{1}{4A} \sum_{j \in B(i)} (\cot \alpha_j + \cot \beta_j) (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i), \quad (5)$$

式中  $A$  为曲面上点  $\mathbf{r}_i$  与周围第一圈邻域点构成三角形面积的总和,  $B(i)$  是点  $\mathbf{r}_i$  的第一圈邻域点  $\mathbf{r}_j$  的集合,  $\alpha_j$  和  $\beta_j$  是  $\mathbf{r}_i$  与  $\mathbf{r}_j$  连线的对角。其中各个量的位置关系如图 1 所示。

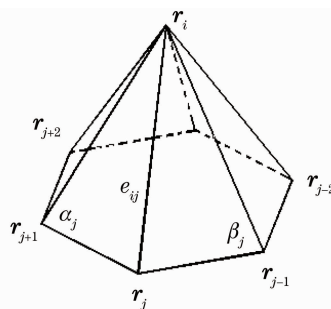


图 1 平均曲率公式中的参量

Fig. 1 Parameters of the curvature formula

图 2 是球面添加一定的随机噪声后带有褶皱的曲面图,图 3 是图 2 中的曲面经过平均曲率流处理后得到的曲面图。比较图 2 和图 3 可以看到,经过平均曲率流处理后,表面上的褶皱已经被除去。

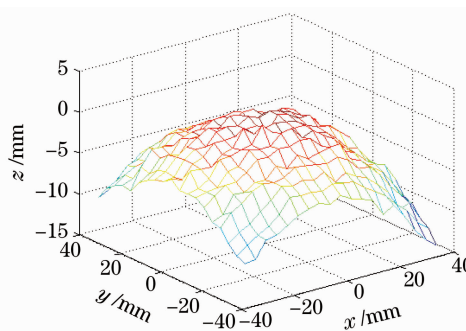


图 2 带有褶皱的曲面

Fig. 2 A mesh with shrinking noise

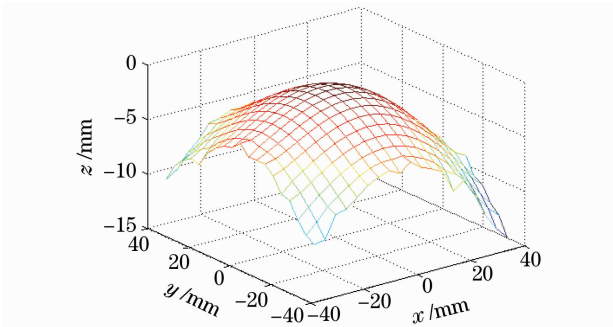


图3 经过平均曲率流处理的曲面

Fig. 3 Smoothed mesh using curvature flow

### 3 平均曲率流优化渐进多焦点眼镜片的设计思想

#### 3.1 一些视光学概念

如图4所示,渐进多焦点眼镜片上部是视远区,镜片下部是用于阅读的视近区(也称阅读区),连接这两个区域的是中间过渡区(又称为通道),视远区、中间过渡区和视近区统称有效视觉区,其它区域称为周边散光区。视远区光焦度小于视近区光焦度,在中间过渡区,自上而下光焦度连续平滑增加。一般而言,初步设计的渐进镜片存在的问题是周边散光区像散过大,以及视远区和中间过渡区不够开阔,平均曲率流优化方法的目标是减小周边散光区像散和适度增宽视远区和中间过渡区。

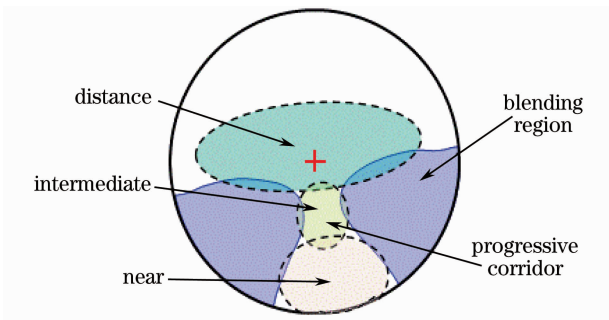


图4 渐进多焦点眼镜片表面区域分布图

Fig. 4 Schematic plot of the progressive addition lens with zones labels

#### 3.2 优化方法

渐进多焦点眼镜片光焦度是连续变化的,决定了镜片表面必定为一个自由曲面。图5为自由曲面眼镜片表面的剖面示意图。镜片表面各处曲率不同,表面每一点各个方向的曲率也不同,因而镜片存在像散。平均曲率流优化方法总的思想是:通过平均曲率流使被优化区域表面更加趋近于球面,从而减小该区域的像散。

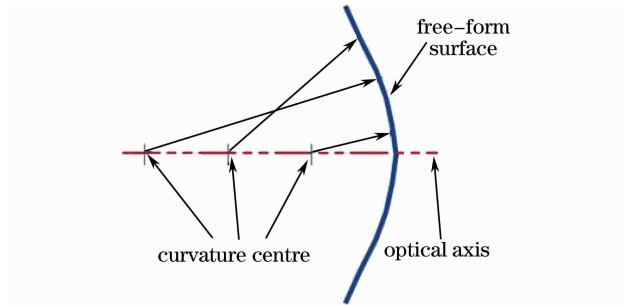


图5 渐进多焦点眼镜片渐进表面剖面示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the surface profile of a progressive lens

图6为平均曲率流优化方法示意图。先将要优化的自由曲面A[图6(a)中的实线所示]与一个与该自由曲面接近的球面B[图6(a)中的虚线所示]相减得到一个相对凹凸程度更大的曲面C[图6(b)中的曲线所示],对曲面C进行平均曲率流平滑处理得到凹凸程度较小曲面D[图6(c)中的曲线所示],最后将曲面D与球面B相加得到优化后的自由曲面E[图6(d)中的实线所示]。比较图6中(a)和(d)后可知:经过优化处理后,自由曲面E比自由曲面A更加接近于球面,表面像散变小。

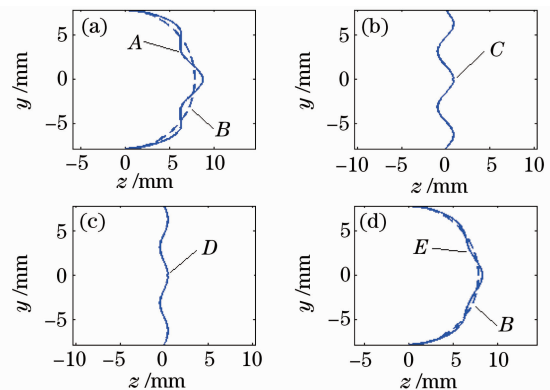


图6 平均曲率流优化方法示意图

Fig. 6 Schematic diagram of the optimizing process using curvature flow

由于渐进多焦点眼镜片的特点是具有连续变化的光焦度,并且在视远区和视近区有确定的光焦度值。如果对整个镜片进行优化,镜片上各处的光焦度都会改变,这就要求对镜片上的区域进行选择性的优化处理,如果在优化过程中能保持在镜片上的视远区、通道和视近区面形和曲率不变,也就能够在减小镜片像散时保持镜片的基本光学特性不变。一般情况下,镜片表面局部改变,在已改变的区域和未改变的区域之间的交界处会出现不连续,交界处会出现较大的像散,但是平均曲率流优化方法能保持曲面二阶导数连续<sup>[9]</sup>,即保持曲面曲率的连续性,因

此在经过处理的面形与未经过处理的面形的交界处,曲率平滑过渡,交界处不会出现较大的像散。

为了适应铣磨机加工自由曲面时对数据的要求,在用平均曲率流进行平滑处理时只对镜片面形向量的  $z$  分量进行处理,即只是改变镜片面形的矢高。优化流程如图 7 所示,对优化区域进行平均曲率流平滑处理的算法流程如图 8 所示。

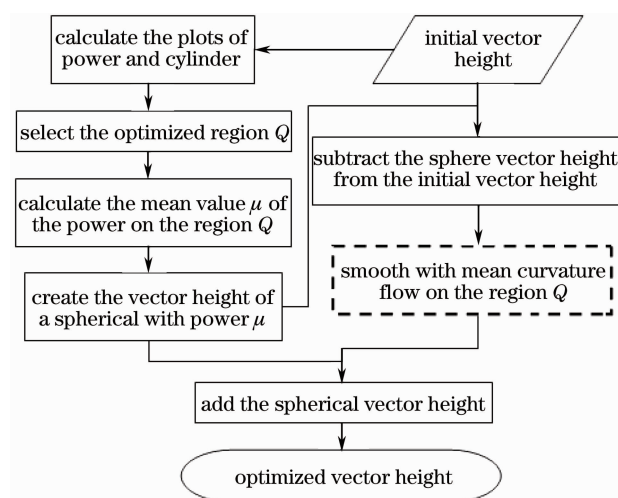


图 7 优化过程流程图

Fig. 7 Flow chart of the optimizing process

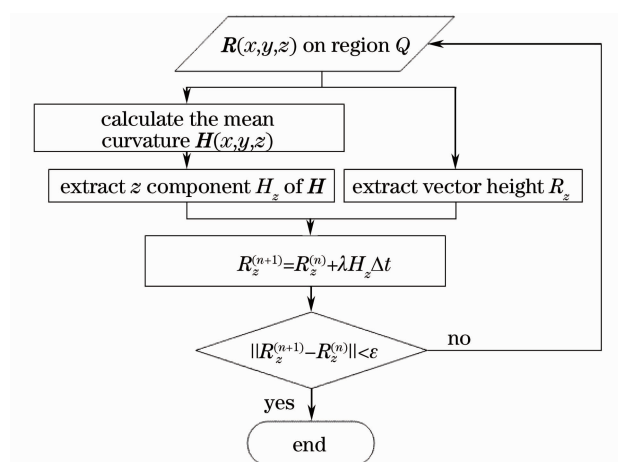


图 8 平均曲率流平滑处理流程图

Fig. 8 Flow chart of smoothing process using curvature flow

## 4 优化实例

### 4.1 优化设计实例

设计实例采用 Winthrop 方法<sup>[10,11]</sup>设计的初始镜片面形,镜片材料折射率为 1.523。采用文献<sup>[12]</sup>介绍的方法计算镜片的光焦度和像散。该初始设计镜片的视远区光焦度为 -3.0D(D 为屈光度),视远区到视近区光焦度增加 2.0D。图 9 是初始设

计表面的像散图,最大像散为 1.78D,视远区像散等于 0.25D 的等值线呈 45° 向上扩展。

图 10 为优化后表面的像散图。比较图 9 和图 10 中像散分布可以看出,视远区像散小于 0.25D 的清晰视觉范围明显增大,镜片中心区域像散等于 0.25D 的等值线向水平方向扩展。中间过渡区像散小于 0.25D ( $y=5$  mm 处) 的宽度变宽。最大像散由原来的 1.78D 减小到 1.58D,最大像散由占光焦度增加量的 89% 下降到 79%,并且像散大于 1.5D 的区域明显变小并向下移动。

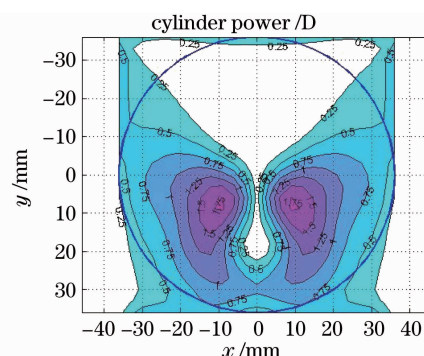


图 9 初始设计镜片像散分布

Fig. 9 Contour of the astigmatism of the initial designed

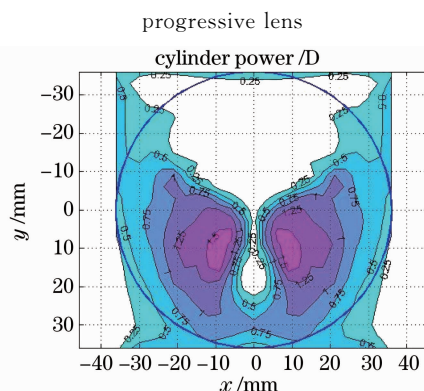


图 10 优化后镜片像散分布

Fig. 10 Contour of the astigmatism of the optimized progressive lens

优化前后镜片的光焦度如图 11 和图 12 所示。比较图 12 和图 11 可以看出,视远区光焦度略有变化,但是变化幅度小于 0.03D,小于国家眼镜片设计的允许公差范围 0.12D 的标准<sup>[13]</sup>。周边散光区光焦度稍微有些改变,但周边散光区的像散大,轻微的光焦度变化对佩戴者的有效视觉没有影响。由于本优化方法是选择性局部优化,对阅读区面形没有做调整,所以阅读区光焦度和像散没有改变。综上所述,优化后渐变眼镜片的像散有所减小,而主要屈光能力没有大的影响。



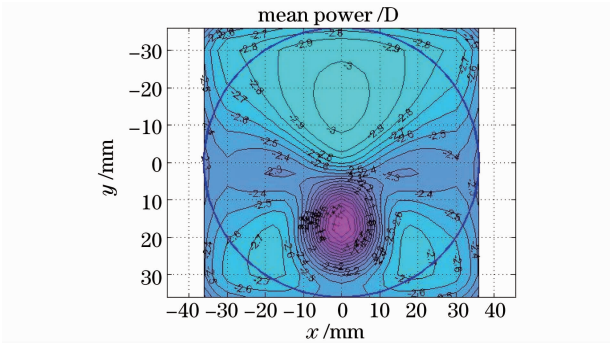


图 11 初始设计镜片光焦度分布图

Fig. 11 Contour of the power of the initial designed

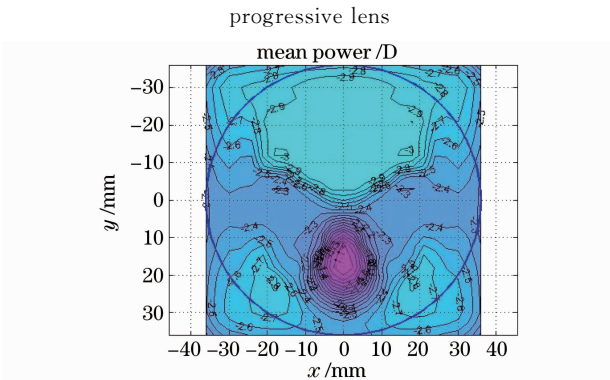


图 12 优化后的镜片像散分布图

Fig. 12 Contour of the power of the optimized

progressive lens

#### 4.2 加工实例

将上述设计的镜片实例用德国 LOH 公司 Satslon VFT 铣磨机床加工,并用 i-FLEX 数控机床抛光后制成渐进多焦点眼用镜片,然后用 Rotlex Class Plus 镜片参数测试仪测量得到镜片的光焦度和像散分布。加工镜片时,选择切削速度 500 mm/s、抛光压力 0.03~0.06 Mpa、抛光时间 50~100 s,将面形的光焦度和像散精度控制在  $0.1 \text{ m}^{-1}$  (0.1D) 以内<sup>[14]</sup>。

图 13 和图 14 分别为初始设计镜片和平均曲率流优化后镜片的光焦度分布(a)和像散分布(b)测试图,与图 9~12 对比可以发现实际镜片的测试图与设计的光焦度分布和像散分布基本相符。由图 13 可知:初始设计镜片视远区光焦度为  $-3.26\text{D}$ ,附加光焦度为  $1.96\text{D}$ ,最大像散为  $1.75\text{D}$ 。

图 14 表明:优化后的镜片视远区光焦度为  $-3.24\text{D}$ ,附加光焦度为  $1.95\text{D}$ ,最大像散为  $1.61\text{D}$ 。与初始设计镜片相比,平均曲率流优化后的镜片最大像散由附加光焦度的 89% 下降到附加光焦度的 82.5%,视远区清晰视觉范围向水平方向扩展。在纵坐标  $y=5 \text{ mm}$  处,渐变通道由原来的  $1.21 \text{ mm}$  加宽到  $1.82 \text{ mm}$ 。阅读区的光焦度和像散几乎没有变化。优化前后镜片光学参数如表 1 所示。

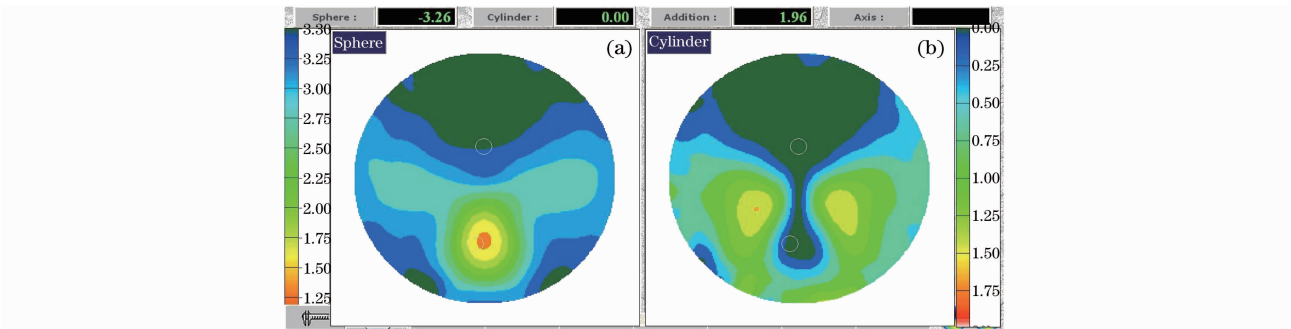


图 13 初始设计的镜片加工样品测试图

Fig. 13 Sphere and cylinder of manufactured initial designed lens

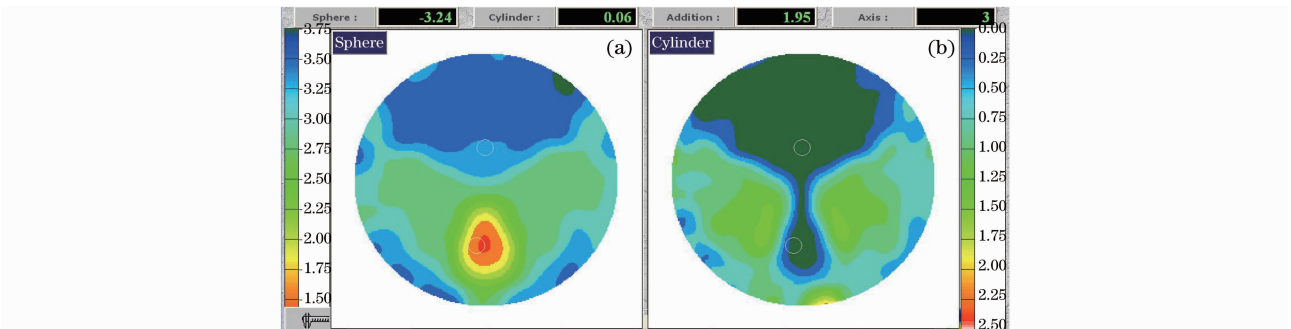


图 14 平均曲率流优化后镜片加工样品测试图

Fig. 14 Sphere and cylinder of manufactured optimized lens

表 1 平均曲率流优化前后镜片光学参数对照表

Table 1 Parameters of the initial designed surface and the optimized surface

	Power of the distance zone /D	Power of the reading zone /D	Width of the channel (cylinder<0.25D) y=5 mm /mm	Width of the reading zone (cylinder< 0.25D) /mm	Maximum cylinder value /D	Distance between isocylinder 0.5D curve and central horizontal line of x=10 mm /mm
Initial design	-3.01	-1.00	0.8	6.3	1.78	8.2
Optimized design	-2.99	-1.00	1.6	6.5	1.58	5.6
Manufactured initial designed lens	-3.26	-1.30	1.21	6.8	1.75	8.54
Manufacture optimized lens	-3.24	-1.29	1.82	6.71	1.61	6.18

## 5 结 论

本文提出的渐进多焦点眼镜片平均曲率流优化设计方法不但能够减小镜片表面的最大像散、扩展视远区清晰视觉范围而且能够增加通道宽度。平均曲率流优化设计方法可以控制优化操作的区域,因此通过适当选择优化区域就能达到既保留初始镜片中重要区域的光学性质不变又能减小镜片像散的目的。加工的渐进多焦点眼镜片实例进一步说明平均曲率流优化设计方法的有效性。从上述优化设计步骤和优化实例中可以看出,平均曲率流优化方法与初始镜片设计过程和设计方法无关,故平均曲率流优化设计方法适于用任何设计方法设计的渐进多焦点眼镜片的优化。

## 参 考 文 献

- 1 Qu Jia, Yao Jin. Spectacle Lenses[M]. Beijing: People's Medical Publishing House, 2004. 7,138
- 2 Edgar V. Menezes. Progressive addition lenses: US, 6883916 B2 [P]. 2005-04-26
- 3 John T. Winthrop. Hard/soft superposition progressive lenses design: US, 5726734[P]. 1998-03-10
- 4 Edgar V. Menezes, James S. Merritt, William Kokonaski. Progressive addition lenses: US, 6149271[P]. 2000-11-21
- 5 Russel A. Chipman, Patrick John Reardon. Progressive addition lenses: US, 6183084[P]. 2001-02-06
- 6 Jing Wang. Design of Progressive Lenses-Mathematical Analysis and Numerical Methods [D]. Eden Prairie: University of Minnesota, 2002. 5~54
- 7 Wu Quanying, Qian Lin, Chen Hao *et al.*. Research on meridian lines design for progressive addition lenses [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(11): 3186~3191  
吴泉英, 钱霖, 陈浩等. 渐进多焦点眼镜片的子午线设计研究[J]. *光学学报*, 2009, **29**(11): 3186~3191
- 8 Tang Yunhai, Qian Lin, Wu Quanying *et al.*. A kind of optimizing design method of progressive addition lenses [C]. *SPIE*, 2010, **7655**: 13
- 9 Desbrun M., Meyer M., Schroder P. *et al.*. Implicit Fairing of Irregular Meshes using Diffusion and Curvature Flow [C]. International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, Los Angeles, 1999, 317~324
- 10 John T. Winthrop. Progressive power ophthalmic Lenses: US, 4861153[P]. 1989-08-29
- 11 John T. Winthrop. Progressive power spectacle lenses: US, 5123725[P]. 1992-01-23
- 12 Wei Jianjian, Wu Feng, Shen Weimin. Design and evaluation of progressive of progressive addition spectacle lenses [J]. *Optical Technique*, 2003, **29**(3): 350~353  
韦剑剑, 吴峰, 沈为民. 渐变镜片的设计及评价[J]. *光学技术*, 2003, **29**(3): 350~353
- 13 Spectacle Lenses[S]. GB 10810.1-2005  
眼镜镜片[S]. GB 10810.1-2005
- 14 Qin Linling, Yu Jingchi. The process of interior progressive addition lens [J]. *Optical Techique*, 2008, **34**(1): 136~140  
秦琳玲, 余景池. 内渐进多焦点镜片的加工[J]. *光学技术*, 2008, **34**(1): 136~140