

# 非简并光学参变振荡器的同步特性研究

高申艳 郭奇志

(上海大学理学院物理系, 上海 200444)

**摘要** 研究了非简并光学参变振荡器系统的混沌和超混沌同步特性。利用单向耦合驱动法实现了两个非简并光学参变振荡器的混沌和超混沌相位同步, 分别研究驱动系统处于混沌态和超混沌态的情况, 通过计算机仿真得出响应系统的最大李雅普诺夫(Lyapunov)指数谱, 得到了不同情况下实现同步的耦合常数取值范围。另外, 分别通过信号光、闲频光及双模单向耦合法进行混沌和超混沌同步研究, 通过李雅普诺夫指数谱的对比, 得出信号光耦合方式优于闲频光耦合, 双模耦合能够优化混沌同步结果。系统的相图、时间序列图很好地验证了非简并光学参变振荡器的混沌以及超混沌同步结果。

**关键词** 非线性光学; 非简并光学参变振荡器; 混沌同步; 超混沌同步

**中图分类号** O437 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0519003

## Synchronization of Nondegenerate Optical Parametric Oscillator

Gao Shenyan Guo Qizhi

(Department of Physics, College of Sciences, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

**Abstract** The chaotic and hyper-chaotic synchronization of non-degenerate optical parametric oscillators are investigated. The chaotic and hyper-chaotic synchronization of two non-degenerate optical parametric oscillators are realized by using unidirectional coupling driving method. When driving system is in chaotic and hyper-chaotic state respectively, it is got the range of the coupling constant to achieve chaotic synchronization in different states by using the chart of maximum condition Lyapunov exponent spectrum. Besides, by using idle-wave, signal-wave and two-mode coupling different results are got. It is got that signal-wave coupling is better than idle coupling, and two-mode coupling can optimize the chaotic synchronization. The synchronization results are perfectly verified by phase diagram and time series charts of the systems.

**Key words** nonlinear optics; non-degenerate optical parametric oscillator (NOPO); chaotic synchronization; hyper-chaotic synchronization

**OCIS codes** 190.3100; 140.0140; 140.1540; 190.4970

## 1 引 言

混沌系统的同步最初是由美国海军实验室学者 Pecora 等<sup>[1]</sup>在 1990 年提出并首次在电子线路中使用驱动-响应法实现的, 多年来, 已有众多的学者对不同系统中的混沌同步进行了研究, 并对其在保密通信中的应用进行了研究<sup>[2~7]</sup>。光学混沌同步常用的方法有相互耦合法、驱动响应法、连续变量反馈法以及延时反馈-注入法等。单向耦合驱动法是驱动响应法的推广, 其在混沌同步研究中的应用比较

普遍。

光学参变振荡是典型的非线性光学效应, 属于二阶非线性光学混频过程, 在适当选取系统参数时能够产生混沌输出。目前众多的学者对简并光学参变振荡器的混沌控制、同步以及应用展开了研究<sup>[7~13]</sup>。冯秀琴等<sup>[8,9]</sup>对简并光学参变振荡器的混沌及超混沌的控制及同步进行了系统的研究, 何先刚等<sup>[10]</sup>对系统参数不同的简并光学参变振荡器之间的同步进行了研究, 黄琼等<sup>[12]</sup>利用反馈控制实现

收稿日期: 2010-10-14; 收到修改稿日期: 2011-01-06

基金项目: 上海市重点学科建设项目(S30105)资助课题。

作者简介: 高申艳(1987—), 女, 硕士研究生, 主要从事光学混沌方面的研究。E-mail: ziwei.gao@163.com

导师简介: 郭奇志(1967—), 女, 博士, 副教授, 主要从事非线性光学与量子光学等方面的研究。

E-mail: guoqizhi@163.com

了简并光学参变振荡系统的混沌及周期同步。非简并光学参变振荡器作为产生谐波、亚谐波以及非经典光场的重要工具,正在引起人们的极大兴趣。郜江瑞等<sup>[14]</sup>对三模共振光学参变振荡腔抽运场的压缩进行过研究,费佳等<sup>[15]</sup>对非简并光学参变振荡器的不稳定性进行了研究,田晓华等<sup>[16,17]</sup>对非简并光学参变振荡器动力学特性随驱动场的变化以及混沌控制进行了研究。由于非简并光学参变振荡器的特性更为复杂,将其应用于保密通信也就更难被破解,因此对于非简并光学参变振荡器的混沌与超混沌同步的研究必将具有更为重要的应用价值。

本文研究了非简并光学参变振荡器的混沌和超混沌同步,通过计算系统的最大李雅普诺夫(Lyapunov)指数,得到了能够实现混沌及超混沌同步的耦合常数范围,为进一步研究其应用奠定了基础。

## 2 非简并光学参变振荡器的动力学特性

非简并光学参变振荡器是非线性光学系统,其半经典动力学方程<sup>[15]</sup>是

$$\begin{cases} \frac{dA_0}{dt} = -(r_0 + i\Delta_0)A_0 - KA_1A_2 + E_A, \\ \frac{dA_1}{dt} = -(r_1 + i\Delta_1)A_1 + KA_0A_2^*, \\ \frac{dA_2}{dt} = -(r_2 + i\Delta_2)A_2 + KA_0A_1^*, \end{cases} \quad (1)$$

式中  $A_0, A_1, A_2$  分别代表抽运光、信号光和闲频光的复振幅; $r_0, r_1, r_2$  分别为这 3 个模的衰减率; $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2$  分别为 3 个模的失谐量; $E_A$  为抽运场强度,这里取为实数。

非简并光学参变振荡器具有丰富的动力学特性。图 1(a)为非简并光学参变振荡器系统的最大李雅普诺夫指数  $\lambda_{\max}$  随驱动场的变化曲线<sup>[16]</sup>,其中系统的参数取为  $r_0 = r_1 = r_2 = 1.0, \Delta_0 = \Delta_2 = 1.0, \Delta_1 = -5.0$ ,初始条件为  $A_0^0 = 0.1 + i0.1, A_1^0 = 0.1 + i0.1, A_2^0 = 0.1 + i0.1$ 。易看出,在不同的驱动场条件下,非简并光学参变振荡系统分别处于定态、周期态、混沌、超混沌态。图 1(b)~(d)分别为驱动场强  $E_A$  取 52.4, 8.0, 15.4 时非简并光学参变振荡系统的相图,此时系统分别处于超混沌、周期、以及混沌态。

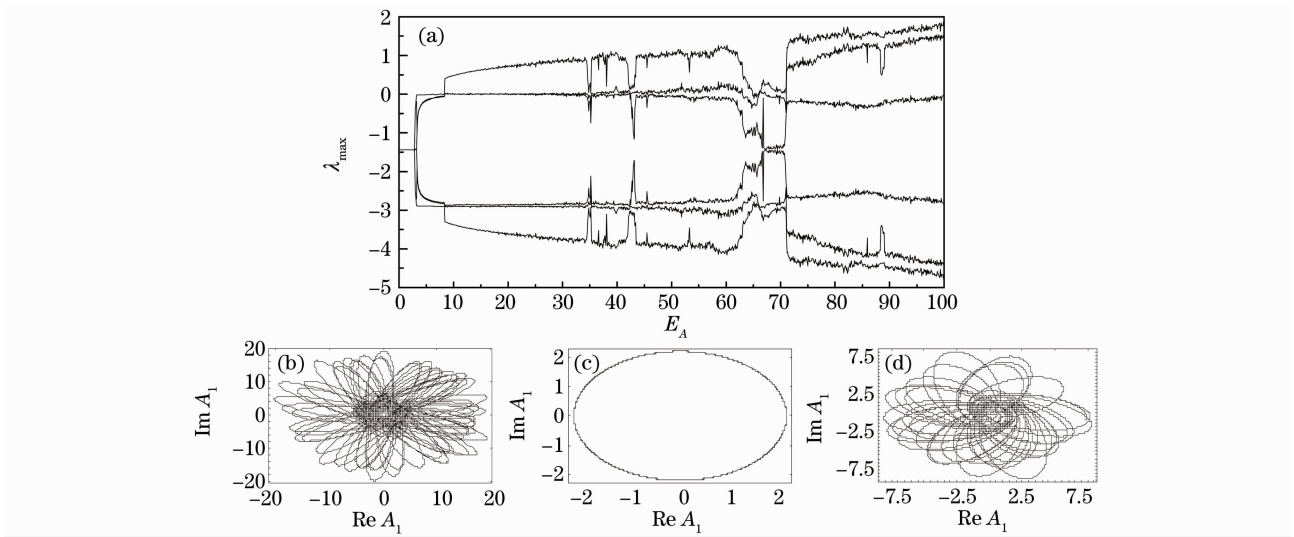


图 1 (a)系统 A 的李雅普诺夫指数随  $E_A$  的变化曲线, (b)超混沌吸引子, (c)系统的周期轨道, (d)混沌吸引子

Fig. 1 (a) Lyapunov exponents of system A versus  $E_A$ , (b) hyperchaotic attractor,

(c) periodic orbit, (d) chaotic attractor

## 3 非简并光学参变振荡器混沌系统的同步

现有 3 个非简并光学参变振荡器系统  $A, B, C$ ,  $A$  为驱动系统,动力学方程为(1)式,  $B, C$  为响应系统,动力学方程分别为

$$\begin{cases} \frac{dB_0}{dt} = -(r_0 + i\Delta_0)B_0 - KB_1B_2 + E_B, \\ \frac{dB_1}{dt} = -(r_1 + i\Delta_1)(B_1 + \eta_1A_1) + KB_0B_2^*, \\ \frac{dB_2}{dt} = -(r_2 + i\Delta_2)(B_2 + \eta_2A_2) + KB_0B_1^*, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{dC_0}{dt} = -(r_0 + i\Delta_0)C_0 - KC_1C_2 + E_C, \\ \frac{dC_1}{dt} = -(r_1 + i\Delta_1)(C_1 + \eta_1A_1) + KC_0C_2^*, \\ \frac{dC_2}{dt} = -(r_2 + i\Delta_2)(C_2 + \eta_2A_2) + KC_0C_1^*. \end{cases} \quad (3)$$

响应系统  $B, C$  是相同的两个动力学系统, 当初始条件不同时, 具有不同的混沌轨道。利用系统  $A$  来驱动系统  $B, C$ , 使系统  $B, C$  产生混沌同步。 $E_A, E_B, E_C$  分别是  $A, B, C$  系统的抽运场强度,  $\eta_1, \eta_2$  分别为信号光和闲频光耦合常数。

### 3.1 非简并光学参变振荡器混沌同步

Pecora 等<sup>[1]</sup>指出, 只要响应系统的所有李雅普

诺夫指数均小于 0 即  $\lambda_{\max} < 0$ , 就能够实现响应系统的混沌同步。我们利用单向耦合法(包括闲频光耦合、信号光耦合以及双模单向耦合法)来研究非简并光学参变振荡器的混沌同步。本节利用处于混沌态的系统  $A$  作为驱动系统, 响应系统  $B, C$  同时处于混沌态或超混沌态。

图 2 是在驱动系统处于混沌态( $E_A = 15.4$ )时得到的响应系统的最大李雅普诺夫指数随耦合常数的变化曲线。3 个系统的参数仍取为  $r_0 = r_1 = r_2 = 1.0, \Delta_0 = \Delta_2 = 1.0, \Delta_1 = -5.0$ , 初始条件为:  $A_0^0 = 0.1 + i0.1, A_1^0 = 0.1 + i0.1, A_2^0 = 0.1 + i0.1, B_0^0 = 0.2 + i0.2, B_1^0 = 0.2 + i0.1, B_2^0 = 0.1 + i0.1, C_0^0 = 0.1 + i0.1, C_1^0 = 0.1 + i0.2, C_2^0 = 0.2 + i0.2$ 。

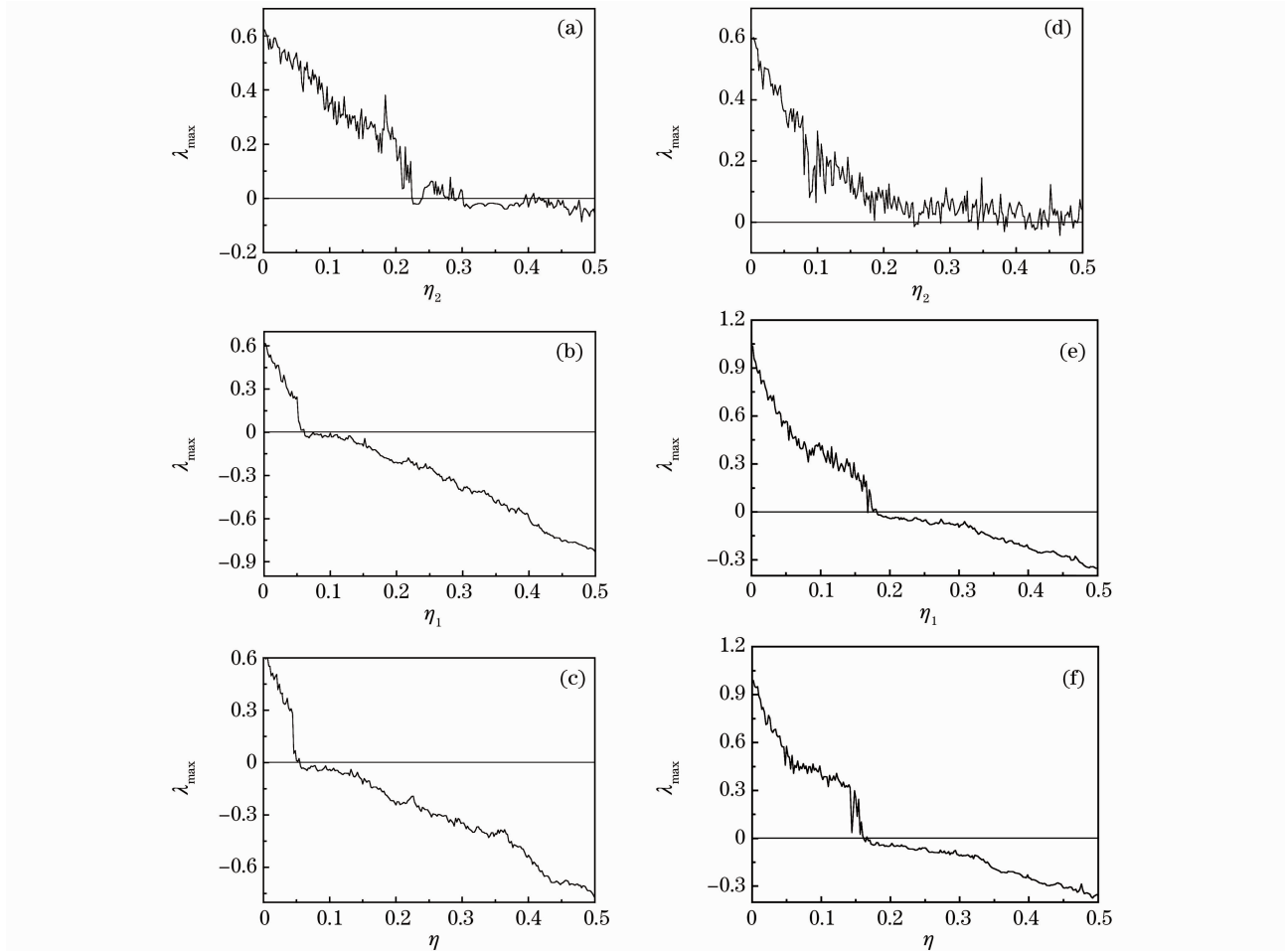


图 2  $E_A = 15.4, E_B = E_C = 15.4$  时, (a) 闲频光耦合, (b) 信号光耦合, (c) 双模耦合情况, 和  $E_B = E_C = 52.4$  时, (d) 闲频光耦合, (e) 信号光耦合 (f) 双模耦合情况

Fig. 2 (a) Idle-wave coupling, (b) signal-wave coupling and (c) two-mode coupling at  $E_A = 15.4, E_B = E_C = 15.4$ ; (d) idle-wave coupling, (e) signal-wave coupling and (f) two mode coupling at  $E_B = E_C = 52.4$

图 2(a), (b), (c) 是在  $E_B = E_C = 15.4$  即响应系统  $B, C$  处于混沌态时, 分别利用闲频光耦合、信号光耦合、双模耦合方式所得的响应系统的最大李雅

普诺夫指数随耦合强度的变化曲线。图 2(a) 为  $\eta_1 = 0$ , 即闲频光单向耦合的情况, 从图 2 可以看出, 在闲频光耦合常数  $0.23 < \eta_2 < 0.236$ , 和  $0.3 < \eta_2 <$

0.404 和  $0.408 < \eta_2 < 0.5$  时响应系统的最大李雅普诺夫指数值小于 0, 可以实现混沌同步, 但是同步效果较差;  $\eta_2 = 0$  即信号光单向耦合情况如图 2(b) 所示, 在耦合常数  $0.06 < \eta_1 < 0.5$  时, 响应系统的最大李雅普诺夫指数值小于 0, 可以实现混沌同步; 而双模耦合的方式, 取耦合常数  $\eta_1 = -\eta_2 = \eta$ , 在耦合常数  $0.056 < \eta < 0.5$  时, 就可实现响应系统的混沌同步, 如图 2(c) 所示。

图 2(d)~(f) 显示的是在  $E_B = E_C = 52.4$  即响应系统处于超混沌态的情况下, 分别采用闲频光、信号光和双模 3 种耦合方式所得的响应系统的最大李雅普诺夫指数随耦合强度的变化曲线。图 2(d) 显示的是闲频光单向耦合时 ( $\eta_1 = 0$ ), 在整个闲频光耦合常数 ( $\eta_2$ ) 范围 ( $0 \sim 0.5$ ) 内  $\lambda_{\max} > 0$ , 无法实现混沌同步。由图 2(e) 得出信号光单向耦合 ( $\eta_2 = 0$ ) 时, 在耦合常数  $0.19 < \eta_1 < 0.5$  时, 响应系统的最大李雅普诺夫指数值小于 0, 即可实现混沌同步; 而在双模

单向耦合的情况下, 取双模耦合常数  $\eta_1 = -\eta_2 = \eta$ , 在耦合常数  $0.17 < \eta < 0.5$  时, 就可通过双模耦合实现响应系统的混沌同步, 如图 2(f) 所示。

为了验证以上结果, 做出了响应系统 B, C 达到混沌同步时系统的相图和时间序列图。

在  $E_A = E_B = E_C = 15.4$  时, 信号光单向耦合取耦合常数为  $\eta_2 = 0, \eta_1 = 0.36$ , 系统的其他参数保持不变, 此时系统的相图和时间序列图如图 3 所示, 图 3(a) 是响应系统 B, C 的同步相图; 图 3(b) 是响应系统 B 的混沌吸引子。图 3(c), (d) 分别是在闲频光耦合 ( $\eta_1 = 0, \eta_2 = 0.36$ )、信号光耦合 ( $\eta_2 = 0, \eta_1 = 0.36$ ) 时响应系统的混沌同步弛豫过程, 对比可以看出, 闲频光耦合同步所需时间较长, 而信号光耦合时响应系统很快达到同步, 效果较好。

图 4 是在  $E_A = 15.4, E_B = E_C = 52.4$  时利用信号光单向耦合法 (耦合常数  $\eta_2 = 0, \eta_1 = 0.3$ ), 得到的 B, C 达到混沌同步时系统的相图和时间序列

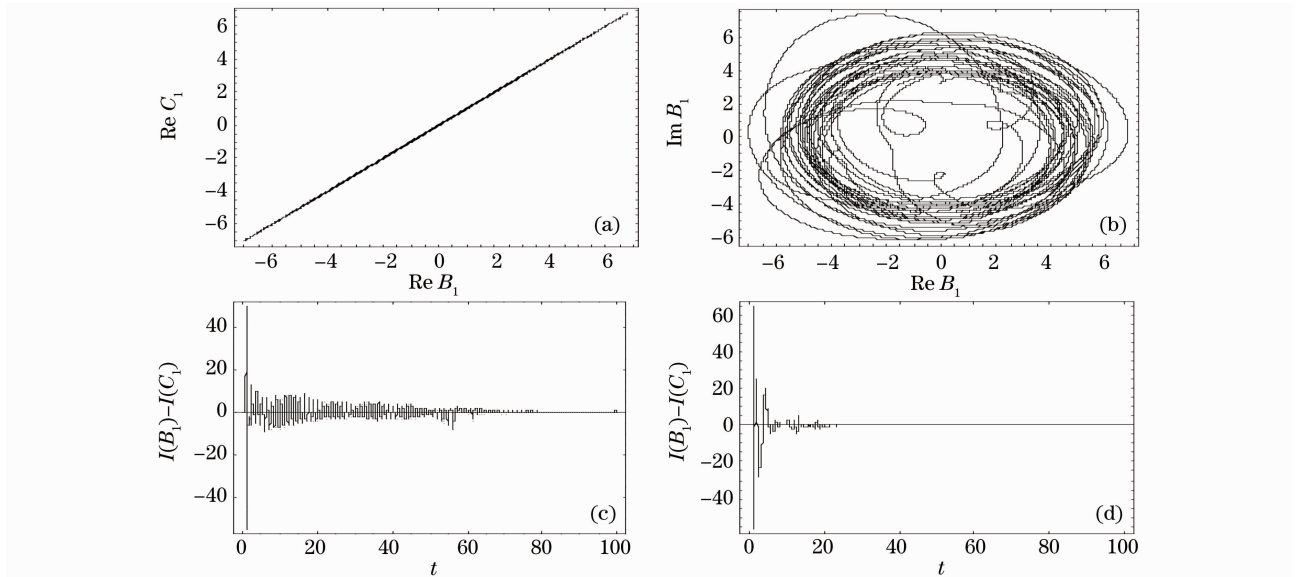


图 3 (a) B, C 系统的相位同步, (b) 达到同步后 B 的混沌吸引子, (c) 闲频光耦合的同步弛豫过程, (d) 信号光耦合的同步弛豫过程

Fig. 3 (a) Phase synchronization of B and C, (b) the chaotic attractor of B after synchronization, (c)  $I(B_1) - I(C_1)$  versus time  $t$  of idle-wave coupling, (d)  $I(B_1) - I(C_1)$  versus time  $t$  of signal-wave coupling

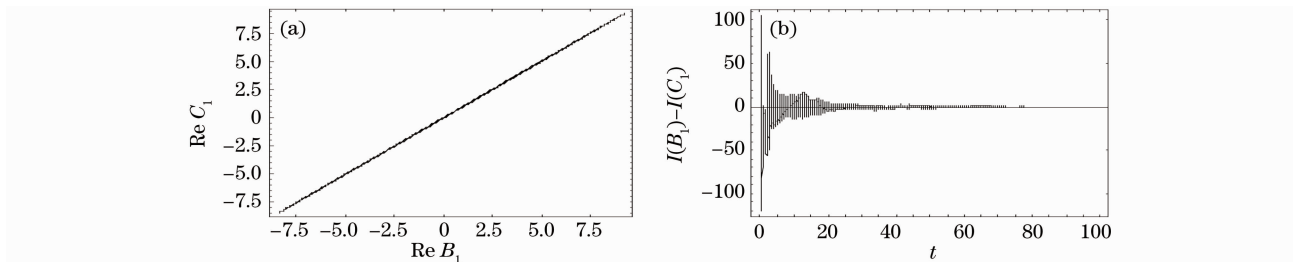


图 4 (a) B, C 系统的相位同步, (b) 信号光耦合法的同步弛豫过程

Fig. 4 (a) Phase synchronization of B and C, (b)  $I(B_1) - I(C_1)$  versus time  $t$  of signal-wave coupling

图。(a)为系统B,C的同步相图;(b)是响应系统B,C的同步弛豫过程。

### 3.2 非简并光学参变振荡器的超混沌同步

本节讨论驱动系统A处于超混沌态( $E_A =$

52.4)时,同样可以驱动处于混沌或超混沌态的响应系统达到同步。这种情况下响应系统的最大李雅普诺夫指数随耦合常数的变化曲线如图5所示,3个系统的参数及初始条件保持不变。

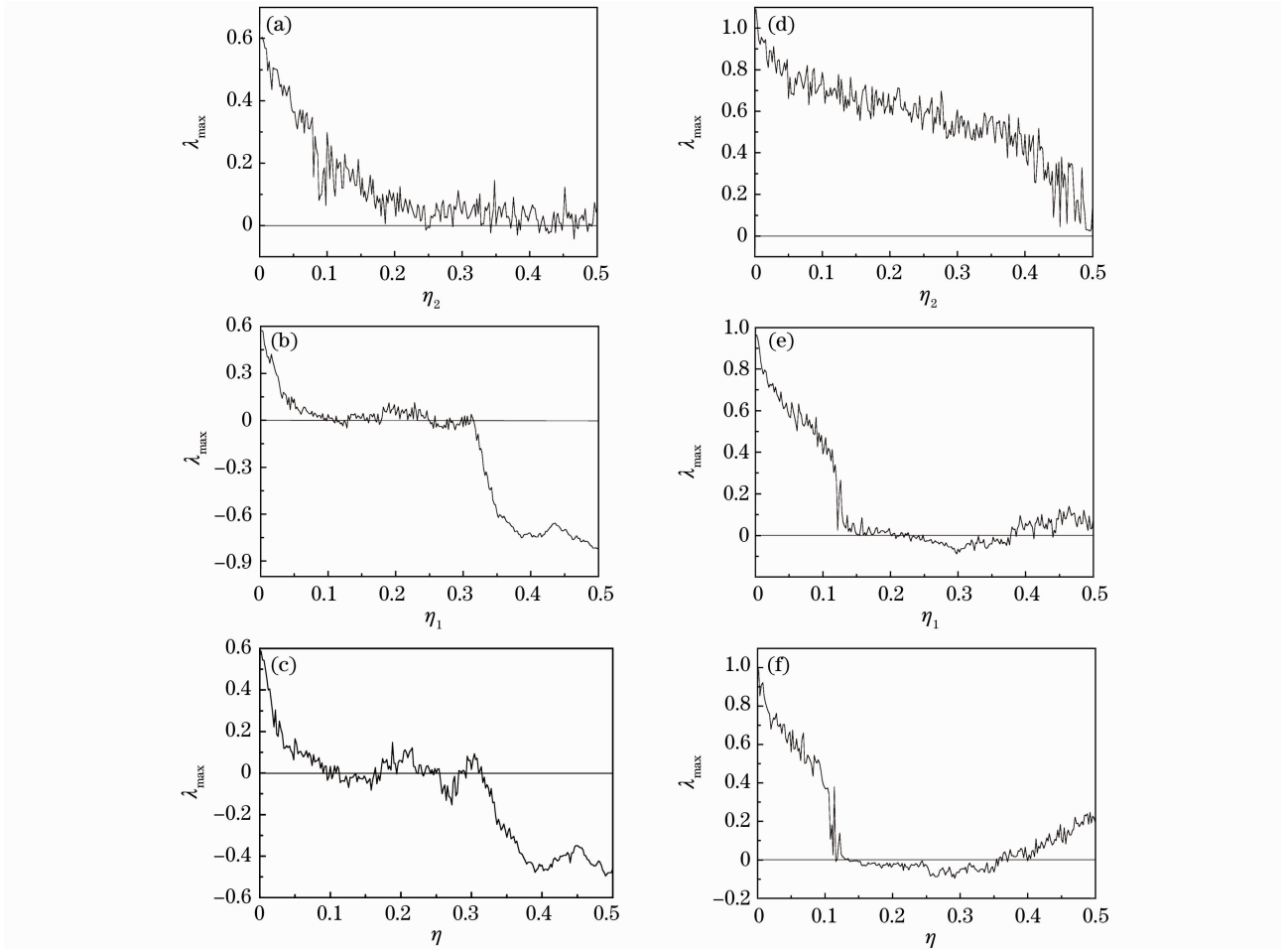


图5  $E_A = 52.4, E_B = E_C = 15.4$ , (a) 闲频光耦合, (b) 信号光耦合, (c) 双模耦合情况,  $E_B = E_C = 52.4$  时, (d) 闲频光耦合, (e) 信号光耦合 (f) 双模耦合情况

Fig. 5 (a) Idle-wave coupling (b) signal-wave coupling and (c) two-mode coupling at  $E_A = 52.4, E_B = E_C = 15.4$ , (d) idle-wave coupling, (e) signal-wave coupling and (f) two-mode coupling at  $E_B = E_C = 52.4$

图5(a)~(c)是在  $E_B = E_C = 15.4$  即响应系统B,C处于混沌态时,分别利用闲频光耦合、信号光耦合、双模耦合方式所得的响应系统的最大李雅普诺夫指数随耦合强度的变化曲线。图5(a)显示的在  $\eta_1 = 0$  即闲频光耦合时,在整个耦合常数( $\eta_2$ )范围内  $\lambda_{\max} > 0$ ,即通过闲频光耦合无法实现非简并光学参变振荡器的超混沌同步;图5(b)为信号光单向耦合的结果,此时  $\eta_2 = 0$ ,耦合常数在  $0.32 < \eta_1 < 0.5$  和  $0.25 < \eta_1 < 0.27$  的范围内,响应系统的最大李雅普诺夫指数值小于0,可以实现响应系统的超混沌同步; $\eta_1 = -\eta_2 = \eta$  时即通过双耦合单向驱动法结果,如图5(c)所示,在耦合常数处于  $0.14 < \eta < 0.16, 0.26 < \eta < 0.28$ , 以及  $0.32 < \eta < 0.5$  的范围

内,响应系统  $\lambda_{\max} < 0$  可实现响应系统的超混沌同步。

图5(d)~(f)是在  $E_B = E_C = 52.4$  即驱动、响应系统同时处于超混沌态时,分别用闲频光、信号光、双模3种耦合方式所得的响应系统的最大李雅普诺夫指数随耦合强度的变化曲线:闲频光单向耦合时  $\eta_1 = 0$ ,在整个闲频光耦合常数( $\eta_2$ )范围内  $\lambda_{\max} > 0$  [图5(d)],无法实现非简并光学参变振荡器的超混沌同步;图5(e)显示的是信号光单向耦合的结果,此时  $\eta_2 = 0$ ,信号光耦合常数  $0.25 < \eta_1 < 0.37$  时,响应系统的最大李雅普诺夫指数值小于0,可以实现响应系统的超混沌同步;而双耦合单向驱动法时  $\eta_1 = -\eta_2 = \eta$ ,由图5(f)得出,在  $0.15 < \eta < 0.35$  时,响应系



统  $\lambda_{\max} < 0$  可实现响应系统的超混沌同步, 此时能够实现超混沌同步的耦合常数范围有一定的扩大。

下面利用系统的相图及时间序列图对超混沌同步结果进行验证。

在  $E_A = 52.4, E_B = E_C = 15.4$  时, 闲频光单向耦合无法实现超混沌同步。因此考虑其他两种方式。信号光耦合时取  $\eta_1 = 0.264, \eta_2 = 0$ , 在这种情况下同

步结果如图 6(a), (b) 所示。其中图 6(a) 为超混沌同步的相图, 图 6(b) 为达到同步后响应系统的超混沌吸引子, 此时  $B, C$  在超混沌系统的驱动下由混沌态走向超混沌态并达到同步。图 6(c), (d) 分别是信号光和双模耦合 ( $\eta_1 = -\eta_2 = \eta = 0.264$ ) 的同步弛豫过程, 对比看出, 双模耦合同步能够大大缩短同步所需的时间, 加快了同步速度。

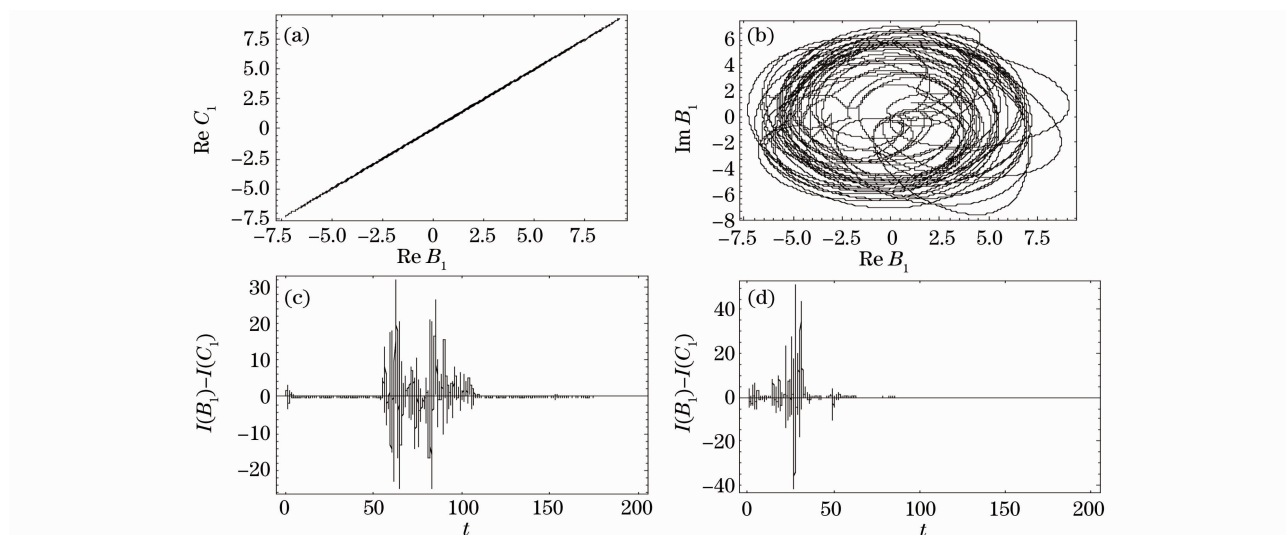


图 6 (a)  $B, C$  系统的相位同步, (b) 同步后  $B$  的超混沌吸引子, (c) 信号光耦合法的同步弛豫过程, (d) 双模耦合法的同步弛豫过程

Fig. 6 (a) Phase synchronization of  $B$  and  $C$ , (b) hyper-chaotic attractor of  $B$  after synchronization, (c)  $I(B_1) - I(C_1)$  of signal-wave coupling, (d)  $I(B_1) - I(C_1)$  of two-mode coupling versus  $t$

$E_A = E_B = E_C = 52.4$  时, 3 个系统均处于超混沌态, 信号光单向耦合时取耦合常数  $\eta_1 = 0.2, \eta_2 = 0$ , 图 7(a) 为响应系统  $B, C$  间的相位关系, 图 7(b)

$I(B_1) - I(C_1)$  是系统  $B$  的超混沌吸引子, 均看出这时并不能实现超混沌同步。而利用双模单向耦合法, 取  $\eta_1 = -\eta_2 = \eta = 0.2$  相图结果如图 7(c) 所示,

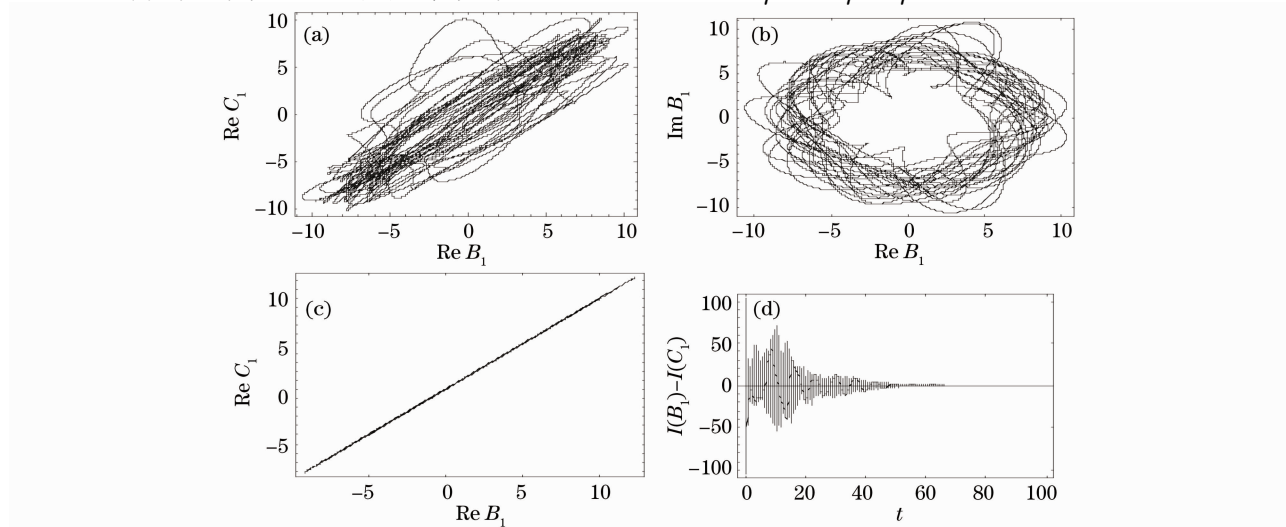


图 7 (a) 信号光耦合法  $B, C$  的相位关系, (b) 响应系统  $B$  的超混沌吸引子, (c) 双模耦合时  $B, C$  的相位同步, (d) 双模耦合同步弛豫过程

Fig. 7 (a) Phase relation between  $B$  and  $C$  of signal-wave coupling, (b) hyper-chaotic attractor of  $B$ , (c) synchronization of  $B$  and  $C$  of two-mode coupling, (d)  $I(B_1) - I(C_1)$  versus  $t$

图 7(d)是此时的同步弛豫过程,可以看出利用双模耦合法能够实现响应系统的超混沌同步。

以上非简并光学参变振荡器的同步结果表明,闲频光单向耦合法只能实现非简并光学参变振荡器系统的混沌同步,不能实现超混沌同步。信号光单向耦合和双模耦合控制法均可以实现非简并光学参变振荡器的混沌和超混沌同步,与信号光耦合结果相比,双模耦合同步能够扩大实现同步的耦合常数范围。

## 4 结 论

通过单向耦合驱动法实现了非简并光学参变振荡器的混沌及超混沌同步。使用闲频光单向耦合法实现了非简并光学参变振荡的混沌同步,同步弛豫时间较长。使用信号光单向耦合法能够得到较好的混沌同步的结果,但超混沌同步效果并不好。双模单向耦合法能够实现非简并光学参变振荡的混沌以及超混沌同步,获得相对较好的超混沌同步结果。系统的相图、时间序列图同步结果和理论相符。

非简并光学参变振荡器具有更为复杂的动力学行为,因此研究它的混沌以及超混沌同步,对于其在保密通信以及其他领域的应用具有更为重要的意义。用单向耦合驱动法实现的超混沌同步效果不是很好,可进一步考虑其他的同步方式,以达到更好的超混沌同步效果。

## 参 考 文 献

- Louis M. Pecora, Thomas L. Carroll, Synchronization in chaotic systems[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(8): 821~824
- Wang Xuebing, Zhang Linhua, Li Chuandong. Synchronization of chaotic systems and its application in secure communication [J]. *Application Research of Computers*, 2007, **24**(5): 127~129, 132  
汪学兵, 张林华, 李传东. 混沌同步及其在保密通信中的应用 [J]. *计算机应用研究*, 2007, **24**(5): 127~129, 132
- Liu Hu, Zhang Shujing, Dong Decun *et al.*. Synchronization controlling of chaotic systems and its application in secure communication[J]. *Process Automation Instrumentation*, 2001, **22**(10): 17~18, 21  
刘 虎, 张树京, 董德存 等. 高维混沌同步控制及其在保密通信中的应用[J]. *自动化仪表*, 2001, **22**(10): 17~18, 21
- Wu Danhui, Li Qianghua, Song Lingfang. Application research on the chaos synchronization self-maintenance characteristic to secret communication [J]. *Chin. J. Quant. Electron.*, 2006, **23**(4): 511~515  
兀旦晖, 李强华, 宋玲芳. 混沌同步自保持特性在保密通信中的应用研究[J]. *量子电子学报*, 2006, **23**(4): 511~515
- Yan Senlin. Theoretical studies on chaotic semiconductor laser dual-directional secure communication system [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(11): 1503~1509  
颜森林. 半导体激光器混沌双向保密通信系统理论研究[J]. *中国激光*, 2005, **32**(11): 1503~1509
- Liao Tehlu, Tsai Shinhwa. Adaptive synchronization of chaotic systems and its application to secure communications[J]. *Chaos, Soliton. Fract.*, 2000, **11**(9): 1387~1396
- Lic D., Liao X. F.. Lag synchronization of hyper-chaos with application to secure communications [J]. *Chaos, Soliton. Fract.*, 2005, **23**(1): 183~193
- Feng X. Q., Shen K.. Anti-control of chaos on the degenerate optical parametric oscillator [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(19): 4455~4459  
冯秀琴, 沈 柯. 简并光学参量振荡器混沌反控制[J]. *物理学报*, 2006, **55**(19): 4455~4459
- Feng X. Q., Shen K.. Phase synchronization and anti-phase synchronization of chaos for degenerate optical parametric oscillator[J]. *Chin. Phys.*, 2005, **14**(8): 1526~1532
- He Xiangang, Zhou Ping, Cheng Xuefeng. Synchronization of degenerate optical parametric oscillator with different system parameter [J]. *Piezoelectrics & Acousto-optics*, 2008, **30**(2): 173~176, 179  
何先刚, 周 平, 程雪峰. 系统参数不同的简并光学参量振荡器之间的混沌同步[J]. *压电与声光*, 2008, **30**(2): 173~176, 179
- Huang Qiong, Chen Qianbin, Li Yuanbin. Synchronization of degenerate optical parametric oscillator [J]. *Semiconductor Optoelectronics*, 2007, **28**(1): 90~93, 97  
黄 琼, 陈前斌, 李元斌. 简并参量振荡器的同步[J]. *半导体光学*, 2007, **28**(1): 90~93, 97
- Ma Jun, Jin Wuyin, Li Yanlong. Chaotic signal-induced dynamics of degenerate optical parametric oscillator [J]. *Chaos, Soliton. Fract.*, 2008, **36**(2): 494~499
- Pettiaux N. P., Li R. D., Paul M.. Instabilities of the degenerate optical parametric oscillator [J]. *Opt. Commun.*, 1989, **72**(3~4): 256~260
- Gao Jiangrui, Xie Changde, Peng Kunchi. Squeezing of pump light reflected from triply OPO [J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, **19**(11): 1447~1451  
郭江瑞, 谢常德, 彭堃焯. 三模共振光学参量振荡腔抽运场的压缩[J]. *光学学报*, 1999, **19**(11): 1447~1451
- Fei Jia, Guo Qizhi. Instabilities of nondegenerate optical parametric oscillator [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(7): 1930~1937  
费 佳, 郭奇志. 非简并光学参变振荡器的不稳定性研究[J]. *光学学报*, 2009, **29**(7): 1930~1937
- Tian Xiaohua, Fei Jia, Guo Qizhi. The influence of driving field on dynamical characteristics in non-degenerate optical parametric oscillator [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1441~1446  
田晓华, 费 佳, 郭奇志. 驱动场对非简并光学参变振荡器动力学特性的影响[J]. *光学学报*, 2010, **30**(5): 1441~1446
- Tian Xiaohua, Guo Qizhi. Controlling chaos in non-degenerate optical parametric oscillator [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1761~1766  
田晓华, 郭奇志. 非简并光学参变振荡器的混沌控制[J]. *光学学报*, 2010, **30**(6): 1761~1766