

# 经典驱动 Tavis-Cummings 模型中原子纠缠特性的研究

韩 美 张英杰 夏云杰

(曲阜师范大学物理系山东省激光偏光与信息技术重点实验室, 山东 曲阜 273165)

**摘要** 研究了受经典场驱动的两个二能级原子与单模腔场相互作用系统中两原子的纠缠动力学行为。该工作主要是对原子间的偶极子-偶极子(偶偶)相互作用和经典场驱动同时存在的 Tavis-Cummings 模型进行了研究,采用数值计算的方法,详细分析了经典场的驱动强度、原子间的偶偶相互作用强度和原子与腔场之间的失谐量对原子纠缠特性的影响。同时讨论了原子与腔场共振和非共振两种情况下,原子间偶偶相互作用和经典场驱动强度的最优参数区域。结果表明,适当调节经典场的驱动强度,原子间的偶偶相互作用强度和原子与腔场之间的失谐量,可以使原子的纠缠突然死亡现象得到抑制。

**关键词** 量子光学;量子纠缠;部分转置矩阵负本征值;偶极子-偶极子(偶偶)相互作用;经典场驱动

**中图分类号** O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0427002

## Entanglement Characteristics of Two Entangled Atoms in Classical Driven Tavis-Cummings Model

Han Mei Zhang Yingjie Xia Yunjie

(Shandong Provincial Key Laboratory of Laser Polarization and Information Technology, Department of Physics, Qufu Normal University, Qufu, Shandong 273165, China)

**Abstract** The dynamical behaviors of two entangled two-level atoms, which interact with a single-mode cavity field and driven by the classical field are investigated. The Tavis-Cummings model in which the dipole-dipole interaction between two atoms and the classical driven strength exists simultaneously is studied. By means of numerical calculations, we analyze the effect of the classical field driven strength, dipole-dipole interaction between two atoms and the detuning between atoms and cavity field on the entanglement dynamical properties of two atoms. Meanwhile, we discuss the optimal region of dipole-dipole interaction between two atoms and the classical field driven strength in the case of resonance and offresonance between atoms and cavity field. The result shows that when we choose the appropriate conditions, the phenomenon of entanglement sudden death can be inhibited.

**Key words** quantum optics; quantum entanglement; negative eigenvalues of the partial transposed matrix; dipole-dipole interaction; the classical field driven

**OCIS codes** 270.0270; 270.5565; 270.5585

## 1 引 言

量子纠缠<sup>[1]</sup>是量子信息的基本概念,在量子计算和量子信息科学中占有举足轻重的地位,可以实现量子信息处理<sup>[2]</sup>中的量子隐形传态、量子编码及

量子纠错和量子密钥分配等。腔量子电动力学(QED)是产生纠缠态的一个非常便利的工具,因此人们对腔 QED 做了广泛深入的研究<sup>[3~10]</sup>。近来,人们对腔 QED 系统中原子纠缠动力学行为有了很

收稿日期: 2010-09-01; 收到修改稿日期: 2010-11-17

基金项目: 国家自然科学基金(10774088, 10947006)和高等学校博士学科点专项科研基金(20093705110001)资助课题。

作者简介: 韩 美(1987—),女,硕士研究生,主要从事量子光学和量子通信等方面的研究。

E-mail: huanzhonghuofa1987@163.com

导师简介: 夏云杰(1963—),男,博士,教授,主要从事量子光学和量子通信等方面的研究。

E-mail: yjxia@mail.qfnu.edu.cn(通信联系人)

大的兴趣。而在实际情况下,量子系统不可避免的环境发生作用,导致量子系统发生退相干,并最终破坏整个系统必要的纠缠。文献[11,12]在研究退相干机制时发现:初始处于纠缠态但没有相互作用的两个二能级原子分别与两个真空场相互作用时,两个原子间的纠缠能够在有限的时间内完全消失,这个现象称为纠缠突然死亡<sup>[13,14]</sup>。该现象在两个纠缠原子与共同的真空场相互作用模型<sup>[15]</sup>中也会出现。纠缠的突然死亡会对量子信息处理过程造成影响,故目前有很多工作去寻求抑制该现象发生的方案<sup>[16~18]</sup>。人们发现经典场对原子的驱动强度可以有效影响原子间的纠缠<sup>[19~21]</sup>,如 Zhang 等<sup>[19]</sup>研究了强驱动下两腔场中两个二能级原子的纠缠演化特性,要求在强驱动的特殊条件下,经典驱动强度不可调。文献[20]研究了在耗散腔中,可调经典驱动场对二能级原子与腔场之间的纠缠的控制,继而又利用经典驱动场对双 Jaynes-Cummings 模型中两原子的纠缠控制进行了研究<sup>[21]</sup>,文献[22]研究 Tavis-Cummings 模型中偶极子-偶极子(偶偶)相互作用和原子与腔场之间的失谐对原子纠缠的影响,发现原子间的偶偶相互作用可以有效的抑制两原子的纠缠死亡现象,在实验上也实现了对原子偶偶相互作用的有效控制<sup>[23,24]</sup>。但以往的工作均没有对原子间的偶偶相互作用和经典场驱动同时存在的 Tavis-Cummings 模型进行研究。

对 Tavis-Cummings 模型,只有在两原子间的距离大于腔场波长的条件下,原子间的偶偶相互作用才会被忽略,所以一般情况下考虑原子间的偶偶相互作用是非常必要的。由于计算的困难,在以往的工作中均没有对原子间的偶偶相互作用和经典驱动场同时存在时的原子纠缠演化特性进行研究,故

本文主要研究了存在原子间偶偶相互作用情形下经典驱动 Tavis-Cummings 模型中两原子的纠缠演化特性,采用部分转置负本征值的方法<sup>[25]</sup>度量两原子的纠缠。并且讨论了在原子与腔场发生共振和非共振相互作用两种情况下,原子间的偶偶相互作用和经典驱动强度的最优参数区域。同时还发现了一些有趣的现象,在该模型中随着原子与腔场之间失谐量或经典驱动强度的增大,两原子的纠缠先出现减小趋势,然后随着失谐量和经典驱动强度的继续增大,两原子的纠缠逐渐增大至初始纠缠附近。而在特殊情况下,无经典场驱动且原子间偶偶相互作用一定时,随着原子与腔场之间失谐量的增大,两原子纠缠却是逐渐提升至初始纠缠附近的。同时,该模型中两原子的纠缠演化规律与受经典驱动场作用且无原子间偶偶相互作用的演化模型<sup>[21]</sup>相比较,得出了不同的结果。在文献[21]中,经典驱动强度只能调节两原子发生纠缠死亡的时间,但并没有提升两原子的纠缠。此外,本文通过对原子间偶偶相互作用对两原子纠缠演化特性的分析,也得到了比文献[26]更加详细的结果,即在无经典场的驱动且原子与腔场之间的失谐量一定时,随着原子间偶偶相互作用的增大,两原子的纠缠先减小然后逐渐提升至初始纠缠附近。

## 2 理论模型

考虑受经典场驱动的两个二能级原子与单模腔场相耦合的系统,假设两原子之间的距离小于腔场的波长,因而原子的偶偶相互作用不可忽略,系统的哈密顿量为(取  $\hbar=1$ )

$$H = \omega a^\dagger a + \sum_{j=1,2} \frac{\nu_j}{2} \sigma_j^\pm + W^{xx} (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_1^- \sigma_2^+) + g \sum_{j=1,2} (\sigma_j^+ a + \sigma_j^- a^\dagger) + \Omega \sum_{j=1,2} [\exp(-i\omega_L t) \sigma_j^+ + \exp(i\omega_L t) \sigma_j^-], \quad (1)$$

式中两原子本征跃迁频率为  $\nu_j$  ( $j=1,2$ ),  $a^\dagger$  和  $a$  分别为腔场的产生、湮没算符。 $|e_j\rangle$  和  $|g_j\rangle$  为第  $j$  个二能级原子的激发态和基态,则  $\sigma_j^+ = |e_j\rangle\langle g_j|$  和  $\sigma_j^- = |g_j\rangle\langle e_j|$  分别为原子的自旋上升、下降算符。 $g$  为原子和腔的耦合系数, $\omega_L$  为经典驱动场的频率, $\Omega$  是经典场的驱动强度, $W^{xx}$  为原子之间的偶偶相互作用强度。

利用幺正变换  $R_1 = \exp[-i\omega_L (\sigma_1^+ + \sigma_2^+) t/2]$  将系统的哈密顿量转换到旋转坐标系中,由  $R_1^\dagger \sigma_j^\pm R_1 = \sigma_j^\pm \exp(\pm i\omega_L t)$  得到的有效哈密顿量为

$$H' = R_1^\dagger H R_1 - i R_1^\dagger \frac{\partial R_1}{\partial t}, \quad (2)$$

即

$$H' = \omega a^\dagger a + \sum_{j=1,2} \frac{\delta_j}{2} \sigma_j^\pm + W^{xx} (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_1^- \sigma_2^+) + g \sum_{j=1,2} [\sigma_j^+ \exp(i\omega_L t) a + \sigma_j^- \exp(-i\omega_L t) a^\dagger] + \Omega \sum_{j=1,2} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-), \quad (3)$$

令

$$H'_1 = \omega a^\dagger a + g \sum_{j=1,2} [\sigma_j^+ \exp(i\omega_L t) a + \sigma_j^- \exp(-i\omega_L t) a^\dagger] + W^{xx} (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_1^- \sigma_2^+), \quad (4)$$

$$H'_2 = \sum_{j=1,2} \frac{\delta_j}{2} \sigma_j^z + \Omega \sum_{j=1,2} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-), \quad (5)$$

式中  $\delta_j = \nu_j - \omega_L$ , 利用文献[27] 中的方法将  $H'_2$  对角化

$$H'_2 = \sum_{j=1,2} \frac{\lambda_j}{2} \bar{\sigma}_j^z, \quad (6)$$

式中  $\lambda_j = \sqrt{\delta_j^2 + 4\Omega^2}$ ,  $\bar{\sigma}_j^z = |E_j\rangle\langle E_j| - |G_j\rangle\langle G_j|$ , 此处  $|E_j\rangle$  和  $|G_j\rangle$  是着衣态。

$$|E_j\rangle = \cos \frac{\alpha_j}{2} |e_j\rangle + \sin \frac{\alpha_j}{2} |g_j\rangle, \quad |G_j\rangle = -\sin \frac{\alpha_j}{2} |e_j\rangle + \cos \frac{\alpha_j}{2} |g_j\rangle, \quad (7)$$

式中  $\alpha_j = \arctan(\Omega/\delta_j)$ 。为了计算的简便, 取  $\delta_j = 0$ , 有  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ ,  $\nu = \omega_L$  且  $\alpha_j = \pi/2$ , 即考虑原子共振驱动的情况。此时,  $H'_2$  的对角化表象变为  $\{|E_j\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_j\rangle + |g_j\rangle), |G_j\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|e_j\rangle + |g_j\rangle)\}$ 。  $H'$  在着衣表象中, 利用旋转波近似去掉了能量不守恒的项, 得到

$$H' = \omega a^\dagger a + \sum_{j=1,2} \frac{\lambda_j}{2} \bar{\sigma}_j^z + g \sum_{j=1,2} \frac{1}{2} [\bar{\sigma}_j^+ \exp(i\omega_L t) a + \bar{\sigma}_j^- \exp(-i\omega_L t) a^\dagger] + \frac{1}{2} W^{xx} [\bar{\sigma}_1^z \bar{\sigma}_2^z + \bar{\sigma}_1^+ \bar{\sigma}_2^- + \bar{\sigma}_1^- \bar{\sigma}_2^+ - \bar{\sigma}_1^+ \bar{\sigma}_2^+ - \bar{\sigma}_1^- \bar{\sigma}_2^-]. \quad (8)$$

再次进行旋转坐标变换  $R_2 = \exp[i\omega_L (\bar{\sigma}_1^z + \bar{\sigma}_2^z) t / 2]$ , 利用旋转波近似去掉高频振荡项, 得到的有效哈密顿量为

$$H = \omega a^\dagger a + \sum_{j=1,2} \frac{\lambda_j + \omega_L}{2} \bar{\sigma}_j^z + g \sum_{j=1,2} \frac{1}{2} (\bar{\sigma}_j^+ a + \bar{\sigma}_j^- a^\dagger) + \frac{1}{2} W^{xx} [\bar{\sigma}_1^z \bar{\sigma}_2^z + \bar{\sigma}_1^+ \bar{\sigma}_2^- + \bar{\sigma}_1^- \bar{\sigma}_2^+]. \quad (9)$$

由于在么正变换变化下不会影响系统的纠缠, 因此此处进行的  $R_1$  和  $R_2$  变换不会影响对两原子纠缠特性的研究。

### 3 数值计算与分析

由于考虑的是两个子系统构成的混合系统的混合态, 故采用了部分转置矩阵的负本征值判断纠缠的方法, 即对于用密度矩阵  $\rho$  表示的两个子系统, 纠缠可以用部分转置矩阵的负本征值来定义

$$N(\rho) = 2 \max\{0, -\lambda_{\min}\}, \quad (10)$$

式中  $\lambda_{\min}$  是部分转置矩阵  $\rho^{T_A}$  的最小负本征值, 若  $N=0$ , 说明两个子系统是分离的; 若  $N=1$ , 则说明两个子系统处于最大纠缠; 若  $0 < N < 1$ , 两个子系统是纠缠的。

初始两原子处于纠缠态, 此时腔场处于粒子数态  $|n\rangle$

$$\psi(0) = (\sin \theta |ge\rangle + \cos \theta |eg\rangle) \otimes |n\rangle, \quad (11)$$

令  $|0\rangle = |G\rangle$ ,  $|1\rangle = |E\rangle$ , 转化到着衣表象后

$$\psi(0) = -\frac{1}{2} (\sin \theta + \cos \theta) |00n\rangle + \frac{1}{2} (\sin \theta - \cos \theta) |01n\rangle - \frac{1}{2} (\sin \theta - \cos \theta) |10n\rangle + \frac{1}{2} (\sin \theta + \cos \theta) |11n\rangle, \quad (12)$$

则随着时间的演化,  $t > 0$  时刻的系统的整体态矢可以表示为

$$|\psi(t)\rangle = c_1 |00n\rangle + c_2 |00n+1\rangle + c_3 |00n+2\rangle + c_4 |01n-1\rangle + c_5 |01n\rangle + c_6 |01n+1\rangle + c_7 |10n-1\rangle + c_8 |10n\rangle + c_9 |10n+1\rangle + c_{10} |11n-2\rangle + c_{11} |11n-1\rangle + c_{12} |11n\rangle. \quad (13)$$

由薛定谔方程

$$i \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = H' |\psi(t)\rangle, \quad (14)$$

根据初始条件可得任意时刻两原子与腔场共同态矢

量  $|\psi(t)\rangle$  的系数  $c_i (i = 1 \sim 12)$ 。本文主要研究了两原子间的纠缠量随各个体系参数的演化特性, 故约化掉量子腔场自由度, 得到两原子的约化密度矩阵

$\rho_{12}$ 。利用(10)式,通过数值计算,可得到两原子的纠缠演化量  $N_{12}$ 。在下面讨论的两二能级原子的纠缠演化规律中,把原子的初态取为最大纠缠态(即  $\theta = \pi/4$ ),腔场处在粒子数态  $|2\rangle$ 。

图1通过调节经典场的驱动强度  $\Omega$  给出了在原子与腔场之间的失谐量  $\Delta$  和原子间偶偶相互作用  $W^{xx}$  一定时,两原子纠缠随时间的演化特性。由于实际情况下原子间的偶偶相互作用很小,因此我们研究此种情况下原子的纠缠演化。考虑原子和腔场共振的情况,由图1(a),(b)可以看出,不管有无原子间的偶偶相互作用,适当的调节经典场的驱动强度,均可以有效的抑制纠缠死亡现象的发生。随着经典场的驱动强度的增大,两原子间的纠缠得到整体提升,最终维持在初始纠缠附近周期振荡。所以在原子和腔场共振情况下,随着经典驱动强度的增大,两原子的纠缠量逐渐提升至初始纠缠附近。

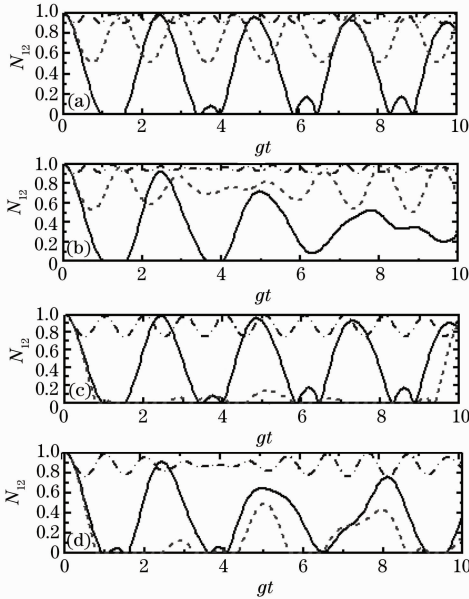


图1 两原子的纠缠随时间的演化。(a)  $\Delta = 0, W^{xx} = 0$ ,  
(b)  $\Delta = 0, W^{xx} = 1$ , (c)  $\Delta = 4, W^{xx} = 0$ ,  
(d)  $\Delta = 4, W^{xx} = 1$

Fig. 1 Evolution of two atoms entanglement versus time.

(a)  $\Delta = 0, W^{xx} = 0$ , (b)  $\Delta = 0, W^{xx} = 1$ ,  
(c)  $\Delta = 4, W^{xx} = 0$ , (d)  $\Delta = 4, W^{xx} = 1$

当原子与腔场之间存在失谐时,考虑原子间的偶偶相互作用和不考虑原子间的偶偶相互作用,此两种情况下,随着经典驱动强度的增大,两原子的纠缠量先减小,使得两原子较长时间处于退纠缠状态,然后随着经典驱动强度的继续增大,两原子的纠缠量逐渐提升至初始纠缠附近。由图1(d)可以看出,当存在原子间的偶偶相互作用时,从  $\Omega = 1$  的纠缠

演化曲线可以看出,原子纠缠振荡的起伏很大,出现了较短时间的纠缠死亡;而在  $\Omega = 2$  时,原子纠缠振荡的起伏变小,并且两原子出现较长时间的纠缠死亡现象。也就是说在经典驱动强度较小时,随着经典驱动强度的增大,会伴随着纠缠死亡现象的产生,使得两原子的纠缠较长时间处于退纠缠状态。而当经典驱动强度增加到一定数值后,继续增大经典驱动强度,两原子的纠缠死亡现象将会得到抑制,如在  $\Omega = 5$  时,两原子之间的纠缠整体得到提升,在初始纠缠附近振荡。考虑不存在原子间偶偶相互作用的情况,如图1(c)所示,该条件下,经典驱动强度对两原子间纠缠的影响与存在原子间偶偶相互作用的情况[图1(d)]类似。由于经典驱动场更容易操作和控制,因此,可以在不同的条件下,通过适当调节经典场的驱动强度来很好的提升纠缠和抑制腔中原子的纠缠死亡现象。

图2给出了在原子与腔场之间的失谐量  $\Delta$  和经典驱动强度  $\Omega$  一定时,两原子间的偶偶相互作用  $W^{xx}$  对两原子纠缠演化特性的影响。首先考虑原子与腔场发生共振相互作用的情况,在经典驱动场的作用下,由图2(b)可知,对于给定的经典驱动场强度,适当调节原子间的偶偶相互作用可有效抑制原子间的纠缠死亡现象,可以提升两原子间的纠缠。而当不存在经典场的驱动时,即使原子间的偶偶相互作用强度很大,两原子间的纠缠在演化过程中也不会得到整体提升,如图2(a)中  $W^{xx} = 12$  所示,此时两原子间的纠缠仍可减小到较小的纠缠量。由图2(a)和图2(b)纠缠演化曲线可知,在原子与腔场共振情况下,无论有无经典场的驱动,通过适当调节原子间的偶偶相互作用强度,均可以抑制两原子的纠缠死亡现象。

原子与腔场发生非共振相互作用的情况下,无论有无经典驱动场的作用,当原子间的偶偶相互作用调整到一定数值后均可提升两原子间的纠缠,形成周期振荡,如图2(c),(d)中  $W^{xx} = 12$  的纠缠演化曲线所示。在无经典驱动场作用时,图2(c)中  $W^{xx} = 12$  的曲线,两原子纠缠振荡的幅度较大;而存在经典驱动场的作用时,两原子的纠缠振荡幅度较小[图2(d)中  $W^{xx} = 12$  的曲线]。可见,存在经典驱动场作用的情况下,调节原子间的偶偶相互作用可以使原子间的纠缠更好的保持在初始纠缠附近。在图2(c)中,当  $W^{xx} = 1$  时,两原子的最小纠缠维持在较大数值上,而当  $W^{xx} = 5$  时,两原子间的最小纠缠衰减至零附近,可见当原子与腔场之间存在失谐量

同时不受经典驱动场的作用时,在原子间的偶偶相互作用不大的情况下,增大原子间的偶偶相互作用将使原子发生退纠缠,在  $W^{xx} = 12$  时,两原子间的纠缠随之提升,可见,在此种情况下,随着原子间偶偶相互作用的增大,两原子的纠缠量先减小,随后纠缠量逐渐提升至初始纠缠附近。对比图 2(d) 中  $W^{xx} = 1, W^{xx} = 5$  和  $W^{xx} = 12$  的 3 条纠缠演化曲线,可发现当原子与腔场之间有失谐并且同时受经典驱动场的作用时,随着原子间偶偶相互作用的增大,两原子将脱离退纠缠状态并且最终提升至初始纠缠附

近。对比图 2(a) 和图 2(c) 可以看出,在不受经典驱动场的作用时,随着原子间偶偶相互作用的增大,原子与腔场之间的失谐量对两原子纠缠演化规律的影响很大,而对比图 2(b) 和图 2(d),在有经典驱动场作用时,随着原子间偶偶相互作用的增大,原子与腔场之间的失谐量则基本不影响两原子纠缠演化的规律。在考虑经典驱动的 Tavis-Cummings 模型的情况下得到了与文献[23]不同的结果,更加详细的分析了原子间的偶偶相互作用对原子纠缠的影响。

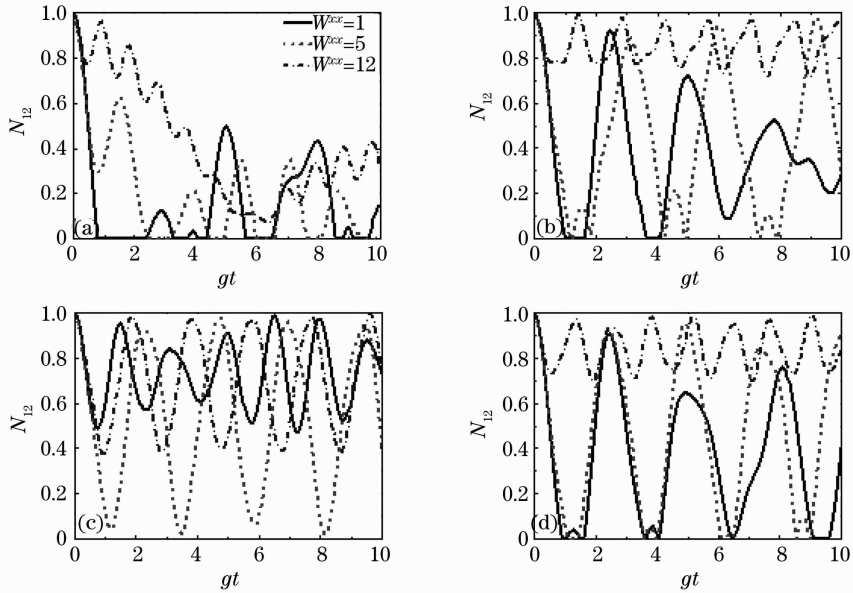


图 2 两原子的纠缠随时间的演化。(a)  $\Delta = 0, \Omega = 0$ , (b)  $\Delta = 0, \Omega = 1$ , (c)  $\Delta = 4, \Omega = 0$ , (d)  $\Delta = 4, \Omega = 1$

Fig. 2 Evolution of two atoms entanglement versus time. (a)  $\Delta = 0, \Omega = 0$ , (b)  $\Delta = 0, \Omega = 1$ , (c)  $\Delta = 4, \Omega = 0$ , (d)  $\Delta = 4, \Omega = 1$

图 3 通过调节原子与腔场之间的失谐量  $\Delta$  给出了在两原子间的偶偶相互作用  $W^{xx}$  和经典场的驱动强度  $\Omega$  一定时,两原子的纠缠随时间的演化特性。图 3(a) 描述的是在存在经典驱动场作用和原子间偶偶相互作用的条件下,原子与腔场之间的失谐量对两原子纠缠演化特性的影响。比较  $\Delta = 1$  和  $\Delta = 2$  的曲线可知,随着原子与腔场之间失谐量的增大,原子纠缠将发生长时间的死亡现象;而在  $\Delta = 10$  时,存在较大的原子与腔场之间的失谐量,此时可提升两原子的整体纠缠。可见,在存在经典驱动场的作用和原子间的偶偶相互作用的情况下,随着原子与腔场之间失谐量的增大,两原子的纠缠先减小,继而提升至最大纠缠附近。只存在原子间的偶偶相互作用时,随着原子与腔场之间失谐量的增大,两原子间的纠缠死亡现象逐渐消失,最终提升两原子的整体纠缠,因此随着原子与腔场之间的失谐量的增大,

两原子的纠缠逐渐提升[图 3(b)]。若只受经典驱动场的作用,两原子的纠缠随时间的演化如图 3(c) 所示,此种情况下,原子与腔场之间的失谐量对两原子纠缠的影响和图 3(a) 描述的同时存在原子间的偶偶相互作用和经典驱动场作用时原子与腔场之间的失谐量对两原子纠缠演化的影响类似。通常在不考虑经典驱动场的作用和原子间偶偶相互作用的理论模型中,随着原子与腔场之间的失谐量的增大,原子纠缠在演化过程中会整体增加<sup>[28]</sup>,所以我们得到的结果对以前工作进行了合理的补充。

由于经典场的驱动强度和原子间的偶偶相互作用都对原子纠缠产生了影响,因此产生了是否存在一个最优参数区域,在此参数范围内两原子的纠缠量较大这样一个问题,为了解释这个问题,分别在原子与腔场共振和非共振两种情况下给出了在  $t = 1$  时两原子的纠缠量  $N_{12}$  随原子间的偶偶相互作用

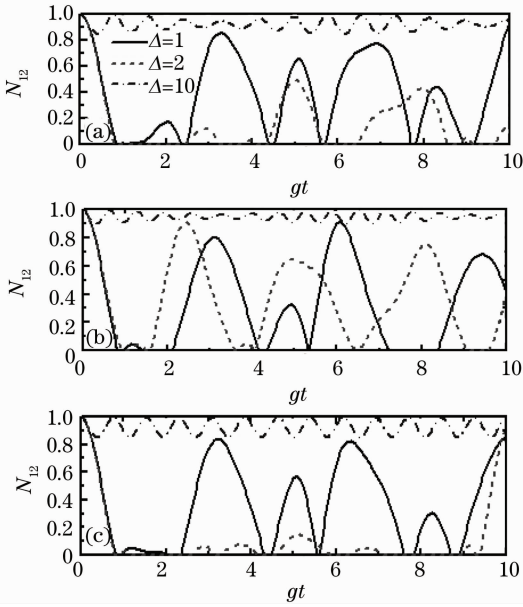


图 3 两原子的纠缠随时间的演化。(a)  $\Omega = 1, W^{xx} = 1$ , (b)  $\Omega = 0, W^{xx} = 1$ , (c)  $\Omega = 1, W^{xx} = 0$

Fig. 3 Evolution of two atoms entanglement versus time.

(a)  $\Omega = 1, W^{xx} = 1$ , (b)  $\Omega = 0, W^{xx} = 1$ , (c)  $\Omega = 1, W^{xx} = 0$

$W^{xx}$  和经典驱动强度  $\Omega$  的三维纠缠变化图, 如图 4(a), (b) 所示。为了更清晰地看到最优参数的区域范围, 在三维图的下面给出了其三维图的俯视图, 其中白色区域代表原子纠缠死亡区, 灰色区域代

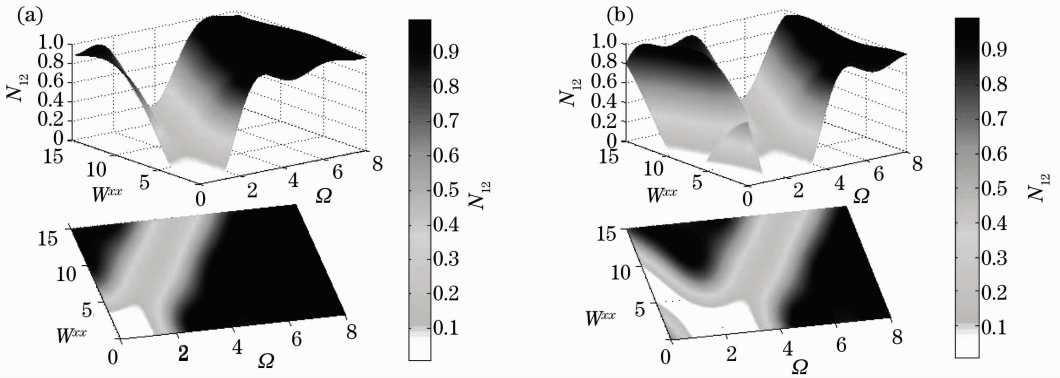


图 4 两原子的纠缠随  $W^{xx}$  和  $\Omega$  的三维变化图。(a)  $\Delta=0$ , (b)  $\Delta=4$

Fig. 4 Evolution of two atoms entanglement versus  $W^{xx}$  and  $\Omega$ . (a)  $\Delta=0$ , (b)  $\Delta=4$

## 4 结 论

主要研究了受经典场驱动的两二能级原子与单模腔场相互作用系统中两原子的纠缠动力学行为, 通过系统状态波函数的计算和两原子纠缠演化特性的分析, 详细的分析了经典场的驱动强度、原子间的偶偶相互作用强度和原子与腔场之间的失谐量对原子纠缠的影响, 通过适当的调节这 3 个参量可抑制

表原子纠缠较小区, 黑色区域代表最优参数区。考虑原子与腔场共振的情况, 如图 4(a) 所示, 由此图可以看到, 当原子间的偶偶相互作用和经典场的驱动强度不大时, 两原子的纠缠出现了突然死亡现象 [图 4(a) 中的白色区域]; 当继续增大原子间的偶偶相互作用或经典场的驱动强度时, 将会抑制两原子的纠缠死亡现象。同样从图 4(a) 中还可以看出, 当这两个参数值选在图中的灰色区域时, 两原子的纠缠量较小; 适当的调节这两个参量, 即可使得两原子的纠缠提升至最大纠缠附近, 如图 4(a) 中的黑色区域所示。再考虑原子与腔场非共振的情况, 由图 4(b) 可以看到, 当原子间的偶偶相互作用和经典场的驱动强度很小时, 两原子并没有发生纠缠突然死亡现象。这说明当原子间的偶偶相互作用和经典场的驱动强度均不是很大时, 原子与腔场之间的失谐量可以有效的提升两原子的纠缠; 而增大这两个参量, 两原子却出现了纠缠突然死亡现象 [图 4(b) 中的白色区域], 随着这两个参量的继续增大, 可抑制原子的纠缠死亡现象。并且在适当的条件下, 可使得原子纠缠提升至最大纠缠附近 [图 4(b) 中的黑色区域]。可见, 原子间的偶偶相互作用和经典场的驱动强度选择在最优参数区域内时, 两原子的纠缠量均接近最大纠缠, 且纠缠振荡的起伏较小。

原子纠缠死亡现象的发生, 提升原子的整体纠缠, 最终在初始纠缠附近形成周期振荡。在该模型中随着原子与腔场之间失谐量或经典驱动强度的增大, 两原子的纠缠先减小, 然后随着失谐量和经典驱动强度的继续增大, 两原子的纠缠逐渐增大至初始纠缠附近。如果选择两原子的初态为最大纠缠态时, 两原子的纠缠将最终维持在最大纠缠附近, 该纠缠演

化幅度较小,对量子信息处理有一定的参考意义。同时该模型更加详细的分析了原子间的偶偶相互作用对原子纠缠的影响,对以往的工作做了合理的补充。原子与腔场发生非共振相互作用下,无经典驱动的两原子随着原子间的偶偶相互作用的增大,两原子的纠缠先减小后提升至初始纠缠附近。总之,本文对两原子与腔的相互作用的纠缠问题进行了研究,对纠缠态的制备和量子远程通信等领域的研究具有一定的参考意义。

### 参 考 文 献

- 1 Y. Zhang, W. C. Cao, G. L. Long. Creation of entanglement with nonlocal operations[J]. *Commun. Theor. Phys.*, 2005, **44**(4): 625~630
- 2 L. K. Grover. Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **79**(2): 325~328
- 3 M. D. Du, M. F. Fang, X. Liu. Sudden birth of entanglement between two atoms in a double J-C model[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(5): 443~445
- 4 Lai Zhenjiang, Zhang Li, Liu Baoping *et al.*. The phase properties of the field in atoms and light filed coupling system with phase dissipation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2730~2736
- 赖振讲, 张 利, 刘宝平等. 相位耗散原子光场耦合系统中光场的相位特性[J]. *光学学报*, 2010, **30**(9): 2730~2736
- 5 Lu Daoming. Effect of selective atomic measurement on quantum properties of light field[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1804~1808
- 卢道明. 选择原子测量对光场量子特性的影响[J]. *光学学报*, 2010, **30**(6): 1804~1808
- 6 Zheng Naiqing. The squeezing properties of a two-mode cavity field resonantly interacting with a three-level V-type atom [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(1): 257~261
- 郑乃清. 双模腔场与一个 V 型三能级原子共振相互作用的压缩特性[J]. *光学学报*, 2010, **30**(1): 257~261
- 7 Zheng Xiaolan, Chen Zihong. Nonclassical properties of fields in pair coherent states interacting with two two-level atoms[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(10): 3054~3058
- 郑小兰, 陈子翊. 对相干态与原子作用后非经典性质的演化[J]. *光学学报*, 2010, **30**(10): 3054~3058
- 8 F. Han, Y. J. Xia. Sudden death of entanglement in the two-mode cavity field[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2010, **8**(2): 231~235
- 9 Li Yueke, Zhang Guiming, Gao Yunfeng. Cavity field spectrum of Jaynes-Cummings model and measurement of field qubit[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(4): 1184~1187
- 李悦科, 张桂明, 高云峰. J-C 模型腔场谱与光场量子比特的探测[J]. *光学学报*, 2010, **30**(4): 1184~1187
- 10 Z. Ficek. Quantum entanglement and disentanglement of multi-atom systems[J]. *Front. Phys. China*, 2010, **5**(1): 26~81
- 11 W. Dur, H. J. Briegel. Interference of an array of independent Bose-Einstein condensates[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(18): 180403
- 12 O. Gühne, F. Bodosky, M. Blaauuboer. Multiparticle entanglement under the influence of decoherence[J]. *Phys. Rev. A*, 2008, **78**(6): 060301
- 13 T. Yu, J. H. Eberly. Finite-time disentanglement via spontaneous emission[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(14): 140404
- 14 T. Yu, J. H. Eberly. Quantum open system theory: bipartite aspects[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **97**(14): 140403
- 15 Z. X. Man, Y. J. Xia, N. B. An. On conditions for atomic entanglement sudden death in cavity QED[J]. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2008, **41**(8): 085503
- 16 Y. J. Zhang, Z. X. Man, Y. J. Xia *et al.*. Entanglement sudden death in band gaps[J]. *Eur. Phys. J. D.*, 2010, **58**(3): 397~401
- 17 S. Maniscalco, F. Francia, R. L. Zaffino *et al.*. Protecting entanglement via the quantum zeno effect [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **100**(9): 090503
- 18 Cai Xunming, Fan Menghui. The entanglement of two atoms in a coherent field of time-varying frequency[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(9): 2570~2576
- 蔡勋明, 范梦慧. 频率变化的相干态光场中两原子纠缠演化[J]. *光学学报*, 2009, **29**(9): 2570~2576
- 19 Y. J. Zhang, Z. X. Man, Y. J. Xia. Atomic entanglement sudden death in a strongly driven cavity QED system[J]. *J. Phys. B: At. Opt. Phys.*, 2009, **42**(9): 095503
- 20 J. S. Zhang, J. B. Xu. Control of the entanglement of a two-level atom in a dissipative cavity via a classical field[J]. *Opt. Commun.*, 2009, **282**(13): 2543~2546
- 21 J. S. Zhang, J. B. Xu. Controlling entanglement sudden death and birth in cavity QED[J]. *Opt. Commun.*, 2009, **282**(17): 3652~3655
- 22 L. Chen, X. Q. Shao, S. Zhang. The influences of dipole-dipole interaction and detuning on the sudden death of entanglement between two atoms in the Tavis-Cummings model [J]. *Chin. Phys. B.*, 2009, **18**(3): 0888~0893
- 23 R. Löw, R. Gati, J. Stuhler *et al.*. Probing the light-induced dipole-dipole interaction in momentum space [J]. *Europhys. Lett.*, 2005, **71**(2): 214~220
- 24 C. S. E. van Ditzhuijzen, A. F. Koenderink, J. V. Hernández *et al.*. Spatially resolved observation of dipole-dipole interaction between Rydberg atoms[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **100**(24): 243201
- 25 K. Audenaert, M. B. Plenio, J. Eisert. Entanglement cost under positive-partial-transpose-preserving operations[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**(2): 027901
- 26 Shan Chuanjia, Xia Yunjie. The entanglement character of two entangled atoms in Tavis-Cummings model [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(4): 1585~1590
- 单传家, 夏云杰. Tavis-Cummings 模型中两纠缠原子纠缠的演化特性[J]. *物理学报*, 2006, **55**(4): 1585~1590
- 27 Y. X. Liu, C. P. Sun, F. Nori. Scalable superconducting qubit circuits using dressed states[J]. *Phys. Rev. A*, 2006, **74**(5): 052321
- 28 Y. J. Zhang, Z. X. Man, Y. J. Xia. Non-Markovian effects on entanglement dynamics in lossy cavities[J]. *Eur. Phys. J. D.*, 2009, **55**(1): 173~179