第 31 卷 第 4 期
2011 年 4 月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 31, No. 4
April, 2011

基于矩量法分析准光学波段的分形频率选择表面

王珊珊[1,2] 高劲松[1] 冯晓国[1] 梁凤超[1] 赵晶丽[1]

[1] 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所，中国科学院光学系统先进制造技术重点实验室，吉林 长春 130033
[2] 中国科学院研究生院，北京 100049

摘要 在准光学系统中，频率选择表面(FSS)主要作为高效分离准光学高斯波束的无源滤波器运用于多频率信道。利用分形结构局部与整体的自相似性将分形理论应用于 FSS 领域，将分形结构作为 FSS 的周期单元使单屏 FSS 具有多频谐振的特性，从而实现简易、多频无源带通滤波器件的设计。以常见的十字单元为例，经过递归产生二阶十字分形单元，结合 Floquet 周期理论和边界条件应用矩量法对分形 FSS 的传输特性进行理论分析与设计，获得在准光学波段 58 GHz 和 145 GHz 处谐振的单屏 FSS，谐振频率的透射率均大于 95%。通过分析改变分形 FSS 的结构参数对其传输特性的影响，得出二阶十字 FSS 的第一谐振频率 f_1 主要由原始单元臂长 L_1 决定而第二谐振频率 f_2 对迭代单元臂长 L_2 较敏感，f_1 的传输特性较稳定的设计规律。考察了电磁波入射角度与极化方式变化时十字分形 FSS 频率响应的稳定性。

关键词 表面光学；频率选择表面；分形单元；多频谐振；矩量法

中图分类号 TN975 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0416001

Design Methods of Fractal Frequency Selective Surface Based on Quasi-Optical Waveband

Wang Shanshan[1,2] Gao Jinsong[1] Feng Xiaoguo[1] Liang Fengchao[1] Zhao Jingli[1]

[1] *Key Laboratory of Optical System Advanced Manufacturing Technology, Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Science, Changchun, Jilin* 130033, *China*
[2] *Graduate University of Chinese Academy of Science, Beijing* 100049, *China*

Abstract Frequency selective surface (FSS) is mainly used as passive filters to separate optical Gaussian beam in quasi-optical system. The multiband FSS on single screen can be designed using self-similar fractal elements as periodic cells. Take cross element for example we can obtain second-order cross fractal element by recursive algorithm. The method of moments is employed to characterize the transmission properties of fractal band-pass FSS combining with Floquet's periodic theory and boundary conditions. The transmissivity of multiband FSS with resonant frequencies of 58 GHz and 145 GHz are all above 95%. After analyzing the influence of changing the structural parameters of fractal FSS on its transmission characteristic, it is known that the first resonant frequency f_1 is decided by the arm length L_1 of the original element and the second resonant frequency f_2 is sensitive to the arm length L_2 of the iterative element, the stability of the transmission characteristics of f_1 is better than f_2. We examine the stability of the fractal FSS frequency response when changing the incident angle and polarization of the electromagnetic wave.

Key words optics at surfaces; frequency selective surface; fractal elements; multiband resonant frequencies; method of moments

OCIS codes 160.3918; 230.4000; 240.6700

收稿日期：2010-07-02；**收到修改稿日期**：2010-11-03

基金项目：中国科学院国防创新基金(CXJJ-149)资助课题。

作者简介：王珊珊(1983—)，女，博士研究生，主要从事频率选择表面等功能性材料方面的研究。
E-mail: michaela1031@hotmail.com

导师简介：高劲松(1968—)，男，博士，研究员，主要从事光学薄膜及隐身材料等方面的研究。
E-mail: gaojs@ciomp.ac.cn

1 引　　言

频率选择表面(FSS)是由特定形状的谐振单元沿一定方向排列形成的周期性阵列平面结构，是一个对电磁波的入射角、极化方式和频率均有选择作用的空间滤波器，它在电磁频谱的各个波段都有着广泛的应用[1~3]。在准光学系统中，FSS主要作为高效分离准光学高斯波束的无源滤波器运用于多频率信道。1996年，美国发射的极轨气象卫星中的辐射计AMSU-B就使用了FSS以完成将入射的高斯波分成3束不同频率段的波束输出[3]。近年来，随着现代通信技术的迅速发展，对通信设备集成化、高效化的要求越来越明显。相应的，结构简单且具备多频谐振特性的FSS也成为研究热点。

分形结构的起始单元与迭代单元间具有自相似性，利用这一特性将分形结构作为周期单元应用于FSS领域使单屏FSS具有多频谐振的特性，不仅可以通过调整单元的迭代比例得到实际需要的多通带分束器，还可以取代级联FSS等复杂结构满足通信设备的简易、集成化要求。国外自1991年起，Parker等[4]对分形结构在多频谐振器件中的应用进行探索研究，取得了一定的研究成果；国内大多应用特性研究成熟的单元，对前沿关注度较低，所以对于分形FSS这种精细复杂的单元至今仍无高效准确的设计方法。

本文以常见的十字单元为例，用递归算法生成二阶十字单元，结合Floquet定理与边界条件应用矩量法对十字分形FSS的电磁特性进行理论计算和设计，定量地分析了分形FSS的结构参数对其频率响应特性的影响并考察了当电磁波入射角度和极化方式改变时该结构的角度稳定性和极化稳定性。通过研究周期单元各尺寸参数对FSS频率响应特性的影响规律，为分形FSS的设计提供了设计指导和经验参考。

2 单元模型及理论分析方法

2.1 分形单元的几何模型

图1为二阶十字分形单元的示意图及结构参数，十字分形单元可以直接由递归算法进行二次迭代生成，单元在x,y方向的周期大小均为2 mm，原始单元臂长$L_1=1.8$ mm，二阶单元臂长$L_2=0.8$ mm，迭代比例$F=0.44$，两者臂宽相等$W=0.125$ mm，单元的相似性维数为$D=\ln4/\ln2.25=1.71$。对于规则的FSS单元，谐振频率可依据单元尺寸进行估算，以十字孔径单元为例，谐振波长约为臂长的2倍，按照该方法估算及上述单元参数，十字分形单元的谐振频率f_0约为83 GHz和187.5 GHz。FSS的承载基底选用低损耗的覆铜聚酰亚胺薄膜(PI)，其相对介电常数$\varepsilon=0.29$，正切损耗$\tan\delta=0.005$，厚度$d=0.02$ mm；周期单元采用正方形栅格排布方式，电磁波电场矢量垂直于入射平面入射。

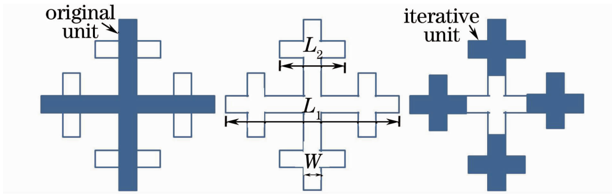

图1　二阶十字分形FSS单元几何示意图

Fig. 1　Geometry of the second-order cross fractal FSS element

2.2 理论计算方法

图2为电磁波激励FSS的参数示意图，FSS屏置于x-y平面，$\boldsymbol{k}_0$为入射电磁波波矢，T_x和T_y对应x与y方向的周期，θ是入射波与FSS屏法线方向的夹角，而φ是波矢方向在x-y平面的投影与x轴方向的夹角。假设入射电磁波为均匀平面波，FSS是二维无限大周期结构，根据Floquet周期定理，电磁波入射时会激励起无限个TE或TM本征模式和相应的空间谐波使散射场可表示为一无穷谐波求和，所以可以将反射场和透射场展开成带有未知系数Floquet模的无穷级数形式。另外还要假设电磁波入射到FSS单元时，每个单元具有等同的振幅，这利于有效确定二维周期结构的并矢格林函数[5]。结合阻抗边界条件：

$$\begin{bmatrix} E_x^{\mathrm{s}}(x,y) \\ E_y^{\mathrm{s}}(x,y) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_x^{\mathrm{i}}(x,y) \\ E_y^{\mathrm{i}}(x,y) \end{bmatrix} - Z_{\mathrm{s}} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} = 0, \quad (1)$$

就可以建立起周期单元的电场与其表面感应电流的联系，进而得到描述导电单元表面电流分布的电场积分方程(EFIE)：

$$\begin{bmatrix} E_x^{\mathrm{i}}(x,y) \\ E_y^{\mathrm{i}}(x,y) \end{bmatrix} = \frac{2\pi}{\mathrm{j}\omega\varepsilon_0 T_x T_y} \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} k_0^2-\alpha_m^2 & -\alpha_m\beta_n \\ -\alpha_m\beta_n & k_0^2-\beta_n^2 \end{bmatrix} \times \widetilde{\boldsymbol{G}}(\alpha_m\beta_n) \begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{J}}_x(\alpha_m,\beta_n) \\ \widetilde{\boldsymbol{J}}_y(\alpha_m,\beta_n) \end{bmatrix} \exp(\mathrm{j}\alpha_m x)\exp(\mathrm{j}\beta_n y) - Z_{\mathrm{s}} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中

$$\alpha_m = \left(\frac{2m\pi}{T_x}\right) + k_x^{\mathrm{i}}, \tag{3}$$

$$\beta_n = \left(\frac{2n\pi}{T_y}\right) + k_y^{\mathrm{i}}, \tag{4}$$

式中 Z_s 为金属屏波阻抗，假设FSS金属层是理想导电层，则 $Z_s=0$。E_x 与 E_y 是电场在 x，y 方向上的分量，同理，K_x 与 K_y 是波矢的分量，上标 s 与 i 分别对应散射场和入射场，m，n 为 Floquet 模谐因子，m，$n=-\infty,\cdots,-1,0,1,\cdots,+\infty$。

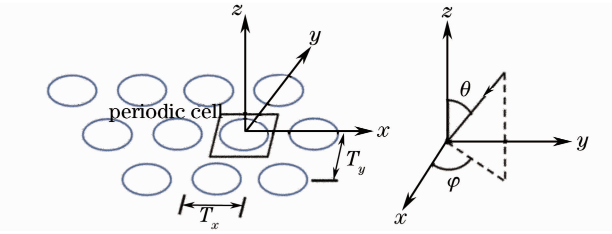

图 2 电磁波激励时 FSS 参数示意图

Fig. 2 FSS paramter diagrams with electromagnetic-wave stimulation

对于论文中涉及的单屏 FSS 散射体是非常薄的物体，这类物体上表面未知等效电流的方程和对应的物体下表面未知等效电流方程是一样的，这样组成的方程是式奇异的，不可求解。但是在电场离散积分方程中，可以将上表面未知数加上其对应的下表面未知数作为新的未知数，这样未知数的个数就从 n 减为 $n/2$，由于对应于上表面未知数的 $n/2$ 个方程是线性无关的，因此新引入的未知数可以解出，而离散磁场积分方程则不具有上述性质。因此，对于非常薄的散射体，只能应用电场积分方程。

将感应电流 J_x 与 J_y 用 roof-top 基函数[5~7]展开(检验函数形式与基函数相同)，电流分布如图 3 所示，若将周期单元离散为 $N\times M$ 个，则由快速傅里叶变换(FFT)得到感应电流表达式为

$$J_x = \sum_{m=-M/2}^{M/2-1} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} I_x(n,m) B_x(n,m), \tag{5}$$

$$J_y = \sum_{m=-M/2}^{M/2-1} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} I_y(n,m) B_y(n,m), \tag{6}$$

式中 $I_x(n,m)$ 与 $I_y(n,m)$ 为电流分布函数，$B_x(n,m)$ 与 $B_y(n,m)$ 分别为 x，y 方向上的子域电流基函数：

$$B_x(n,m) = \Lambda(n+1/2)\Pi(m), \tag{7}$$

$$B_y(n,m) = \Pi(n)\Lambda(m+1/2), \tag{8}$$

对于 roof-top 离散：

$$\Pi(m) = \begin{cases} 1, \ |y-m\Delta y| \leqslant \dfrac{\Delta y}{2} \\ 0, \ |y-m\Delta y| > \dfrac{\Delta y}{2} \end{cases}, \tag{9}$$

$$\Lambda(n) = \begin{cases} 1-\dfrac{|x-n\Delta x|}{\Delta x}, & |x-n\Delta x| \leqslant \Delta x \\ 0. & |x-n\Delta x| > \Delta x \end{cases} \tag{10}$$

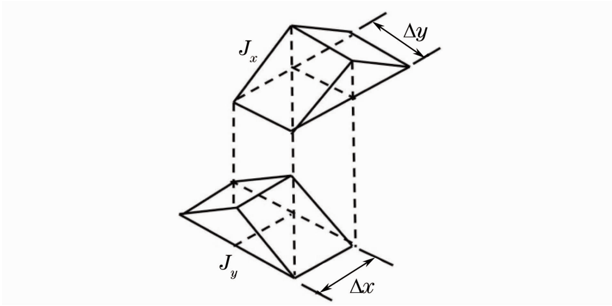

图 3 roof-top 基函数电流分布

Fig. 3 Current distribution of roof-top basic function

很明显，子域外的单元权重均等于零。利用波导模函数的正交性将积分方程转化为矩阵方程，应用伽略金矩量法求解(2)式，即可得到周期单元上的未知电场，进而可以得到周期表面的未知电流，最终求出单屏 FSS 的透射系数或反射系数。

FSS 的理论分析方法主要有矩量法[8~10]、有限元法和时域有限差分法，由于矩量法允许先计算一个单元的辐射特性后再将结构周期扩展，而其它方法则需对整个结构进行剖分，所以计算分形单元这种精细复杂单元时，矩量法可有效节省时间。

3 数值结果分析

3.1 多频谐振特性

周期结构的谐振频率与单元尺寸是直接相关的，单元的电流分布与单元外边长有关，单元的宽度不仅决定了 FSS 的谐振带宽，还很大程度上决定了单元的末端电流分布。分形结构利用自身局部和整体的相似性及尺寸差异使分形单元具有多频谐振的特性，所以可以根据实际需要通过改变分形单元的迭代次数和迭代比例决定周期结构的通带个数和谐振频率。谐振频率及其透射率、-3 dB 带宽是衡量 FSS 传输特性的重要指标，主要对不同单元尺寸参数对分形 FSS 传输特性的影响进行分析。

由图 4 可知，当 $L_1=1.8$ mm，$L_2=0.8$ mm，$W=0.1$ mm 时，FSS 分别在准光学波段 58 GHz 和 145 GHz处谐振，具有非常明显的双频谐振特性，但与估算的谐振频点 83 GHz 和 187.5 GHz 差异较大，这主要是由于迭代单元与起始单元之间的耦合改变了臂长的有效电长度而造成的。另外，FSS 的承载基底也会影响中心频点的位置。图 4(a)为 L_1 变化、其

它参数不变时对 FSS 谐振频点及透射率的影响，相应的，图 4(b)为 L_2 变化，$L_1=1.8$ mm，$W=0.1$ mm 时的传输特性曲线；图 4(c)则对应于 W 变化，$L_1=1.8$ mm，$L_2=0.8$ mm。从传输曲线及表 1 中不难看出，当 L_1 从 1.7 mm 增至 1.9 mm 时，$f\propto 1/L$，FSS 的第一谐振频率 f_1 与第二谐振频率 f_2 分别向低频漂移了 5 GHz 和 4 GHz，透射率均变化较小，带宽变化趋势相反，f_1 带宽展宽了 3.35 GHz 而 f_2 带宽减小了 4.25 GHz，这是由于 L_1 的增大减小了原始单元的单元间距的同时减弱了迭代单元间的耦合作用所导致的；L_2 从 0.8 mm 减至 0.6 mm 时，f_1 向高漂移了 2 GHz，透射率基本不变，但 f_2 的传输特性恶化明显，中心频点向高漂移了 53 GHz 且透射率下降了 3 dB，对 L_2 的变化非常敏感；与 L_1，L_2 对 FSS 传输特性的影响相比，臂宽 W 变化的影响较小，f_1 与 f_2 分别变化了 3 GHz 和1 GHz，透射率基本不变，带宽分别变化了 3.37 GHz 和 1.85 GHz。由此可见，f_1 主要由 L_1 决定而 f_2 则对 L_2 较敏感，且 f_1 的传输特性较稳定，在实际应用中可依据这一特性通过适当调整原始单元与迭代单元的尺寸参数来得到所需谐振频点的分形 FSS 设计。表 1 的数据对应于图 4 的传输曲线，分别为臂长 L_1(或臂长 L_2、臂宽 W)变化，其它参数不变时 FSS 传输特性的主要衡量指标。

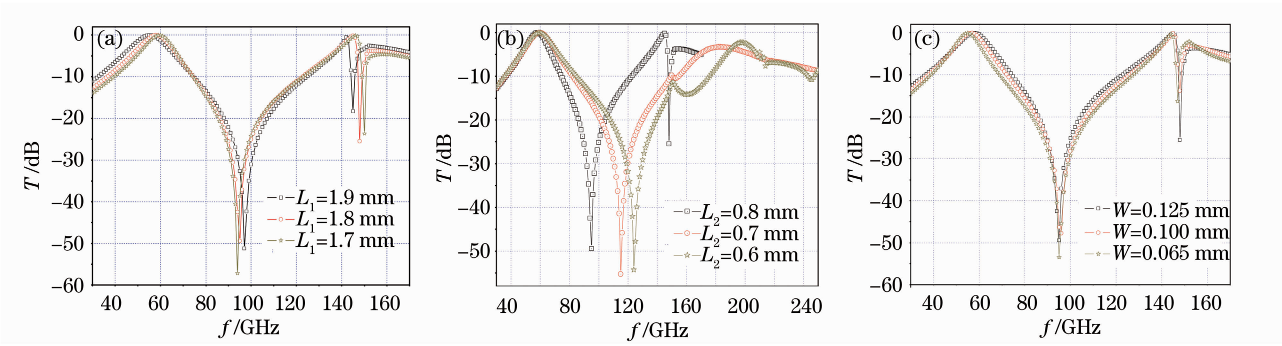

图 4　周期单元参数对 FSS 频率响应特性的影响。(a) L_1 的变化对 FSS 的影响，(b) L_2 的变化对 FSS 的影响，(c) W 的变化对 FSS 的影响

Fig. 4　Influence of the structural parameters of periodical cells the frequency response of FSS. (a) influence of different L_1, (b) influence of different L_2, (c) influence of different W on FSS

表 1　分形 FSS 不同结构参数对其传输特性的影响对比

Table 1　Comparison of the transmission characteristics affect by different structure parameters of fractal FSS

Structure parameters /mm		First resonant frequency			Second resonant frequency		
		f_1/GHz	T_1/dB	Bandwidth /GHz	f_2/GHz	T_2/dB	Bandwidth /GHz
L_1	1.7	60	−0.069	12.82	146	−0.131	8.43
	1.8	58	−0.046	14.07	145	−0.150	7.16
	1.9	55	−0.038	16.17	142	−0.549	4.18
L_2	0.6	60	−0.043	18.37	198	−2.27	—
	0.7	60	−0.039	17.37	183	−3.29	10.12
	0.8	58	−0.046	14.07	145	−0.15	7.16
W	0.065	55	−0.07	10.70	144	−0.28	5.31
	0.1	57	−0.063	12.55	145	−0.21	5.86
	0.125	58	−0.046	14.07	145	−0.15	7.16

3.2　角度稳定性及极化特性

FSS 的工程应用中经常涉及到一定角度范围入射的情况，而且入射电磁波极化方式的改变对 FSS 周期结构的传输特性影响有很大不同，因此在考虑分形 FSS 的中心频率对不同入射角度稳定性的同时还要考察 FSS 的极化稳定性。图 5 为电磁波垂直极化入射，角度分别为 0，20°和 30°时 FSS 的频率响应特性，单元尺寸参数如 3.1 节所述。当入射角度变化时，f_1 始终为 58 GHz 不变，f_2 由 145 GHz 增至 146 GHz；T_1 从−0.046 dB 减至−0.054 dB，T_2 则从−0.15 dB 减至−1.05 dB，分别减小了 0.008 dB 和 0.9 dB；f_1 带宽减小了4.11 GHz，随着入射角的增大，带宽大约以$\cos\theta$的比例减小，电磁波水平极化入射的情况相反，以 $1/\cos\theta$ 的比例增大。图 6 为 θ 在 0～360°范围内，谐振点 58 GHz 和 145 GHz 处在波源不同极化方式下的透射率，不论入射波以何种方式入射，

f_1 的透射率基本不变（$\theta=90°$时存在奇异点，能量流失严重），f_2 在 $\theta>60°$时透射率急剧下降，能满足实际工程应用需求，第一谐振频点的传输特性较第二谐振频点稳定。在 FSS 设计过程中还需关注栅瓣对传输特性的影响，在电磁波正入射时，FSS 在距离 $f_2=148$ GHz 处出现栅瓣，这是由于阻抗虚部出现奇异点而且实部发生变化，需要在栅瓣方向提供能量所引起的。栅瓣的出现对谐振频率的透射率及角度稳定性都有较大的影响，虽然栅瓣不可避免，但在一定程度上，可以通过缩小单元间距或改变单元排布方式来获得一个足够高的自由空间栅瓣起始频率。

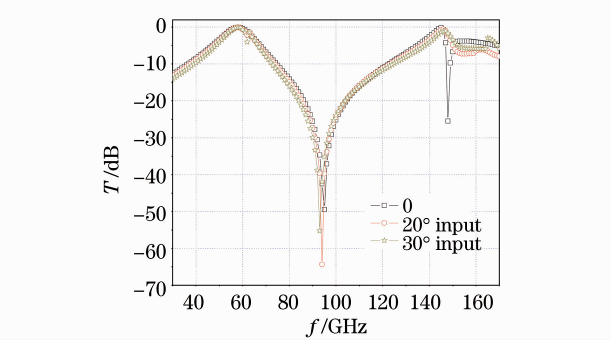

图 5 电磁波入射角改变时 FSS 的传输特性曲线

Fig. 5 Performance of FSS when θ changes

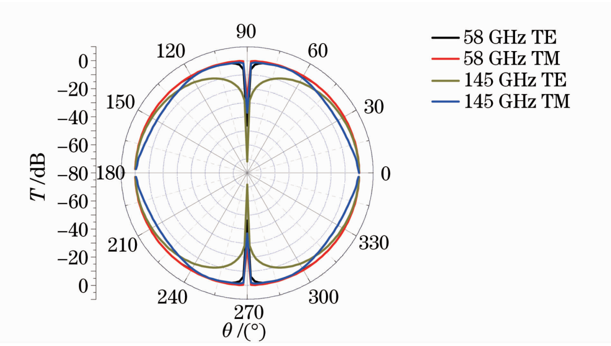

图 6 θ 改变时 58 GHz 和 145 GHz 处的透射率

Fig. 6 Transmission coefficient at 58 GHz and 145 GHz when θ changes

4 结 论

近年来，FSS 作为分离准光学高斯波束的无源滤波器有着越来越广阔的应用领域，利用分形单元的自相似性将分形理论应用于 FSS 领域，直接经过递归算法生成二阶十字 FSS 周期单元，得到在准光学波段 58 GHz 和 145 GHz 处双频谐振的单屏 FSS 设计，满足现代工程应用集成化、高效率等日益苛刻的要求。本文应用周期矩量法对 FSS 的传输特性进行理论分析，总结了十字分形单元尺寸参数对其频率响应特性的影响规律，不仅通过调节单元尺寸参数可得到 FSS 较高的传输系数，该结构还具有较好的角度稳定性和极化稳定性，为分形 FSS 的设计与应用提供了经验参考。

参 考 文 献

1 Jia Hongyan, Gao Jinsong, Feng Xiaoguo *et al.*. Novel composite element frequency selective surface[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(8): 1596～1600
贾宏燕，高劲松，冯晓国 等. 一种新型组合单元频率选择表面[J]. 光学学报，2008，**28**(8)：1596～1600

2 Lu Jun, Wang Jianbo. Research on asymmetric "Jerusalem" unit [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(5): 419～420

3 Zhu Huaxin, Feng Xiaoguo, Zhao Jingli *et al.*. Design of antireflection and band pass frequency selective surface combining coatings for ZnS optical window[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2766～2770
朱华新，冯晓国，赵晶丽 等. ZnS 光窗上增透与带通频率选择表面组合膜设计[J]. 光学学报，2010，**30**(9)：2766～2770

4 Jordi Romeu, Y. Rahmat-Samii. A fractal based FSS with dual band characteristics[J]. *Proc. IEEE Antennas and Propagation Soc. Int. Symp.*, 1999, **3**: 1734～1737

5 B. A. Munk. Frequency Selective Surface: Theory and Design [M]. NewYork: Wiley, 2000

6 Xiaoqiu Li, Jianmin Zhou, Jinsong Gao. Analysis, fabrication, and measurement of Y aperture element frequency selective surface[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(11): 660～661

7 Hongyan Jia, Jinsong Gao, Xiaoguo Feng *et al.*. Frequency selective surface with a flat topped passband[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(12): 715～716

8 Sheng Xinqing. Essentials of Computational Electromagnetics [M]. Beijing: Science Press, 2004. 133～134
盛新庆. 计算电磁学要论[M]. 北京：科学出版社，2004. 133～134

9 T. K. Wu. Frequency selective surface and grid array [M]. New York: Wiley, 1995