

基于 S 变换的解相技术研究

蒋模华 陈文静 郑志平

(四川大学电子信息学院光电系, 四川 成都 610064)

摘要 S 变换结合了窗口傅里叶变换和小波变换的优点, 是一种很有应用前景的时-频信号分析技术。相比窗口傅里叶变换, S 变换的窗口大小随频率调整, 具有良好的时-频分辨能力; 与小波变换相比, 它的时-频表示形式更加直观, 且与傅里叶频谱保持联系。在空间/时间方向上, 所有位置 S 变换谱的叠加构成完整的傅里叶谱, 而小波变换并不具备频谱的概念。讨论了一维 S 变换在基于条纹投影的光学三维测量中的应用, 研究了基于滤波方式的 S 变换轮廓术; 严格推导了条纹图的 S 变换表达式, 完善了基于“脊”处理思想的 S 变换轮廓术, 利用表达式中的调制度信息, 研究了基于调制度排序的可靠度相位展开算法在 S 变换轮廓术的应用; 讨论了一维广义 S 变换对条纹处理的影响。

关键词 测量; 光学三维测量; 条纹时频分析; S 变换; 相位计算

中图分类号 O438 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0412001

Research of phase demodulation technique based on S-Transform

Jiang Mohua Chen Wenjing Zheng Zhiping

(Opto-Electronic Department, School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Sichuan, Chengdu 610064, China)

Abstract S-transform is one of the time-frequency analysis techniques, which combines the advantage of windowed Fourier transform and wavelet transform. Compared with the windowed Fourier transform, S-transform has the perfect time-frequency resolution because its window size is adjusted by the variation of the frequency. Compared with the wavelet transform, the frequency concept of S-transform is clear because it relates to Fourier frequency of the signal. The complete Fourier spectrum can be constituted by superimposing S-transform coefficients along the direction of space/time, while the wavelet transform just calculates the similitude between the local fringe and the stretched wavelet function instead of obtaining the frequency distribution. The paper focuses on the application of S-transform in three dimensional optical measurement based on the structured light projection, and S-transform profilometry (STP) based on the filtering way is studied. The "ridge" theory of S-transform profilometry is completed. A strict expression of the S-transform of the deformed fringe pattern is given. The modulation map can be used to guide phase unwrapping algorithm, the application of which to S-transform profilometry is studied. We also discuss the effect of one-dimensional generalized S-transform on the fringe processing.

Key words measurement; three-dimensional optical measurement; time-frequency analysis of fringe; S-transform; phase calculation

OCIS codes 120.6650; 120.2650; 350.6980; 120.5050; 120.5060

1 引言

基于条纹投影的光学三维传感技术, 广泛用于工业零件检测、机器视觉、生物医学和服装设计等领域^[1]。分为基于多帧条纹处理的相移测量轮廓术和

基于单帧条纹处理的变换域轮廓术^[2], 它们各具特点和应用范围。傅里叶变换(FT)轮廓术是最常用的单帧条纹处理方法之一。傅里叶分析方法建立了信号空域/时域和频率域之间的联系, 虽然在频率域

收稿日期: 2010-08-28; 收到修改稿日期: 2010-10-08

基金项目: 国家自然科学基金(60838002, 60677028)资助课题。

作者简介: 蒋模华(1985—), 男, 硕士研究生, 主要从事光学三维传感方面的研究。E-mail: jmhkevin@163.com

导师简介: 陈文静(1968—), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事光学三维传感和光学信息处理方面的研究。

E-mail: chenwj0409@scu.edu.cn

可以达到很高的分辨率,但却丢失了空间位置信息,所以只适合于处理平稳信号。而在结构光投影的光学三维传感中,采集到的被测物体高度分布调制的变形条纹图是非平稳信号。当信号的非平稳度引起了有用的基频和其他频率成分之间的混叠时,就无法得到正确地基频信息,从而无法解调出准确的相位分布^[3~5]。傅里叶变换轮廓术存在的不足促进了信号时-频分析技术在条纹处理中的研究。常用的时-频分析方法有窗口傅里叶变换(WFT)^[6,7]、小波变换(WT)^[8~10]、Wigner-Ville分布以及S变换(ST)。S变换^[11]于1996年由Stockwell等提出,在十几年的发展中作为一种优秀的时-频信号分析技术被各个学科广泛应用。S变换与窗口傅里叶变换(高斯窗)和小波变换(Morlet小波)有密切相关,它可以从上述方法分别导出^[11~12]。相比窗口傅里叶变换,其窗口大小随频率调整,具有良好的时频分辨率;与小波变换相比,由于S变换因子可以视作由一个变形的高斯窗函数和傅里叶基函数构成,是对小波变换的一种相位修正,其变换系数是以Morlet小波为基本母小波的连续小波变换系数与一个指数相位因子的乘积。S变换同傅里叶变换存在联系,在窗口移动方向上,所有位置的S变换谱的叠加构成完整的傅里叶谱,而小波变换并不具备频谱的概念。近年来,一维S变换已用于条纹处理中^[13,14],但仅仅局限在基于“脊”处理的思想,且并未给出变形条纹S变换的严格表达式,也未充分利用S变换得到的丰富的信息。

论文讨论了基于滤波方式的S变换轮廓术;推导了基于“脊”处理的变形条纹图S变换的严格的数学表达式,利用表达式中的调制度信息,研究了基于调制度排序的可靠度相位展开算法在S变换中的应用,减小了相位展开误差的传递;通过引入一个窗口控制因子,改进了S变换轮廓术,提高了S变换轮廓术的精度。研究工作丰富和完善了S变换在基于条纹投影的光学三维测量中的应用。计算机模拟和初步试验验证了所提出方法的正确性。

2 S变换基本理论

S变换是窗口傅里叶变换和小波变换的延伸和发展,其变换形式为(以一维为例)^[1,12]

$$S(b, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \omega(b-x, f) \exp(-i2\pi fx) dx, \quad (1)$$

式中 $g(x)$ 为待分析信号, $\omega(b-x, f)$ 为尺度伸缩的高斯窗口函数。窗口的伸缩受到频率参数 $f (f > 0)$ 控制,表示为

$$\omega(b-x, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{f^2(b-x)^2}{2}\right], \quad (2)$$

式中 b 为空间移动因子,控制窗口中心在 x 轴方向的移动,窗宽 $\Delta x = \frac{\sqrt{2}}{2f}$,与频率成反比,在空域,信息集中在 $\left[b - \frac{\Delta x}{2}, b + \frac{\Delta x}{2}\right]$ 。根据傅里叶变换的定义,窗口函数可以表示为

$$\omega(b-x, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(\alpha, f) \exp[i2\pi\alpha(b-x)] d\alpha, \quad (3)$$

式中 $W(\alpha, f)$ 为 $\omega(x, f)$ 的傅里叶谱, α 是频率域变量。于是S变换也可以表示为

$$S(b, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \exp(-i2\pi fx) \times \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} W(\alpha, f) \exp[i2\pi\alpha(b-x)] d\alpha \right\} dx = \mathcal{F}^{-1}[G(\alpha+f)W(\alpha, f)], \quad (4)$$

式中 $G(\alpha)$ 为 $g(x)$ 的傅里叶变换, $W(\alpha, f) = \exp\left(-\frac{2\pi^2\alpha^2}{f^2}\right)$,依然为高斯窗,窗宽 $\Delta\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}f$,在 α 域的信息集中在 $\left[-\frac{\Delta\alpha}{2}, \frac{\Delta\alpha}{2}\right]$ 。可见信息在 x 域和 α 域都有良好的紧支性,可取得最小不确定度 $\Delta x \times \Delta\alpha = \frac{1}{2}$; S变换的时-频分辨率随频率移动而调整,在低频时,高斯窗在时间域较宽频率域较窄,因而有高的频率分辨率;反之亦然。如图1所示,以等高线分布表示的部分(图像中部)是位于图像底部的非平稳信号的S变换幅度谱,矩形框长和宽分别表示高斯窗在时间域和频率域的宽度,在不同位置矩形窗的面积是相等的。

根据(1)式,对一维信号进行S变换,在某一固定位置 b_0 , $S(b_0, f)$ 称为“局部频谱”,是关于 f 的一维函数;而根据(4)式,对于固定的频率 f_0 , $S(b, f_0)$ 称为“声音片段”,是关于位置 b 的一维信号,如图1中标示。S变换的时频信息与傅里叶频谱有着内在联系,所有位置“局部频谱”的叠加表示为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S(b, f) db =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\alpha + f)W(\alpha, f) \exp(-i2\pi ab) d\alpha db = \int_{-\infty}^{+\infty} G(\alpha + f)W(\alpha, f) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i2\pi ab) db \right] d\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} G(\alpha + f)W(\alpha, f) \delta_{\alpha,0} d\alpha = G(f). \quad (5)$$

可见利用 S 变换的二维分布可以构造出信号的频谱,由于在 S 变换中 $f > 0$,所以积分的结果表示信号傅里叶谱的正频率部分。小波变换并不存在频谱的概念。图 1 中右边频谱图是由 S 变换谱(零频被置为零)在 x 方向上叠加得到的频谱,与左边表示的信号的傅里叶变换谱是一样的。下面研究条纹分析中 S 变换解相方法。

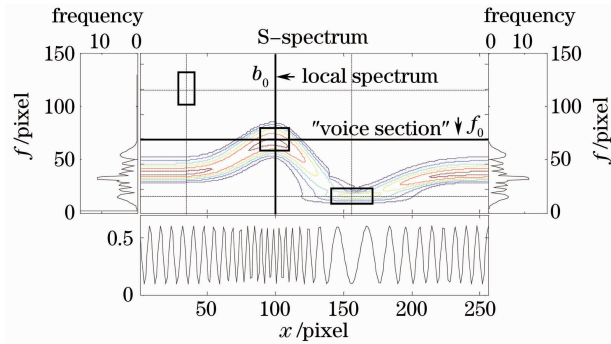


图 1 一维 S 变换理论

Fig. 1 Theory of one-dimensional ST

3 S 变换用于条纹分析

基于三角测量原理的光学三维面形测量装置如图 2 所示^[1,2],数字投影仪将正弦结构条纹投射到被测物体的表面上,在另一个方向上,CCD 获取受到物体表面高度分布调制的变形条纹图。其空间光场分布可以表示为

$$g(x, y) = I_0(x, y) \{1 + V(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)]\}, \quad (6)$$

式中 $I_0(x, y)$, $V(x, y)$ 分别表征背景光场和条纹对

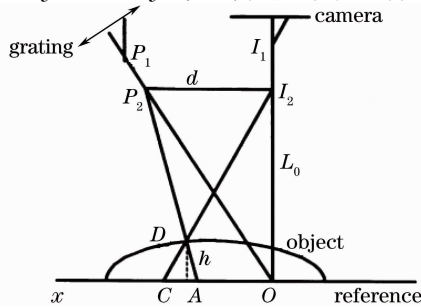


图 2 测量装置图

Fig. 2 Schematic of measuring set up

比度, f_0 为空间载频, $\varphi(x, y)$ 是由物体表面高度分布引起的相位调制。

3.1 S 变换的滤波解相方法

(6)式所示的正弦变形条纹图的傅里叶变换谱包含零频和正负基频三个分量(不考虑噪声和条纹非线性)。当它们之间发生频率混叠时,无法获得正确的基频分量^[3-5]。采用 S 变换,在全局信号出现频谱混叠时,可以对“局部频谱”单独进行滤波操作,由于“局部频谱”相对简单,从而避免频谱混叠导致的解相错误,即

$$\overline{G(f)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{S(b, f)} db, \quad (7)$$

式中 $\overline{S(b, f)}$ 表示滤波后得到的局部基频, $\overline{G(f)}$ 表示对局部基频叠加构造的频谱。在存在频谱混叠的情况下,由(7)式得到的基频信息比从信号傅里叶频谱滤波得到的基频更准确。特别是条纹图受到噪声污染时,这种局部滤波的处理方法也可以起到很好的抑制噪声作用。同窗口大小固定的短时傅里叶变换相比, S 变换有更好的时间和频率分辨率。

图 3 说明了 S 变换的滤波过程,图 3(a)的底部表示一个频率随时间变化,且包含噪声的信号;对其进行 S 变换,中部灰度如图所示。为了尽可能准确地滤除局部基频,又能很好地抑制噪声,本文设计了一个加权滤波器:“脊”附近的频率无衰减地通过,而过低的频率部分(通常为物体高度变换引起的条纹直流分量的扩展)和低频部分(对应噪声)被衰减,高频与低频具有不同的衰减速率,如图 3(b)所示。不对称的滤波器可以尽量保留条纹携带的物体轮廓信息。图 3(a)中两条白线代表不同位置的滤波窗的窗口位置和大小。随着位置的移动,叠加所有经滤波的频率分量,就得到需要的频率信息,图 3(a)右边的频率分布表示对 S 谱滤波后得到的频谱的叠加。将其同整个信号的傅里叶频谱的正半部分[图 3(a)中左边的频率分布所示]比较,可见由 S 变换的“局部频谱”可以重构出对应变形条纹的基频分量。

3.2 基于“脊”分析的 S 变换解相法

正弦变形条纹图中的任意行可以表示为

$$g(x) = I_0(x) \{1 + V(x) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x)]\}. \quad (8)$$

对其进行一维 S 变换,根据(1)式,当窗口滑动到 b 处时,对于固定频率 f , S 变换实际上是在高斯窗局部化后的傅里叶基的支撑集上进行。考虑到 $I_0(x)$

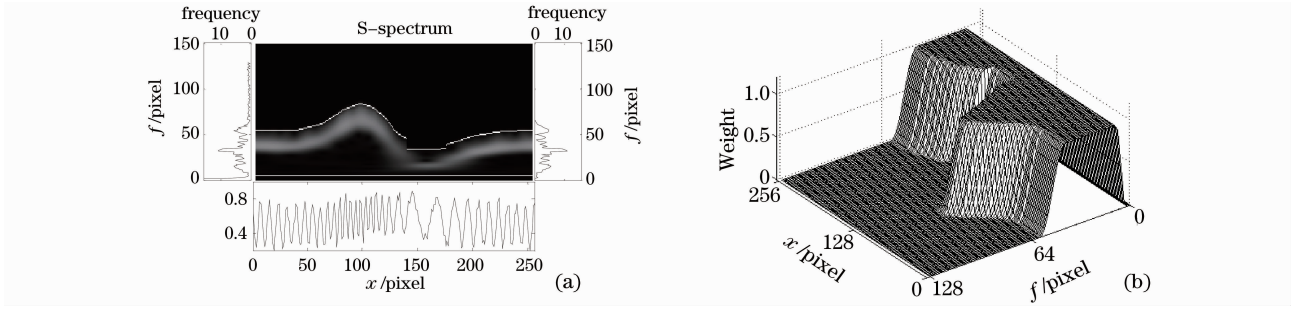


图 3 S 变换滤波。(a)滤波原理,(b)二维滤波器

Fig. 3 Filtering based on ST. (a) principle of filtering, (b) two-dimensional filter

和 $V(x)$ 的缓慢变化,在支撑集上可认为 $I_0(x) = I_0(b)$ 和 $V(x) = V(b)$; 在 b 处, $\varphi(x)$ 的泰勒级数的一级近似为

$$\varphi(x) = \varphi(b) + \varphi'(b)(x - b), \quad (9)$$

将(9)式代入(1)式,可以得到条纹的 S 变换的表达式为^[8,13]

$$S(b, f) = S_0(b, f) + S_1(b, f) + S_2(b, f), \quad (10)$$

式中

$$S_0(b, f) = I_0(b) \exp(-2\pi^2) \exp(-i2\pi fb), \quad (11)$$

$$S_1(b, f) = \frac{1}{2} I_0(b) V(b) \exp\left\{-\frac{2\pi^2}{f^2} \left[-f + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right]^2\right\} \exp\{-i[2\pi fb - 2\pi f_0 b - \varphi(b)]\}, \quad (12)$$

$$S_2(b, f) = \frac{1}{2} I_0(b) V(b) \exp\left\{-\frac{2\pi^2}{f^2} \left[-f - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right]^2\right\} \exp\{-i[2\pi fb + 2\pi f_0 b + \varphi(b)]\}. \quad (13)$$

因为 $f > 0$, $|S(b, f)|$ 取最大值时

$$f_b = f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}. \quad (14)$$

此时, $\exp\left\{-\frac{2\pi^2}{f^2} \left[-f - f_0 - \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right]^2\right\} = \exp\left(-\frac{2\pi^2}{f^2} \times 4\right)$, 而 $\exp(-2\pi^2) < 10^{-8} \approx 0$. 于是可定义 S 变换的“脊”为

$$S(b, f_b) = \frac{1}{2} I_0(b) V(b) \exp\left\{-\frac{2\pi^2}{f_b^2} \left[-f_b + f_0 + \frac{\varphi'(b)}{2\pi}\right]^2\right\} \exp\{-i[2\pi f_b b - 2\pi f_0 b - \varphi(b)]\}. \quad (15)$$

所以在“脊”处,有

$$\varphi'(b) = 2\pi(f_b - f_0). \quad (16)$$

对获得的相位梯度积分,可以得到自然相位,不需要相位展开过程。此方法称为频率积分法,由于积分过程会导致误差积累,该方法精度不高。

根据(15)式,还可以从 S 变换“脊”处的复指数函数中得到相位 $\varphi_S(b, f_b)$, 由下式表示:

$$\varphi_S(b, f_b) = \arctan\left\{\frac{\text{Im}[S(b, f_b)]}{\text{Re}[S(b, f_b)]}\right\} - [2\pi fb - 2\pi f_0 b - \varphi(b)]. \quad (17)$$

从而分离出 $\varphi(b)$, 由于计算 $\varphi_S(b, f_b)$ 用到了反正切,其结果截断在 $-\pi$ 到 π 之间,需要进行相位展开才可得到连续的相位分布:

$$\varphi(b) = O_{\text{unwrap}}[\varphi_S(b, f_b) + 2\pi(f_b - f_0)b], \quad (18)$$

式中 O_{unwrap} 表示相位展开操作。以上对于正弦变形条纹的 S 变换“脊”分析与连续小波变换提取相位的原理和过程相似。

3.3 S 变换中相位展开

变形条纹图中存在局部阴影、断裂和欠抽样等情况时,计算出的截断相位场是不完善的。此时相位展开所引入的误差与相位展开路径有关,为了把相位展开过程中引入的误差限制到局部区域,通常需要建立判断截断相位可靠度的物理量,称为可靠度判据。条纹的局部空间频率、调制度和信噪比等很多物理量可以成为可靠度判据^[15~17]。其中调制度信息是常用的可靠度判据。由(15)式可知, S 变换系数同条纹对比度(或称调制度)存在如下关系:

$$V(b) \propto |S(b, f)|. \quad (19)$$

可见条纹的 S 变换“脊”处的模可以作为调制度信息

来指导相位展开,使得 S 变换能更好用于复杂变形条纹图的解调。

4 改进的 S 变换方法

为了更好地利用 S 变换,研究了改进的 S 变换轮廓术。其基本思想是利用 Mansinha 等^[15]提出的广义高斯窗代替标准高斯窗来解调变形条纹图中的相位。简单的广义高斯窗可以通过一个时-频调节因子 γ_{GS} 来改变标准高斯窗的大小构成:

$$\omega(b-x, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}\gamma_{GS}} \exp\left[-\frac{f^2(b-x)^2}{2\gamma_{GS}^2}\right]. \quad (20)$$

$\gamma_{GS} > 1$ 时,整个 S 谱的时间分辨率下降频率分辨率提高; $\gamma_{GS} < 1$ 时,时间分辨率提高频率分辨率下降。 γ_{GS} 因子的引入,使得 S 变换在条纹处理中显得更灵活。可以根据需要调整时间或频率分辨率,得到更好的三维重建效果。

5 计算机模拟

为了验证上述 S 变换解相理论,本文进行了计算机模拟和初步试验。模拟的调制相位由 3.5 倍

peaks 函数表示,如图 4(a)所示,peaks 函数的表达式为

$$I_{\text{peaks}}(x, y) = 3(1-x)^2 \times \exp[-x^2 - (y+1)^2] - 10(x/5 - x^3 - y^5) \times \exp(-x^2 - y^2) - \frac{1}{3} \exp[-(x+1)^2 - y^2]. \quad (21)$$

考虑到背景光强和噪声的影响,模拟参考条纹和变形条纹图分别由以下两式表示:

$$I_{\text{re}} = 0.5 + 0.25 \times \cos\left(\frac{2\pi x}{p}\right) + n(x, y), \quad (22)$$

$$I_{\text{de}} = 0.5 + 0.2 \times \frac{I_{\text{peaks}}^{\text{Max}}}{I_{\text{peaks}}} + 0.25 \times \cos\left[\frac{2\pi x}{p} + 3.5 \times \text{peaks}(x, y)\right] + n(x, y). \quad (23)$$

式中 $I_{\text{peaks}}^{\text{Max}}$ 为 peaks 函数的最大值,载频为 $1/p = 1/(8 \text{ pixel})$, $n(x, y)$ 表示噪音分布。条纹尺寸为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$,加入 22 dB 噪音后变形条纹如图 4(b)所示。

验证 S 变换的滤波处理方法,并将其同傅里叶变换轮廓术、窗口傅里叶变换轮廓术进行对比。处理对象为图 4(b)表示的变形条纹中的 193 行。

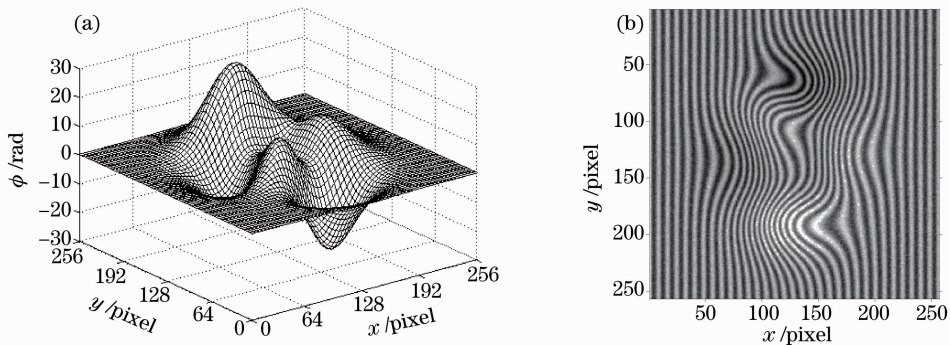


图 4 计算机模拟。(a)模拟的相位分布,(b)变形条纹

Fig. 4 Computer simulation. (a) simulated phase distribution, (b) deformed fringe pattern

由于模拟物体的高度变化率较大,且受到较严重的噪声污染。对全局条纹的傅里叶谱进行滤波时,虽然通过交互的方式,采用不对称的改进汉宁窗进行滤波,如图 5(a)所示,尽可能地获得完整的基频分量,从而得到较好的解相效果,但是误差依然较大。且交互式修改滤波窗,使傅里叶变换解相(FTP)失去快速、自动化程度高的优点。采用 S 变换(传统的)滤波法,由于“局部频谱”相对简单,既可以提取出正确的局部基频,又能抑制噪声的影响,适应性极强,重构的基频分量如图 5(a)所示。为了进行对比(FTP),窗口傅里叶变换解相(WTP)和 S 变换解相(STP)重建误差分布如图 5(b)所示。其中

灰色实线为采用改进的非对称汉宁窗滤波的 FTP 方法恢复的相位,虚线为窗口傅里叶变换滤波法恢复的相位,黑色实线为 S 变换滤波法恢复的相位结果。可见,基于 S 变换的二维滤波方式相比傅里叶变换滤波法,具有极强的适应性,滤波效果好,解相准确,自动化程度高;相比窗口傅里叶变换滤波法,S 变换的窗口尺度随频率自动调整,无需人为选定变换的窗口尺度;并且 S 变换的逆变换过程简单,计算量远小于窗口傅里叶变换的逆变换过程^[6,7]。上述 3 种滤波方法对图 4(b)所示变形条纹的解相误差统计如表 1 所示, η_e 、 μ_e 、 σ_e 分别表示解相的最大误差、平均绝对误差和标准差。

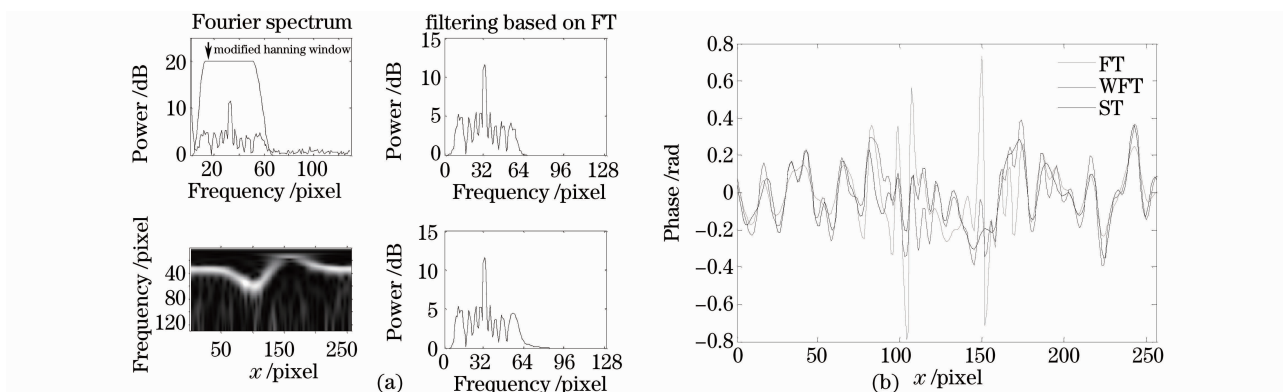


图 5 滤波解相法比较。(a)傅里叶变换滤波与 S 变换滤波比较,(b)傅里叶变换滤波解相法、窗口傅里叶变换滤波解相法与 S 变换滤波法解相误差比较

Fig. 5 Comparison of different filtering methods. (a) comparison of filtering based on FT versus ST, (b) comparison of the error of FTP, WFTP and STP

表 1 不同滤波法解相结果对比

Table 1 Comparison of the phase retrieved by different filtering methods

Method	η_c	μ_c	σ_c
FT	0.9066	0.1543	0.1825
WFT	0.7624	0.1237	0.1561
ST	0.6411	0.1120	0.1411

验证基于频率积分的 S 变换方法^[14]。处理对象为图 6(b)所示的变形条纹图,对从“脊”处提取出来的相位一阶导数进行积分,可以直接得到连续相

位分布,恢复的相位如图 6(a)所示,误差如图 6(b)所示,由于积分误差累计,精度不高。

验证基于“脊”分析的 S 变换解相法,并利用广义 S 变换提高解相精度。对于通常采用标准高斯窗口函数($\gamma_{GS}^2=1$),STP 并不能获得最佳的解相结果,例如对图 4(b)所示的条纹图采用 STP 解相,结果如图 7(a)所示(第 72 行出现拉线错误)。当改变时-频调节因子,采用 $\gamma_{GS}^2 < 1$ 时,STP 的解相精度明显提高。表 2 列出了采用不同时-频调节因子时,对图 4(b)所示条纹图的解相误差统计。

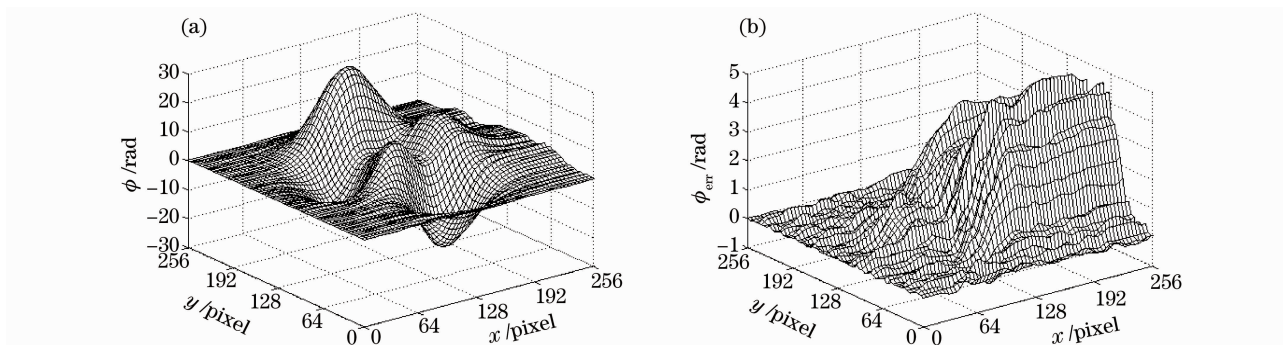


图 6 基于 S 变换“脊”的频率积分法。(a)相位恢复结果,(b)恢复相位误差

Fig. 6 Extracting phase by integrating the frequency in "ridge" of ST. (a) retrieved shape, (b) error of retrieved shape

表 2 不同时-频调节因子下 STP 的解相结果对比

Table 2 Comparison of the phase retrieved by STP with different time-frequency adjustment factors

γ_{GS}^2	η_c	μ_c	σ_c	Effect
1.2	7.2086	0.3086	0.6044	slip
1.0	7.08377	0.2613	0.5847	slip
0.8	1.5994	0.2032	0.3087	Correct
0.6	1.5438	0.1937	0.2821	Correct
0.4	1.5120	0.1818	0.2636	Correct
0.2	7.0260	0.3109	0.9637	Severe error

通过采用 $\gamma_{GS}^2 < 1$ 的时-频调节因子,使得在满足时间窗和频率窗所需要的最小不确定度的基础上,尽可能提高整个 S 变换的时间分辨率,使“脊”的提取更准确。图 7(b)和 7(c)分别画出了选取不同时-频调节因子,条纹第 72 行(解相错误行)的 S 谱“脊”对应的瞬时频率和第 120 行的 S 谱“脊”对应的瞬时频率,图 7(d)同时画出了第 120 行的 S 谱和“脊”。通常 $\gamma_{GS}^2 = 0.4 \sim 0.8$ 之间,解相效果好。如果条纹的变形很小,噪声少, γ_{GS}^2 还可以取得更小。

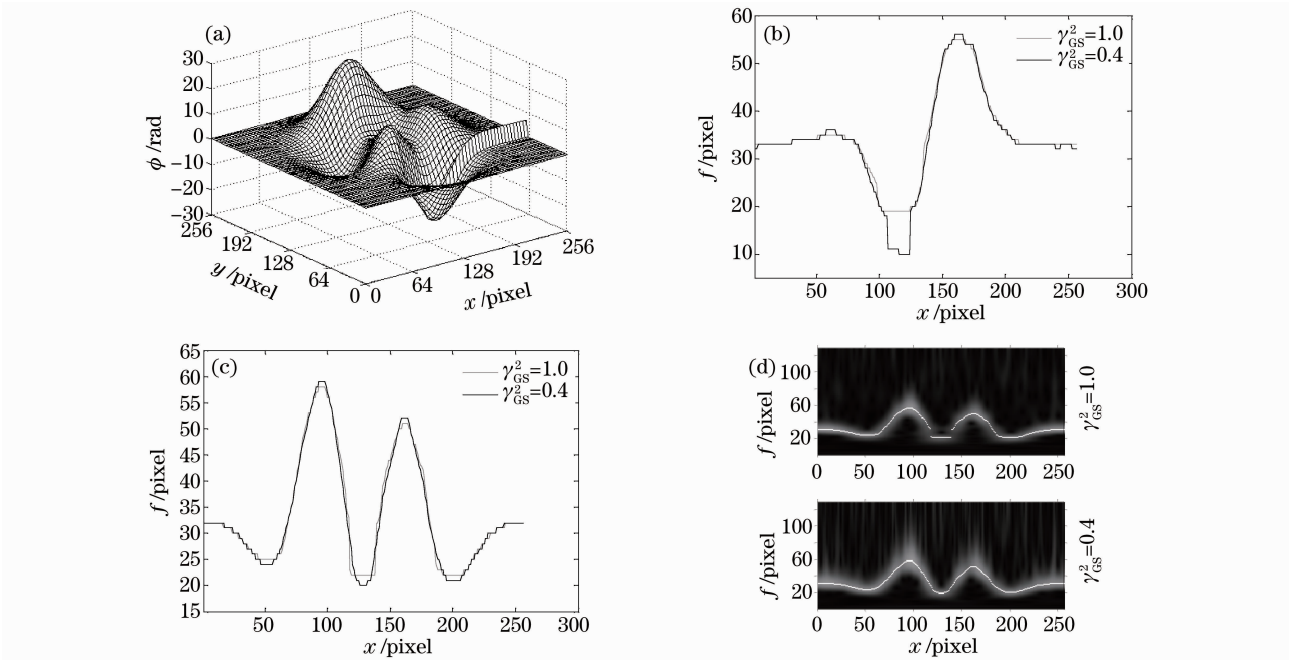


图 7 广义 S 变换分析。(a)传统 S 变换解相结果,(b)第 72 行对应的瞬时频率,(c)第 120 行对应的瞬时频率, (d)第 120 行的 S 谱和“脊”

Fig. 7 Generalized ST analysis. (a) phase retrieved by traditional ST, (b) instantaneous frequency of the 72 nd row, (c) instantaneous frequency of the 120 th row, (d) ST spectrum and "ridge" of the 120 th row

但当调制相位幅度较小,细节较丰富时,S 变换“脊”方法比小波变换“脊”方法解相存在明显优势。由 peaks 函数和二维 sinc 函数 $\{\text{sinc}(x, y) = [\sin(\pi x)/\pi x][\sin(\pi y)/\pi y]\}$ 相乘形成一幅相位分

布图,如图 8(a)所示,模拟的变形条纹图如图 8(b)所示。分别采用 WTP 和 STP($\gamma_{GS}^2 = 0.2$)解相,STP 可以得到更好的恢复细节,图 8(c)和图 8(d)分别显示了两种方法对条纹第 120 行和 150 行的解相

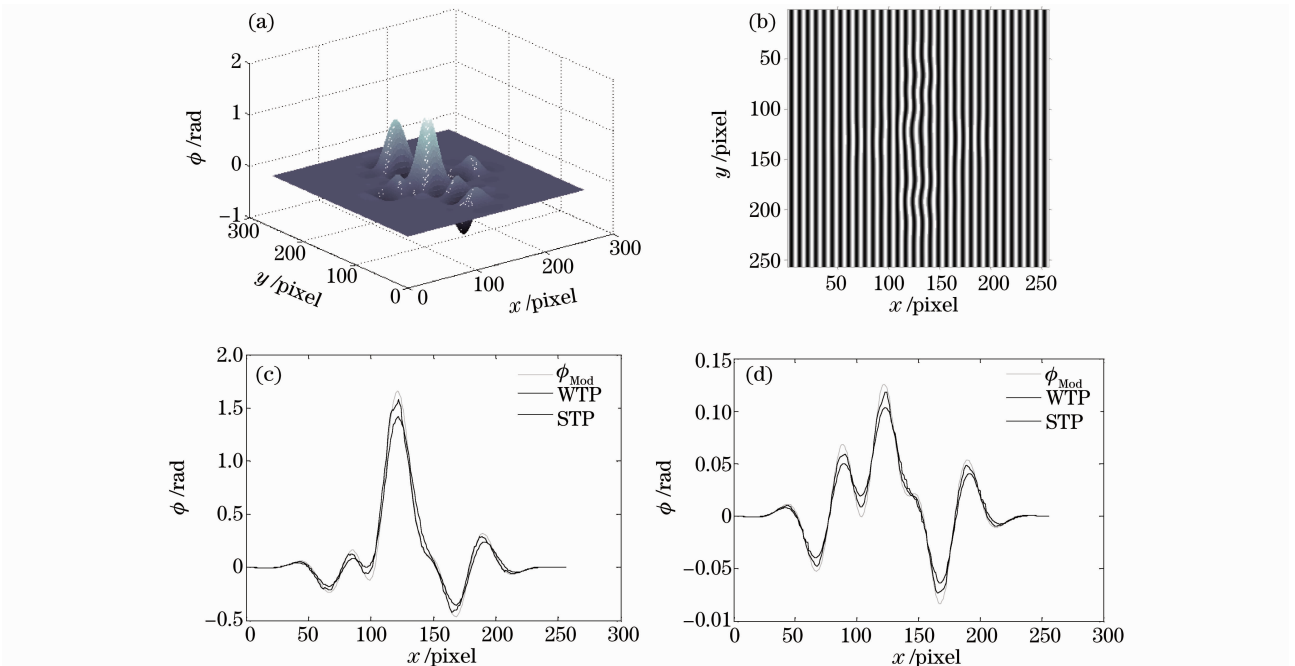


图 8 WTP 和 STP 对细节的解相比较。(a)细节相位,(b)变形条纹图,(c)120 行的解相比较,(d)150 行的解相比较
Fig. 8 Retrieving detail phase (WTP versus STP). (a) detail phase, (b) deformed fringe, (c) 120th row of the phase retrieved, (d) 150th row of the phase retrieved

结果比较。STP 解相精度明显优于 WTP, 表 3 列出了两种方法的误差统计。这与该方法应用在干涉条纹解相^[13,14]时能获得明显优势的情形相似。

表 3 WTP 和 STP 对细节的解相比较

Table 3 Comparison of retrieving the detail phase with WTP and STP

Method	η_e	μ_e	σ_e
WTP	0.2579	0.0102	0.0264
STP	0.19666	0.0065	0.0177

S 变换中的相位展开讨论。在变形条纹图像中

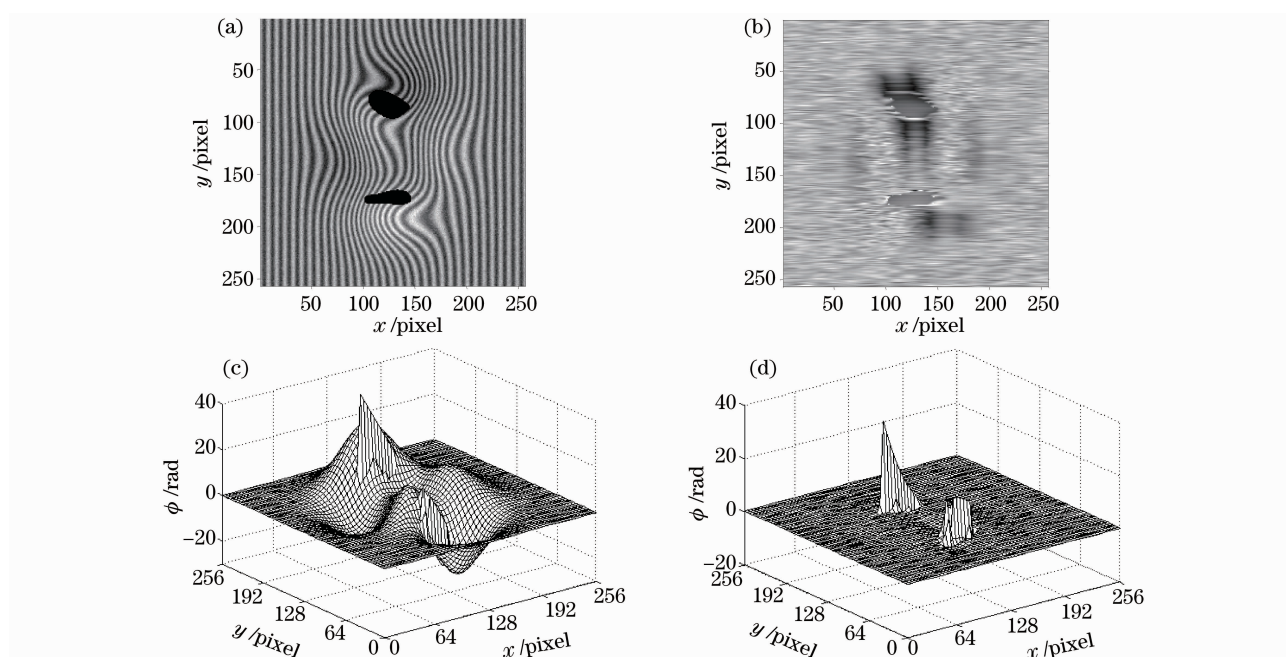


图 9 S 变换调制度指导相位展开。(a)不完善条纹,(b)调制度,(c)结果,(d)误差

Fig. 9 Phase unwrapping guided by ST modulation degree. (a) non-perfect fringe, (b) degree of modulation, (c) result, (d) error

6 试 验

通过一个初步试验来验证了 S 变换在相位解调中的应用。采集到的变形条纹如图 10(a)所示,由于条纹中存在不完善的地方,在条纹变形剧烈区(嘴巴上沿和鼻子周围)以及条纹较暗的区域(耳朵附近),解调出来的截断相位都存在误差,采用传统的行列相位展开方法,条纹局部不完善区域的相位误差会沿着展开路径传递,形成拉线错误。为了将误差限制在局部区域,调制度信息常用来指导相位展开。图 10(b)为 S 变换处理得到调制度分布,在上述区域,条纹的对比度低,相位的可靠度较低。如果相位的展开受到调制度信息的指导,调制度越低的区域越后展开,可以将相位展开的误差限制到局部范围。调制度排序的 STP 方法得到的连续相位如

存在局部阴影、条纹断裂和欠抽样等非完备情况时,把 S 变换获得调制度信息用作指导相位展开,将相位展开过程中产生的误差限制到局部区域。图 9(a)是模拟的不完善变形条纹,条纹中存在阴影(强度表示为 0);图 9(b)为由变形条纹的 S 变换确定的调制度分布图。利用调制度模板,可以将相位展开过程中的误差限制在局部区域,解调出的相位和误差分布如图 9(c)和 9(d)所示。

图 10(c)所示。作为对比,采用调制度排序的 FTP 方法对同一个条纹图进行处理,结果如图 10(d)所示。

7 结 论

S 变换作为一种从窗口傅里叶变换和小波变换延伸出来的时-频信号分析技术,被应用到基于条纹投影的光学三维测量领域,很好地兼顾窗口傅里叶变换和小波变换的优点。信号的 S 变换系数同信号的频谱分布存在联系,可以通过二维的 S 变换系数提取有用的频谱信息,用来恢复变形条纹图中的相位。论文研究了基于滤波方式的 S 变换轮廓术;严格推导了条纹图的 S 变换表达式,从中可以获得条纹的相位信息、调制度信息和相位梯度等信息,完

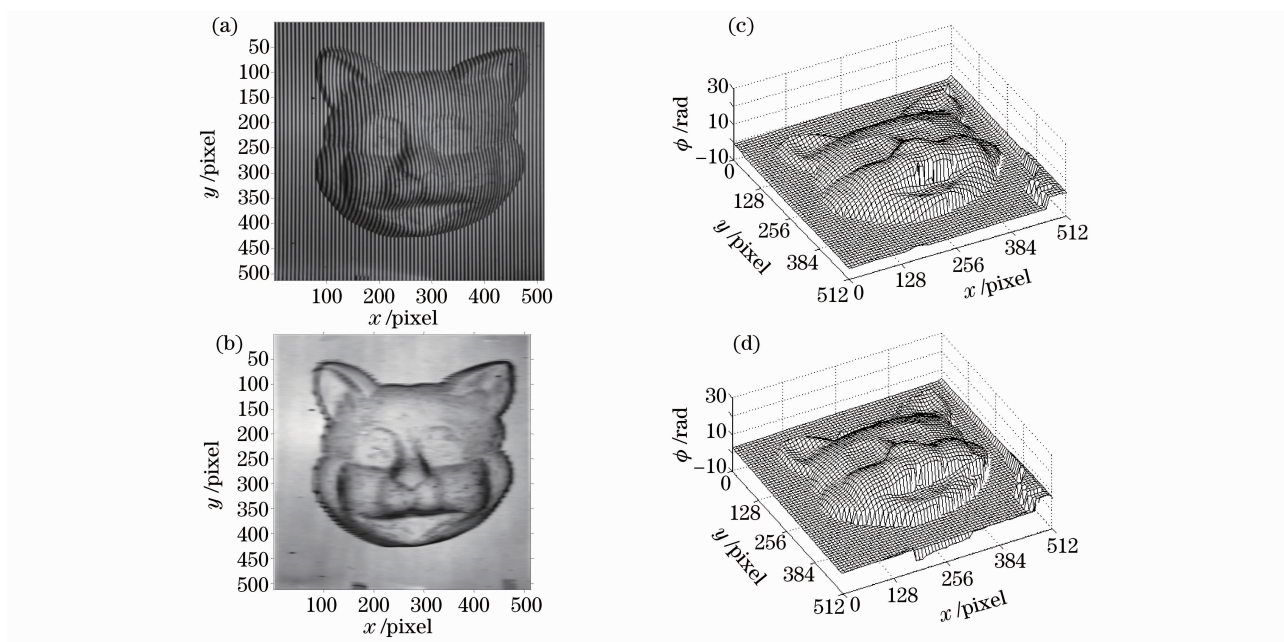


图 10 调制度指导相位展开的实验。(a)变形条纹图,(b)S变换获得的调制度分布,
(c)调制度指导的 STP 解相结果,(d)调制度指导的 FTP 解相结果

Fig. 10 Experiment of modulation-guided phase unwrapping. (a) deformed fringe, (b) modulation distribution of ST, (c) retrieved shape by STP base on modulation-guided phase unwrapping, (d) retrieved phase by FTP based on modulation-guided phase unwrapping

善了基于“脊”处理思想的 S 变换轮廓术;研究了基于调制度排序的可靠度相位展开算法在 S 变换轮廓术的应用;讨论了一维广义 S 变换对条纹处理的影响。计算机模拟和试验表明,S 变换在变形条纹处理中具有很高的精度和抗噪能力。

参 考 文 献

- Sai Siva Gorthi, Pramod Rastogi. Fringe projection techniques: Whither we are? [J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2010, **48**(2): 133~140
- Xianyu Su, Wenjing Chen. Fourier transform profilometry: a review[J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2001, **35**(5): 263~284
- Wenjing Chen, Xianyu Su, Yp Cao *et al.*. Method for eliminating zero spectrum in Fourier transform profilometry [J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2005, **43**(11): 1267~1276
- Li Sikun, Chen Wenjing, Su Xianyu *et al.*. Empirical mode-decomposition method for eliminating extension of zero component in fourier transform profilometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(3): 664~669
李思坤, 陈文静, 苏显渝 等. 傅里叶变换轮廓术中基于经验模态分解抑制零频的方法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(3): 664~669
- Bu Peng, Chen Wenjing, Su Xianyu. Analysis on measuring accuracy of Fourier transform profilometry due to different filtering window[J]. *Laser Journal*, 2003, **24**(4): 43~45
步鹏, 陈文静, 苏显渝. 滤波窗的选择对傅里叶变换轮廓术测量精度的影响[J]. *激光杂志*, 2003, **24**(4): 43~45
- Lei Huang, Qian Kema, Bing Pan *et al.*. Comparison of Fourier transform, windowed Fourier transform, and wavelet transform methods for phase extraction from a single fringe pattern in fringe projection profilometry [J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2010, **48**(42): 141~148
- Qian Kema, Haixia Wang, Wenjing Gao. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: theoretical analyses [J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(29): 5408~5419
- Jingang Zhong, Jia Weng. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform [J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(19): 2560~2562
- Li Sikun, Su Xianyu, Chen Wenjing. Application of two-dimensional wavelet transform on phase analysis of spatial carrier-fringe patterns [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1673~1679
李思坤, 苏显渝, 陈文静. 二位实小波变换在空间载频条纹相位分析中的应用[J]. *光学学报*, 2010, **30**(6): 1673~1679
- Weng Jiawen, Zhong Jingang, Hu Cuiying. Digital reconstruction of Fresnel hologram with a ridge of Gabor wavelet transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(8): 2109~2114
翁嘉文, 钟金刚, 胡翠英. 菲涅耳数字全息图的 Gabor 小波变换再现法 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(8): 2109~2114
- R. G. Stockwell, L. Mansinha, R. P. Lowe. Localization of the complex spectrum: the S-transform [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, **44**(4): 998~1001
- L. Mansinha, R. G. Stockwell, R. P. Lowe. Pattern analysis with two dimensional spectral localization: Application of two dimensional S transforms [J]. *Physica A*, 1997, **239** (1-3): 286~295
- Ali Dursun, Zehra Saraç, Hülya Saraç Topkara *et al.*. Phase recovery from interference fringes by using S-transform [J]. *Measurement*, 2008, **41**(4): 403~411
- Serhat Özder, Özlem Kocahan, Emre Cos *et al.*. Optical phase distribution evaluation by using an S-transform [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(6): 591~593
- Xianyu Su, Wenjing Chen. Reliability-guided phase unwrapping algorithm: a review [J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2004, **42**(3): 245~261
- Li Sikun, Chen Wenjing, Su Xianyu. Reliability-guided phase unwrapping in wavelet transform profilometry [J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(18): 3369~3377
- Zheng Xu, Cao Yiping, Li Kun. An on-line 3D measurement method based on modulation delamination [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2573~2577
郑旭, 曹益平, 李坤. 基于调制度层析的在线三维测量方法 [J]. *光学学报*, 2010, **30**(9): 2573~2577