

# 孔径分布对横向剪切干涉仪波前复原的影响

彭爱华<sup>1,2,3</sup> 叶红卫<sup>1,2</sup> 李新阳<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>中国科学院光电技术研究所自适应光学研究室, 四川 成都 610209  
<sup>2</sup>中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209  
<sup>3</sup>中国科学院研究生院, 北京 100049

**摘要** 通过引入波面的二阶导数对传统的最小二乘法(LSM)进行了改进;利用改进后的 LSM 分别分析了单个方向和相互正交两个方向的横向剪切数据,并将改进后的 LSM 与网格点法和积分法复原波前的空间特性进行了比较;利用相互正交两个方向的横向剪切数据分别分析了环形孔径和复杂孔径横向剪切干涉仪(LSI)波前复原的频率响应和空间分布特性,并进行了仿真验证。证实了对于任意形状的光阑,利用改进的 LSM 可以从相互正交的两个方向的剪切干涉图中提取对应光阑部分的相位。

**关键词** 测量;横向剪切干涉仪;最小二乘法;光阑;频率响应;空间分布特性

**中图分类号** O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0401002

## Effect of Aperture Distribution on Wavefront Recovery of Lateral Shearing Interferometer

Peng Aihua<sup>1,2,3</sup> Ye Hongwei<sup>1,2</sup> Li Xinyang<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Laboratory on Adoptive Optics, Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China  
<sup>2</sup>Key Laboratory on Adoptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China  
<sup>3</sup>Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** The traditional least squares method (LSM) is improved by introducing the second derivative of the detected wave-front. Both the shearing data along one direction and two orthogonal directions are analysed using the improved LSM. And the spatial distribution of the wave-front recovered by the proposed method is compared with that of recovered by the gridding method and the integration method. The frequency response and the aperture spatial distribution characters of the wavefront recovery of lateral shearing interferometer are also analysed respectively to the annular aperture and the combined one using the two orthogonal latering shearing data. The simulation results show the wave-front confined by any aperture could be recovered from two orthogonal lateral shearing data using the proposed algorithm.

**Key words** measurement; lateral shearing interferometer; least-squares method; aperture; frequency response; spatial response

**OCIS codes** 010.1080; 010.7350; 110.1220

## 1 引言

横向剪切干涉仪(LSI)结构简单,其共光路特性使得它具有很好的稳健性,可以在非稳环境和其他许多商用干涉仪(例如泰曼-格林干涉仪<sup>[1]</sup>和非索干涉仪<sup>[2]</sup>)无法有效工作的环境下进行探测。但

LSI 由于不需要参考波面,待测波面和干涉条纹之间没有直接的对应关系,这给横向剪切数据的处理带来了困难,也是 LSI 虽然具有独特优势却没有得到广泛应用的原因。尽管 LSI 的频率响应曲线有缺陷(含有零值)<sup>[3]</sup>,但是当只关注低空间频率信息

收稿日期: 2010-09-11; 收到修改稿日期: 2010-11-01

基金项目: 国家 863 计划资助课题。

作者简介: 彭爱华(1984—),女,硕士研究生,主要从事横向剪切干涉仪方面的研究。E-mail: aihua03281225@163.com

导师简介: 李新阳(1971—),男,研究员,博士生导师,主要从事自适应光学等方面的研究。E-mail: xyli@ioe.ac.cn

的应用,这种影响可以忽略,并可将干涉图近似看成是探测波前在剪切方向上斜率的函数。但是对于探测空间受限的高频信息时,这种影响不能忽略。截至目前,绝大部分对 LSI 研究都集中于对剪切数据的处理,也就是 LSI 的频率响应<sup>[4]</sup>;还有致力于改进干涉装置的研究<sup>[5,6]</sup>。对于频率响应的研究方法主要有网格点法<sup>[7]</sup>、积分法<sup>[8]</sup>、待定系数法<sup>[9]</sup>和最小二乘法(LSM)<sup>[10~12]</sup>等。网格点法精度较高,但只能用于二维剪切,即需同时采集两个相互垂直方向上的剪切干涉图,对硬件要求较高,同时也存在运算量巨大的问题;积分法能应用于一维或者二维剪切的情况,由于该方法将剪切数据近似看成探测波前在剪切方向上的斜率,因而只适用于小剪切量干涉;待定系数法可以用于大剪切量干涉,但是所得矩阵是奇异的,无法正确解出待定系数,多项式的阶数影响复原精度,而且空间分辨率低;LSM 从剪切干涉的原理出发对剪切数据进行处理,但是无法复原波面上位于剪切量整数倍位置处的点的相位, D. L. Freid 等<sup>[11,12]</sup>引入了波面的导数,解决了这个问题,却使波面高频信息受到抑制。本文在文献<sup>[11,12]</sup>的基础上引入波面的二阶导数对 LSM 进行修正,同时解决了上述的两个问题。

针对目前对横向剪切干涉研究的重点主要集中在研究其频率响应,即研究各种算法、改善干涉装置以提高对于剪切数据的处理精度,而忽略空间分布特性分析的尴尬现状,本文在进行频域分析的基础上,对待测波面受到孔径光阑限制的情况进行分析,从而使研究人员有可能在分析或实验之前就知道究竟孔径的哪个部分对波前复原作出了贡献,从而确定最大允许剪切量。本文将从 LSI 的原理入手,分别分析其频率响应和空间响应,并通过仿真验证如何从受光阑限制的剪切数据中复原波前的。

## 2 横向剪切干涉原理

图 1 展示了 LSI 的原理:入射光束经平行平板上下两表面反射产生两个相互错开  $S_x$  的等振幅波面,

在它们的重叠区域内进行干涉形成剪切干涉条纹。

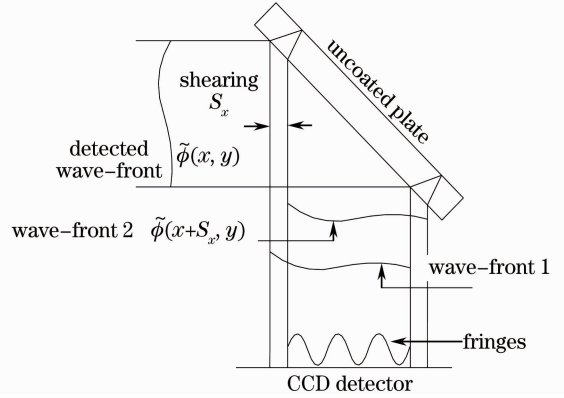


图 1 横向剪切干涉原理图

Fig. 1 Schematics of a lateral shearing interferometry

图 1 中  $\bar{\phi}(x, y)$  为一个圆形的原始波面,  $\bar{\phi}(x + S_x, y)$  为波面  $\bar{\phi}(x, y)$  在  $x$  轴方向有一个平移量  $S_x$  后形成的波面。以  $x$  方向剪切为例,入射光波复振幅为  $U(x, y) = a(x, y) \exp[j\bar{\phi}(x, y)]P(x, y)$ , 其中  $a(x, y)$ ,  $\bar{\phi}(x, y)$  和  $P(x, y)$  分别为入射波振幅、相位和对应的孔径光阑。设入射波长为  $\lambda$ , 入射角为  $\varphi$ , 平板折射率为  $n$ , 空气折射率为 1, 平板厚度为  $D$ , 光束口径为  $d$ 。经过平板之后,上表面的反射光(波面 1)与下表面的反射光(波面 2)发生偏移,重叠部分干涉,两束光偏移量(即剪切量)为

$$S_x = D \frac{\sin 2\varphi}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}}$$

如果平板上下两表面严格平行又没有缺陷,入射的平面波经上下两表面反射后的波面亦相互平行,于是两光束重叠区域是一片均匀场,即干涉条纹无限宽;若平板微有楔角  $\theta$ ,便会在光束重叠区域内形成剪切干涉条纹,干涉条纹的取向、宽度与楔角有关。

经带有楔角  $\theta$  的平板上下表面反射后,两波面振幅可分别表示为

$$\begin{aligned} U(x, y) &= a'(x, y) \exp[j\bar{\phi}(x, y)]P(x, y), \\ U'(x, y) &= a'(x, y) \exp\{j[\bar{\phi}(x + S_x, y) + k\theta x]\}P(x + S_x, y), \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $a'(x, y)$  为反射波面振幅,  $k$  为波数,  $x$  方向的剪切条纹可表示为

$$\begin{aligned} I_x(x, y) &= | a'(x, y) \exp[j\bar{\phi}(x, y)] + a'(x, y) \exp\{j[\bar{\phi}(x + S_x, y) + k\theta x]\} |^2 = \\ &= | a'(x, y) |^2 \{ 2 + 2\cos[\tilde{\Delta}^x(x, y) + k\theta x] \} P(x, y) P(x + S_x, y), \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\tilde{\Delta}^x(x, y) = \bar{\phi}(x, y) - \bar{\phi}(x + S_x, y)$ , 为波前在  $(x, y)$  点的相位差,单位为弧度。干涉条纹实际反映了波面  $x$  方向上间距为  $S_x$  的两点的相位差与相应

点载波相位的共同影响,而不直接是波面相应点的相位或者波面斜率。

### 3 剪切干涉的频率响应

对于无孔径限制的入射波前  $\bar{\phi}(x, y)$  有

$$\tilde{\Delta}^x(x, y) = \bar{\phi}(x, y) - \bar{\phi}(x + S_x, y), \quad (3)$$

对(3)式做傅里叶变换,得到

$$\mathcal{F}[\tilde{\Delta}^x(x, y)] = \mathcal{F}[\bar{\phi}(x, y)][1 - \exp(i2\pi S_x \omega_x)], \quad (4)$$

式中  $\mathcal{F}[\tilde{\Delta}^x(x, y)]$  和  $\mathcal{F}[\bar{\phi}(x, y)]$  分别为  $\tilde{\Delta}^x(x, y)$  和  $\bar{\phi}(x, y)$  的傅里叶变换,  $\omega_x$  为  $x$  方向的频谱, 从而有

$$\mathcal{F}[\bar{\phi}(x, y)] = H^{-1}(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}[\tilde{\Delta}^x(x, y)] = \frac{1}{1 - \exp(i2\pi S_x \omega_x)} \mathcal{F}[\tilde{\Delta}^x(x, y)],$$

式中  $\omega_y$  为  $y$  方向的频谱,  $H^{-1}(\omega_x, \omega_y)$  为 LSI 的频率响应函数。记横向剪切滤波函数为

$$H_{\text{SI}}(\omega_x, \omega_y) = \frac{\mathcal{F}[\tilde{\Delta}^x(x, y)]}{\mathcal{F}[\bar{\phi}(x, y)]} = 1 - \exp(i2\pi S_x \omega_x). \quad (5)$$

由(5)式可见, 横向剪切逆滤波器并非可逆, 在  $S_x \omega_x = n$  ( $n$  为整数) 的情况下, 含有奇异点(如图 2 所示), 在这些对应的频率上造成信息丢失。C. Falldorf 等<sup>[4]</sup>通过 Shannon 插值将离散的剪切频谱连续化之后再对连续频谱进行平移重采样, 以避免这种信息的丢失。但是由于孔径的存在具有一些特定的优点, 也可以达到避免信息丢失的目的。

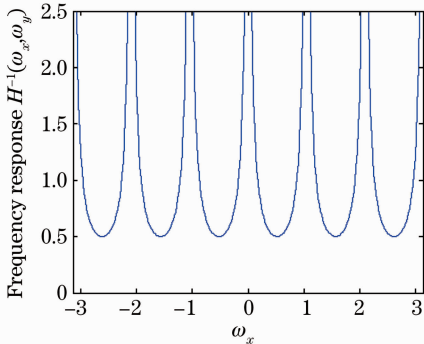


图 2 逆横向剪切滤波器的频率响应曲线

Fig. 2 Frequency response graph of the inverse shearing filter

### 4 带孔径的 LSI 的频域分析

对于一组正交方向上的带孔径的横向剪切波前  $\Delta^x(x, y)$  和  $\Delta^y(x, y)$ , 可以利用 LSM 对波面  $\bar{\phi}(x, y)$  进行复原, 采用 LSM 还可以直接分析频率响应。剪切数据的理论值与实际值之间的 LSM 误差为<sup>[11,12]</sup>

$$U(\bar{\phi}) = \sum_{(x,y) \in P} [U_x^2(x, y) + U_y^2(x, y)], \quad (6)$$

式中  $P$  是二维的有限孔径组合, 并且

$$U_x(x, y) = [\bar{\phi}(x, y) - \bar{\phi}(x + S_x, y) - \Delta^x(x, y)]P(x, y)P(x + S_x, y), \quad (7)$$

$$U_y(x, y) = [\bar{\phi}(x, y) - \bar{\phi}(x, y + S_y) - \Delta^y(x, y)]P(x, y)P(x, y + S_y). \quad (8)$$

横向剪切波面  $\Delta^x(x, y)$  和  $\Delta^y(x, y)$  分别为

$$\Delta^x(x, y) = [\phi(x, y) - \phi(x + S_x, y)]P(x, y)P(x + S_x, y), \quad (9)$$

$$\Delta^y(x, y) = [\phi(x, y) - \phi(x, y + S_y)]P(x, y)P(x, y + S_y). \quad (10)$$

式中  $\phi(x, y)$  为测量所得剪切数据对应的波面。为了求得  $\bar{\phi}(x, y)$  的 LSM 解, 令

$$\frac{\partial U(\bar{\phi})}{\partial \bar{\phi}} = 2[U_x(x, y) - U_x(x - S_x, y) + U_y(x, y) - U_y(x, y - S_y)] = 0. \quad (11)$$

(11)式是一组线性方程组, 可以简单地记为:  $\mathbf{A}\bar{\phi}(x, y) - \mathbf{b} = 0$ ,  $\mathbf{A}$  为系数矩阵,  $\mathbf{b}$  为剪切数据形成的矩阵, 然而  $\mathbf{A}$  非可逆。为了解决这个问题, D. L. Fried 等<sup>[11,12]</sup>在(6)式中加入了波面的一阶导数, 这样做虽然可以解决横向剪切干涉逆滤波器不可逆的问题, 却抑制了信息的高频部分。为了改善横向剪切干涉逆滤波器同时防止高频信息受到抑制, 应对(6)式进行规则化, 在假设被测波面有连续二阶导数的前提下, 规则化的一般方法就是在(6)式中加入波面的二阶导数:

$$R_x(x, y) = [\bar{\phi}(x - 1, y) - 2\bar{\phi}(x, y) + \bar{\phi}(x + 1, y)]P(x - 1, y)P(x + 1, y), \quad (12)$$

$$R_y(x, y) = [\bar{\phi}(x, y - 1) - 2\bar{\phi}(x, y) + \bar{\phi}(x, y + 1)]P(x, y - 1)P(x, y + 1), \quad (13)$$

这样构造一个新的代价函数

$$U'(\bar{\phi}) = \sum_{(x,y) \in P} \{U_x^2(x, y) +$$

$$U_y^2(x, y) + \mu[R_x^2(x, y) + R_y^2(x, y)]\}, \quad (14)$$

式中参数  $\mu$  为一给定常数, 可以用来控制估计结果的平滑度。对于噪声可忽略的情况,  $\mu$  可以取很小的值(约为 0.1), 对于噪声不可忽略的情况,  $\mu$  可以取较大值(约为 0.5~10)。为求得  $\bar{\phi}(x, y)$  的最小二乘解, 令

$$\frac{\partial U'(\bar{\phi})}{\partial \bar{\phi}} = 2[U_x(x, y) - U_x(x - S_x, y) + U_y(x, y) - U_y(x, y - S_y) + \mu[R_x(x + 1, y) - 2R_x(x, y) + R_x(x - 1, y)] + [R_y(x + 1, y) - 2R_y(x, y) + R_y(x - 1, y)]] = 0. \quad (15)$$

对于(15)式, 可以通过共轭梯度法<sup>[13]</sup>进行求解。对(15)式两端做傅里叶变换可以得到修正后的

频率响应曲线(以  $x$  方向为例):

$$|H(\omega_x, \mu)| = \left| \frac{\mathcal{F}[\tilde{\phi}(x, y)]}{\mathcal{F}[\Delta^x(x, y)]} \right| = \left| \frac{1 - \exp(-i2\pi\omega_x S_x)}{2 - 2\cos(2\pi\omega_x S_x) + \mu[6 - 8\cos(2\pi\omega_x) + 2\cos(4\pi\omega_x)]} \right|. \quad (16)$$

为了说明该方法对原直接滤波器的改善,可以用剪切干涉的频率响应与波前复原频率响应之积  $|\tilde{H}(\omega_x)_{\text{proposed}}| = |H(\omega_x, \mu)| |H_{\text{SI}}(\omega_x)|$  来衡量。图 3 给出了当  $-\pi \leq \omega_x \leq \pi$ ,  $S_x = 3$ ,  $\mu = 0.3$  时, Fried<sup>[11]</sup> 和 Hudgin<sup>[12]</sup> 的 LSM、改进后的 LSM 和不做任何改善的直接滤波器的频率响应曲线。可以看出文献[11, 12]中的 LSM 和改进后的 LSM 在  $\omega_x = 0$  处, 频率响应不再等于零, 从而弥补了直接滤波器不可逆的缺陷。而改进后的 LSM 响应曲线较文献[11, 12]中的 LSM 响应曲线平缓而且对高频没有抑制, 显示了较之更加优越的特性。

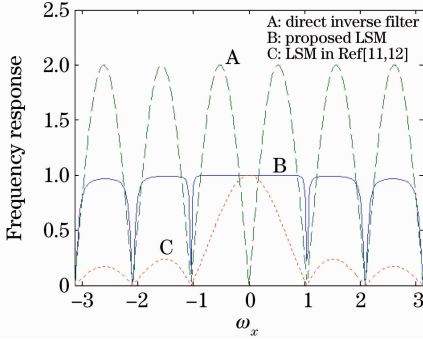


图 3 剪切干涉仪的频率响应与波前复原频率响应之积  
Fig. 3 Integral of frequency response of the shearing interferometer with that of wavefront recovery system

## 5 带孔径的 LSI 的空间分布

### 5.1 由单幅干涉图复原波前的空间分布

由单幅剪切干涉图所复原的波前的空间分布, 以  $x$  方向单幅干涉图为例令剪切波前可用(9)式表达, 一旦通过干涉图处理得到了  $\Delta^x(x, y)$  之后, 便可以通过 LSM 复原波前, 其代价函数为

$$U(\tilde{\phi}) = \sum_{(x, y) \in P} [\tilde{\phi}(x, y) - \tilde{\phi}(x + S_x, y) - \Delta^x(x, y)]^2 P(x, y) P(x + S_x, y), \quad (17)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial U(\tilde{\phi})}{\partial \tilde{\phi}} = [\tilde{\phi}(x, y) - \tilde{\phi}(x + S_x, y) - \Delta^x(x, y)] P(x, y) P(x + S_x, y) + [\tilde{\phi}(x - S_x, y) - \tilde{\phi}(x, y) - \Delta^x(x - S_x, y)] P(x - S_x, y) P(x, y). \quad (18)$$

由(18)式可知, 位于孔径  $P'(x, y) = [P(x, y) \cap P(x + S_x, y)] \cup [P(x, y) \cap P(x - S_x, y)]$  中的  $\tilde{\phi}(x, y)$  对剪切波前有贡献, 所以采用 LSM 由单幅干涉图

所复原波前仅仅是  $P'(x, y) \subset P(x, y)$  所对应的范围 [如图 4(c)所示]。于是

$$S\{\tilde{\phi}(x, y)\} = S\{L_x^{-1}\{\varphi(x, y)\}\} = P(x, y) \cap [P(x + S_x, y) \cup P(x - S_x, y)] \quad (19)$$

$S\{\}$  指的是空间分布,  $L_x$  为横向剪切操作,  $L_x^{-1}$  为逆横向剪切干涉。

这是一个很重要的结果, 图 4(c)表明用修正的 LSM 仅由一幅剪切干涉图不能复原对应孔径  $P(x, y)$  白色部分的波前。图 4(d)表明, 利用网格点法由单幅干涉图只能复原出孔径中  $P(x, y)P(x - S_x, y)$  对应的部分。图 4(e)表明, 利用积分法简单地将剪切数据看成被测波前沿剪切方向的斜率只能复原出孔径中对应剪切干涉图部分的相位。可以看出, 不管是利用网格点法还是积分法, 简单地利用两幅干涉图并不能复原出全孔径上的波前。这也是 LSM 较之网格点法和积分法的优势所在。

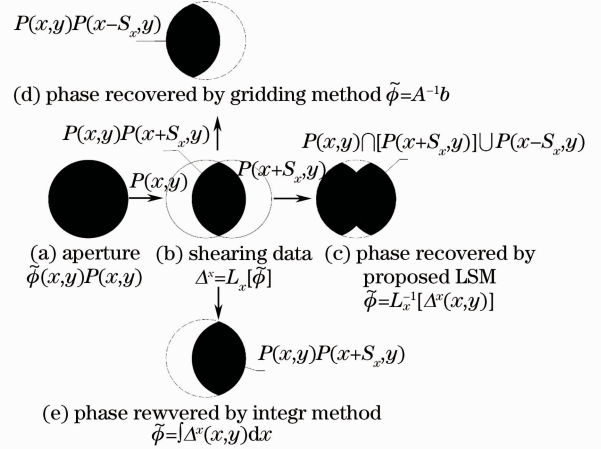


图 4 几种常用的横向剪切干涉波前复原方法所得波面的空间分布示意图

Fig. 4 Spatial distribution of the wavefronts by several LSI's wavefront reconstruction methods

### 5.2 由相互正交的两个方向的干涉图所复原波前的空间分布

在分析的单幅干涉图复原波前基础上分析由相互正交的两个方向的剪切干涉图复原得到的波前的空间分布特性。由(15)式可知, 位于区域  $P''(x, y)$  中的被测波前对剪切波前有贡献:

$$P''(x,y) = P(x,y) \cap [P(x+S_x,y) \cup P(x-S_x,y) \cup P(x,y+S_y) \cup P(x,y-S_y)]. \quad (20)$$

因而由相互正交的两个方向的剪切干涉图所复原的波前只能位于孔径  $P''(x,y)$  内的部分。很显然,  $P''(x,y) \subseteq P(x,y)$ , 可以将此式用于估计为了复原整个  $P(x,y)$  范围的波面  $\bar{\phi}(x,y)$  所允许的最大剪切量。图 5 为受不规则的复杂孔径限制的复原波前的空间分布情况。图 5(a) 为被测波前对应的孔径; 图 5(b) 为沿  $x$  方向剪切后的剪切波面分布孔径; 图 5(c) 为沿  $y$  方向剪切后的剪切波面分布孔径; 图 5(d) 为由  $x$  方向单幅剪切干涉图复原的波前对应的孔径; 图 5(e) 为由  $y$  方向单幅剪切干涉图复原的波前对应的孔径; 图 5(f) 为由  $x$  和  $y$  两个方向的剪切干涉图复原的波前分布孔径。可以看出图 5(a) 和 5(f) 完全一样, 说明在剪切量小于最大允许剪切量的前提下, 可用相互正交的两个方向的剪切干涉图复原全孔径的波前。

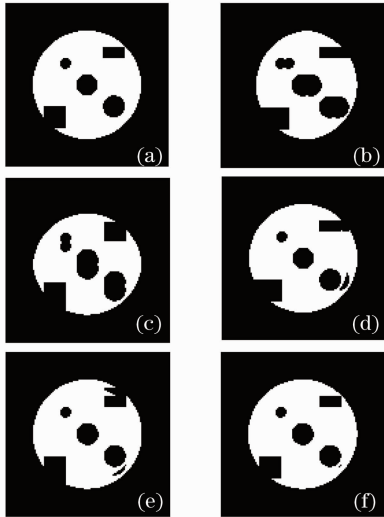


图 5 改进最小二乘法横向剪切波前复原空间分布示意图  
Fig. 5 Spatial distributions of lateral shearing wavefront recovered by improved least-squares method

图 6 是用相互正交的两个方向剪切干涉图复原环形孔径波前(第 100 阶泽尼克像差)的实例。图 7 是用相互正交的两个方向剪切干涉图复原如图 5 所示复杂孔径波前(第 100 阶泽尼克像差)的实例。图 8 是用相互正交的两个方向剪切干涉图复原环形孔径的复合波前 [ $z(3)=1, z(15)=-1, z(33)=1, z(100)=1, z(m)$  表示第  $m$  阶泽尼克系数] 的实例。可以看出利用相互正交的两个方向的剪切数据不仅能复原出全孔径范围内的波前, 而且精度较高[见

图 6(f)、7(f)、8(f)上所标的相对 rms 值即复原波面与原始波面相减后所得的残差均方根值之比]; 图 9 为利用传统 LSM 对复杂孔径组合波前进行复原的实例。图 6~9 的分图(a)~(f)分别对应被测波面, 孔径分布  $x$  方向的剪切波前、 $y$  方向的剪切波前, 由两幅干涉图所复原的波前和残差波面等情况。由仿真结果可以看出改进后的 LSM, 其精度得到了很大的提高。

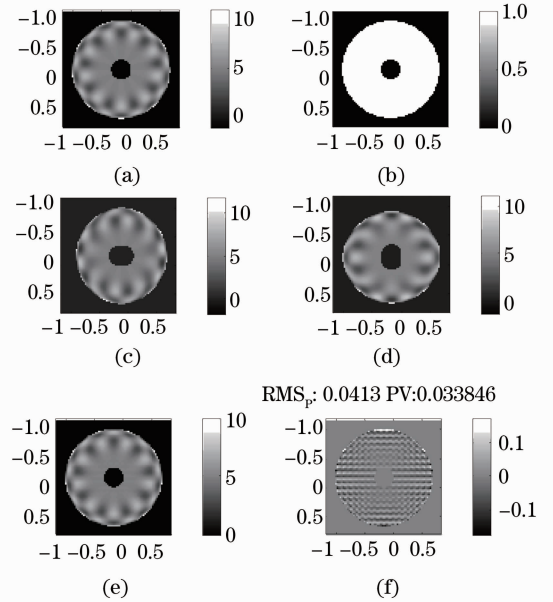


图 6 环形孔径波前复原

Fig. 6 Annular aperture wave-front recovery

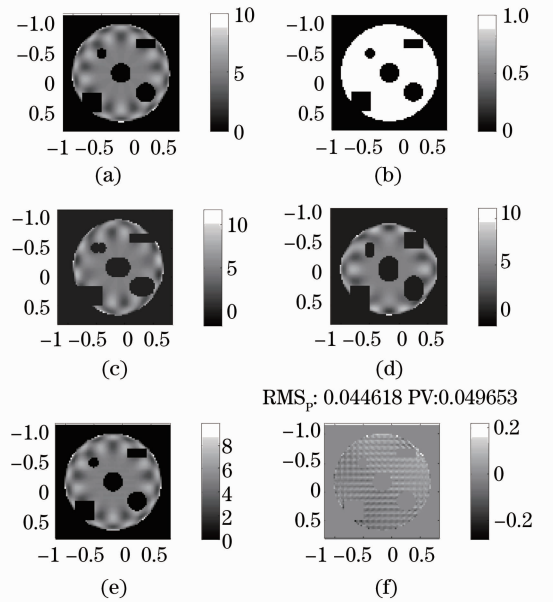


图 7 复杂孔径波前复原

Fig. 7 Complicated aperture wave-front recovery

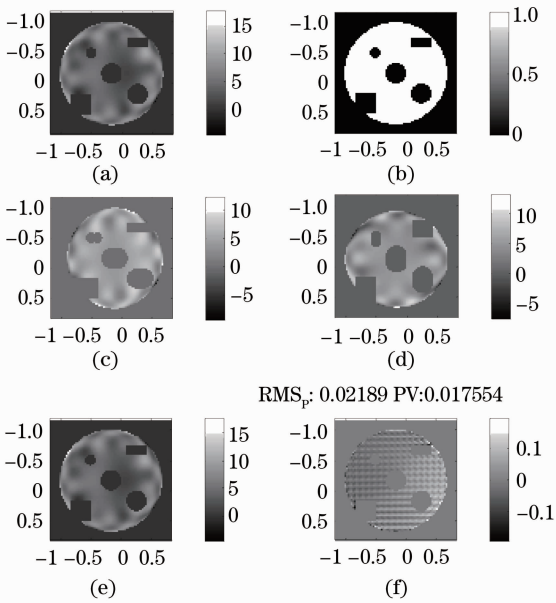


图 8 复杂孔径组合波前复原

Fig. 8 Combined wave-front recovery confined by complicated aperture

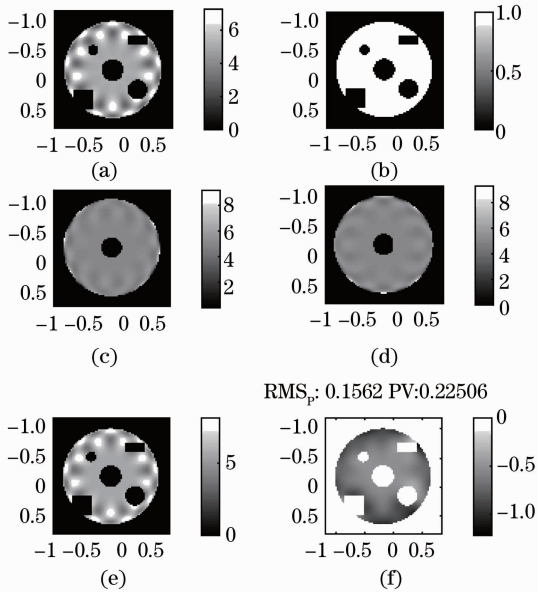


图 9 复杂孔径组合波前复原(利用传统最小二乘法)

Fig. 9 Combined wave-front recovery confined by complicated aperture using traditional least-squares method

## 6 结 论

总结了对于横向剪切干涉数据传统处理方法的

不足和缺陷,利用改进的 LSM 对横向剪切数据进行处理,并分别分析了横向剪切干涉的频率响应和空间分布特性。特别是对于有光阑限制的情况,详细地分析了怎样从空间受限的横向剪切数据中复原波前,从而弥补了对于横向剪切数据的处理只关注频率响应的不足,可帮助在分析和实验之前确定最大剪切量。

## 参 考 文 献

- 1 D. Malacara. Twyman-Green Interferometer [M]// D. Malacara. Optical Shop Testing. New York: Wiley Press, 1978: 47~76
- 2 M. V. R. K. Murty. Fizeau Interferometer [M]// D. Malacara. Optical Shop Testing. New York: Wiley Press, 1978: 19~34
- 3 M. Servin, M. Cywiak. Lateral shearing interferometry: theoretical limits with practical consequences[J]. *Opt. Express*, 2008, **15**(26): 17805~17808
- 4 C. Falldorf, Y. Heimbach, C. V. Kopylov. Efficient reconstruction of spatially limited phase distribution from their sheared representation [J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46** (22): 5038~5043
- 5 Gao Bilie. The mathematical principle of quantitative process and the technique in sampling process about lateral shearing interference[J]. *Optical Instruments*, 2001, **23**(3): 31~41
- 高必烈. 剪切干涉仪的定量处理数学原理及采样处理技巧[J]. *光学仪器*, 2001, **23**(3): 31~41
- 6 P. Ferraro, S. De Nicola. Reflective grating interferometer: a folded reversal and shearing wavefront interferometer[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(2): 342~347
- 7 M. P. Rimmer, J. C. Wyant. Method for evaluating lateral shearing interferometry [J]. *Appl. Opt.*, 1974, **13** (3): 623~629
- 8 H. Schreiber, J. Schwider. Lateral shearing interferometer based on two Ronchi phase gratings in series[J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(22): 5321~5324
- 9 S. Okuda, T. Nomura, K. Kamiya *et al.*. High-precision analysis of a lateral shearing interferogram by use of the integration method and polynomials[J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(28): 5179~5186
- 10 M. Servin, D. Malacara, J. L. Marroquin. Wave-front recovery from two orthogonal sheared interferograms[J]. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(22): 4343~4348
- 11 D. L. Freid. Least squares fitting a wavefront distortion estimate to an array of phase difference measurements[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(3): 370~375
- 12 R. H. Hugine. Wavefront reconstruction for compensated imaging[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(3): 375~378
- 13 Bian Zhaoqi, Zhang Xuegong. Pattern Recognition (second edition) [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000: 333~335
- 边肇祺, 张学工. 模式识别(第二版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 333~335