

基于 Sierpinski 地毯结构的类分形光子晶体特性研究

刘凌宇 田慧平 许攀 纪越峰

(北京邮电大学信息光子学与光通信教育部重点实验室, 北京 100876)

摘要 将谢尔宾斯基(Sierpinski)地毯结构引入二维光子晶体,设计了一种具有规则分形结构特征的光子晶体——Sierpinski 类分形光子晶体。采用时域有限差分法仿真分析了空气背景介质柱和介质背景空气孔结构 Sierpinski 类分形光子晶体的透射谱。结果表明,只有当 TM 波入射空气背景介质柱结构时,Sierpinski 类分形光子晶体存在禁带,其它情况均不存在禁带。分析了圆柱形 Sierpinski 类分形光子晶体的禁带宽度、禁带中心频率以及禁带中所出现的通带的特性随介质柱介电常数、介质柱填充因子的变化规律;仿真了不同分形级数以及不同介质柱形状对 Sierpinski 类分形光子晶体透射谱和带隙特性的影响。

关键词 光学设计;光子晶体;透射谱;时域有限差分法;Sierpinski 类分形;带隙

中图分类号 O734 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201131.0316003

Study on Characteristics of Quasi-Fractal Photonic Crystal Based on Sierpinski Gasket Structure

Liu Lingyu Tian Huiping Xu Pan Ji Yuefeng

(Key Laboratory of Information Photonics and Optical Communications, Ministry of Education, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract The Sierpinski gasket structure is introduced into two-dimensional photonic crystal to design a new kind of photonic crystal—the Sierpinski quasi-fractal photonic crystal. By using finite-difference time-domain method, the transmission spectra of Sierpinski quasi-fractal photonic crystal with dielectric rods and air holes are calculated and analyzed respectively. The results show that the band gap exists on the condition of dielectric rods and incidence of TM wave only. The band gap property (bandwidth and central frequency) and characteristics of the pass-bands which exist in the band gap of Sierpinski circular-rods quasi-fractal photonic crystal with different dielectric constant and fill ratio are analyzed. Further more, the effects of different fractal series and dielectric-rod shapes on the transmission spectra and band-gap characteristics are simulated.

Key words optical design; photonic crystal; transmission spectra; finite-difference time-domain method; Sierpinski quasi-fractal; band gap

OCIS codes 160.5298; 230.5298; 050.5298

1 引言

光子晶体作为一种介质折射率周期性分布的材料,自 1987 年^[1]提出以来,由于其小型化体积和具有光子禁带等特性引起了国内外学者的广泛关注。

二维光子晶体在波导、低阈值激光器、光纤覆盖层以及激光二极管反射镜等方面^[2~4]存在良好的应用前景,因此其理论和实验研究得到了科学工作者的高度重视,这一领域的研究工作主要集中在传统的晶

收稿日期: 2010-07-23; 收到修改稿日期: 2010-10-08

基金项目: 国家自然科学基金(60707001)、国家 973 计划(2007CB310705)、国家 863 计划(2009AA01Z214)和教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET 07-0110)资助课题。

作者简介: 刘凌宇(1987—),女,硕士研究生,主要从事光子晶体方面的研究。E-mail: liulingyu0728@163.com

导师简介: 田慧平(1976—),女,博士,副教授,主要从事光学传输与超快过程、光纤通信与光子晶体等方面的研究。

E-mail: hptian@bupt.edu.cn

体结构及准晶结构方面,并取得了丰硕的研究成果^[2~8]。

随着研究工作的不断深入,其他一些结构类型的光子晶体也引起了科研工作者的广泛关注^[9~15]。分形结构具有几何结构的自相似性,在天线、微波、微带线和光子晶体等众多领域有着广泛的应用^[16~18]。具有分形特征的准分形结构光子晶体的能带具有双频及多频带隙的特点^[13],这是传统光子晶体的能带所不具备的;而且其带隙的谐振频率可以随着分形结构单元的调整而改变^[18],这种能带的特点为具有分形特征的光子晶体在通信以及其它领域的应用提供了可能。同时,随着近年来半导体制造技术的发展,制造光频范围内具有分形特征的二维光子晶体也已具可能性,因此,对于具有分形特征光子晶体的深入研究,在理论与应用上都有着重要意义。

本文将 Sierpinski 地毯结构引入二维光子晶体,设计了一种具有规则分形结构特征的 Sierpinski 类分形光子晶体。仿真分析了介质柱介电常数、介

质柱填充因子、介质柱形状以及分形级数这些结构参数对空气背景介质柱结构 Sierpinski 类分形光子晶体透射谱和带隙特性的影响,总结了其变化规律。

2 Sierpinski 类分形光子晶体结构模型

图 1 为本文所设计的 Sierpinski 类分形光子晶体的结构示意图,它是将 Sierpinski 地毯结构引入二维光子晶体中得到的,图中黑色和白色分别表示介电常数为 ϵ_1 和 ϵ_2 的两种不同介质材料。其构造过程为:将白色介质 ϵ_2 所在的边长为 L 的正方形区域 9 等分,去掉中间小正方形中半径为 R_1 的圆形区域,以介电常数为 ϵ_1 的介质材料填充,形成一级分形结构光子晶体,如图 1(a) 所示;将其余 8 个小正方形各自 9 等分,将中间的小正方形中半径为 R_2 的圆形区域去掉,以介电常数为 ϵ_1 的介质材料填充,形成二级分形结构光子晶体,如图 1(b) 所示;重复上述过程,可形成三级分形[如图 1(c) 所示]和多级分形结构光子晶体。

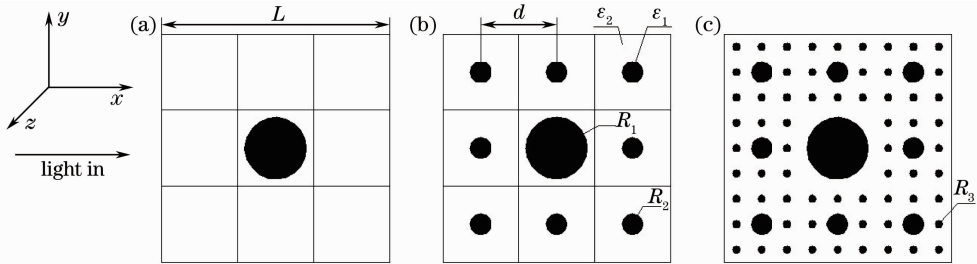


图 1 Sierpinski 类分形光子晶体结构示意图。(a) $n=1$, (b) $n=2$, (c) $n=3$

Fig. 1 Structure of Sierpinski quasi-fractal photonic crystal. (a) $n=1$, (b) $n=2$, (c) $n=3$

为满足规则分形结构的比例关系,取上一级圆形的半径为下一级圆形半径的 3 倍,即 $R_2 = (1/3)R_1, R_3 = (1/3^2)R_1, R_n = (1/3^{n-1})R_1$, 其中, n 为分形级数, R_n 为 n 级分形结构中最小圆的半径;同时考虑若 R_n 大于一定数值时会导致圆形介质产生重合,从而破坏 Sierpinski 规则分形结构的严格性,这里取 $R_1 \leq (1/2)d, d=L/3$ 为二级分形中最小的两个圆之间的距离;综上为本文所设计的具有 Sierpinski 规则分形结构特征的光子晶体,将其称为 Sierpinski 类分形光子晶体。

若将填充介质的形状由圆形改为正三角形、正方形,则可形成相应的正三角形结构、正方形结构 Sierpinski 类分形光子晶体,图 2 所示为 $n=3$ 时不同介质形状的分形光子晶体结构示意图。

定义 Sierpinski 类分形光子晶体的填充因子 f

为介质柱或空气孔的面积与其所在的小正方形面积的比值,即 $f = S_{\text{rod or hole}} / S_{\text{square}}$ 。不同介质形状的填充因子为: $f_{\text{circle}} = \pi R_1^2 / d^2, f_{\text{square}} = \omega_1^2 / d^2, f_{\text{triangle}} = (\sqrt{3}/4)l_1^2 / d^2$, 其中 R_1, l_1, ω_1 分别为第一级分形时圆的半径、正方形边长、正三角形边长。

3 数值模拟与分析

本文采用时域有限差分法对 Sierpinski 类分形光子晶体进行仿真分析,频率选取归一化频率 $\omega a / 2\pi c$, a 为晶格常数,为类分形光子晶体中最小的两个圆(正三角形、正方形)之间的距离,透射率采取归一化透射率,通过透射谱来分析类分形光子晶体的带隙特性,定义光子晶体的禁带为归一化透射率 $T \leq -20 \text{ dB} (0.01)$ 的频率范围。

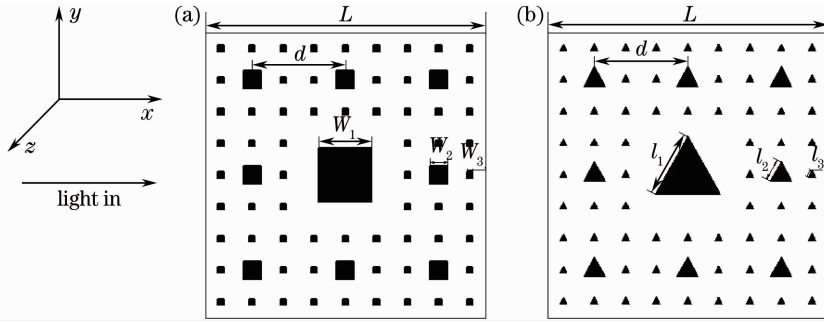


图 2 不同介质形状 Sierpinski 类分形光子晶体($n=3$)。(a)正方形,(b)正三角形

Fig. 2 Sierpinski quasi-fractal photonic crystal with different shapes of medium. (a) square, (b) regular triangle

3.1 Sierpinski 类分形光子晶体的带隙特性

仿真分析了空气背景圆形介质柱、介质背景圆形空气孔两种结构 Sierpinski 类分形光子晶体的带隙特性。

图 3 为 $n=2$ 时圆形 Sierpinski 类分形光子晶体的透射谱,图 3(a)为空气背景圆形介质柱结构、 $\epsilon_1=100$ 、 $\epsilon_2=1$ 、介质柱半径 $R_1=0.18a$ 时,TE 波、TM 波入射时类分形光子晶体的透射谱。从图 3(a)可以看

出, TM 波入射时,频率范围为 $0.223\sim 0.429$ 内的归一化透射率小于 -20 dB 且比较平坦,此频率范围为 Sierpinski 类分形光子晶体的禁带范围;TE 波入射时,类分形光子晶体不存在禁带。图 3(b)为背景介质圆形空气孔结构、 $\epsilon_1=1$ 、 $\epsilon_2=100$ 、空气孔半径 $R_1=0.18a$ 时,TE 波和 TM 波入射时类分形光子晶体的透射谱,由图 3 可知,TE 波入射与 TM 波入射时类分形光子晶体均不存在禁带。

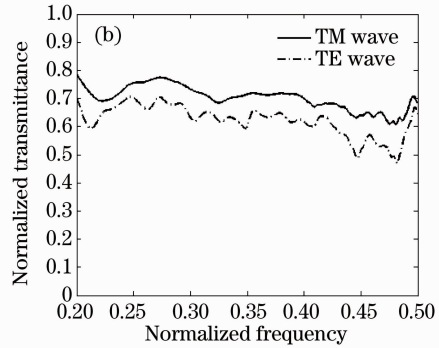
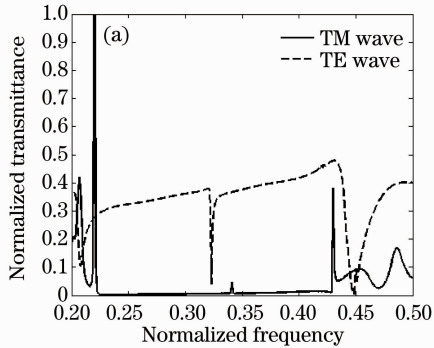


图 3 圆形 Sierpinski 类分形光子晶体归一化透射谱($n=2$)。(a)空气背景圆形介质柱,(b)介质背景圆形空气孔

Fig. 3 Normalized transmission spectra of Sierpinski quasi-fractal photonic crystal with circle shapes.

(a) circular dielectric rods, (b) circular air holes

计算结果表明,当介质介电常数为 $10\sim 200$,以 10 为步长变化时,对于介质背景空气孔结构 Sierpinski 类分形光子晶体,TE 波入射与 TM 波入射时均不存在禁带;而对于空气背景介质柱结构类分形光子晶体,TE 波入射时不存在禁带,但 TM 波入射时存在禁带。因此在下面的研究中,只讨论 TM 波入射时不同空气背景介质柱结构的 Sierpinski 类分形光子晶体的特性。

3.2 介电常数对 Sierpinski 类分形光子晶体透射谱的影响

仿真分析了 $n=2$ 时,不同介质柱介电常数 ϵ_1 对空气背景圆形介质柱 Sierpinski 类分形光子晶体

($\epsilon_2=1$) 透射谱的影响。保持介质柱半径 $R_1=0.18a$ 不变,改变介质柱的介电常数 ϵ_1 ,观察不同 ϵ_1 时类分形光子晶体透射谱的变化, ϵ_1 从 10 改变到 150,步长为 10, TM 波入射时结果如图 4,5 所示。

从图 4 中可以看出,当 ϵ_1 为 10 和 20 时,类分形光子晶体的透射谱中并没有出现禁带;当 ϵ_1 为 30 和 40 时,类分形光子晶体产生禁带。由此可知,随着 ϵ_1 的增大,类分形光子晶体的禁带从无到有;当 $\epsilon_1=50$ 时,在禁带内出现透射峰,即在禁带内出现了通带,如图 4(b)所示。下面针对 Sierpinski 类分形光子晶体的禁带以及禁带内所出现的通带特性进行分析与讨论。

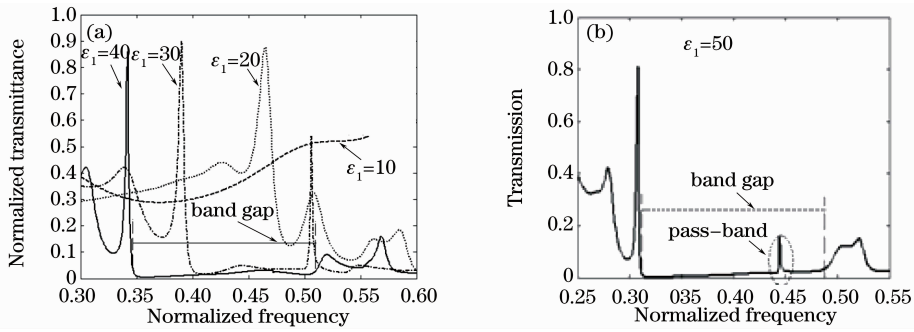


图 4 不同圆形介质柱介电常数 ϵ_1 时的归一化透射谱($R_1=0.18a$)

Fig. 4 Normalized transmission spectra of different dielectric constant ϵ_1 of circular dielectric rods($R_1=0.18a$)

图 5 为 Sierpinski 类分形光子晶体的带隙特性随 ϵ_1 增大时的变化规律。图 5(a)为禁带宽度、禁带中心频率以及禁带中所出现的通带 1、通带 2 的中心频率随 ϵ_1 增大时的变化趋势;图 5(b)、图 5(c)为通带 1、通带 2 的带宽和峰值透射率随 ϵ_1 增大时的变化趋势。从图中可以看出,随着 ϵ_1 的增大,类分形光子晶体的禁带宽度增大,禁带中心频率向低频移动,即禁带向低频移动。当 $\epsilon_1 = 50$ 时,在禁带中出现第一个通带(即通带 1),当 $\epsilon_1 = 130$ 时通带 1 消

失;且随着 ϵ_1 的增大,通带 1 向低频移动,通带带宽变小,通带峰值透射率先增大后减小。当 $\epsilon_1 = 110$ 时,在高频处出现第二个通带(即通带 2),当 $\epsilon_1 = 160$ 时通带 2 消失;随着 ϵ_1 的增大,通带 2 向低频移动,通带带宽变小,通带峰值透射率先增大后减小。由此可知,通带 2 与通带 1 有着相同的变化规律。此外,当 $\epsilon_1 = 160$ 时通带 2 消失后,在高频处出现新的通带,新通带与通带 1 和通带 2 有相同的变化规律。

由以上分析可知,对于空气背景圆形介质柱结构的 Sierpinski 类分形光子晶体,介质柱介电常数 ϵ_1 越大,越容易出现禁带,且禁带宽度越大。随着人工合成材料的不断发展,一些人工合成材料的介电常数已可以达到很大,考虑到实际应用与可行性,在下面讨论中选择介质柱的介电常数 $\epsilon_1 = 100$,分析不同结构时 Sierpinski 类分形光子晶体的特性。

3.3 填充因子对 Sierpinski 类分形光子晶体透射谱的影响

空气背景圆形介质柱二级类分形光子晶体时,填充因子 $f_{\text{circle}} = \pi R_1^2/d^2$, $R_1 = 3R_2$, 介质柱半径 R_2 不同,则 f 不同。 $\epsilon_1 = 100$ 不变,改变 R_2 , 观察 R_2 改变时分形光子晶体透射谱的变化。在仿真中, R_2 从 $0.01a$ 改变到 $0.16a$, 步长为 $0.01a$, 结果如图 6、

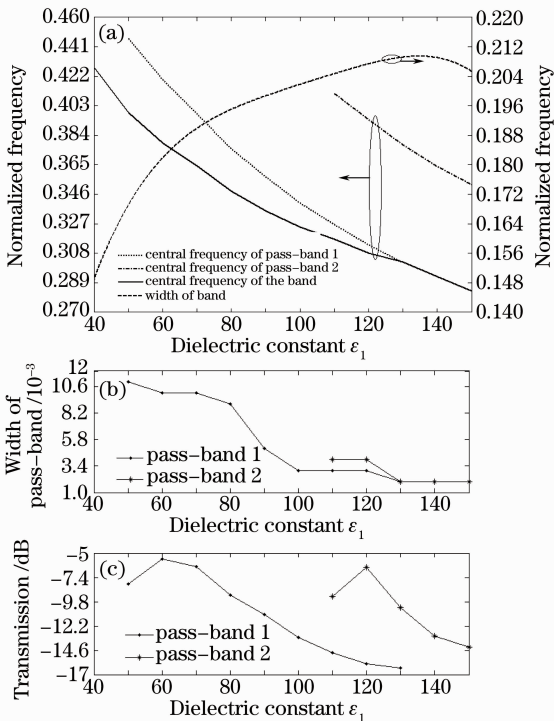


图 5 不同 ϵ_1 时的带隙特性($R_1=0.18a$)。(a)禁带宽度、禁带中心频率以及通带中心频率随 ϵ_1 的变化,(b)通带带宽和(c)峰值透射率随 ϵ_1 的变化

Fig. 5 Band-gap characteristics of different ϵ_1 ($R_1 = 0.18a$). (a) the width, central frequency of band gap and pass-band, (b) the width and (c) peak transmission of pass-band with ϵ_1

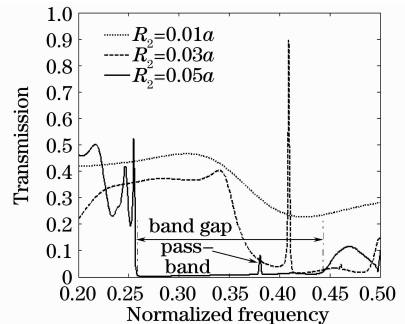


图 6 不同圆形介质柱半径 R_2 时的透射谱

Fig. 6 Normalized transmission spectra of different radius R_2 of circular dielectric rods

图 7 所示。

由图 6 可知,介质柱半径 $R_2 = 0.01a$ 和 $0.03a$ 时,类分形光子晶体的透射谱中未出现禁带;当 R_2 增大到 $0.05a$ 时,类分形光子晶体产生禁带,这说明只有当介质柱半径达到一定大小时,此种类分形光子晶体才可以产生禁带。

图 7 为 Sierpinski 类分形光子晶体的带隙特性随介质柱半径 R_2 的变化规律,从图中可以看出,起始阶段禁带宽度随 R_2 的增大而增大,且变化幅度较大;当 R_2 增大到一定值时,随着 R_2 的继续增大,禁带宽度趋于平稳。与禁带宽度相对应,起始阶段禁带中心频率随 R_2 的增大向低频移动,变化幅度较大;当 R_2 增大到一定值时,随着 R_2 的继续增大,禁带中心频率逐渐趋于平稳。

当 R_2 增大到一定值时,在禁带中将出现通带,通带数目随 R_2 的增大而增加,如图所示, $R_2 = 0.05a$ 时,禁带中通带数目为 1, $R_2 = 0.15a$ 时,禁带中通带数目为 8。此外,禁带中出现的每个通带都随 R_2 的增大向低频移动,在 R_2 为 $0.05a$ 和 $0.06a$ 时,禁带中只有一个通带,此通带随 R_2 的增大向低频移动;当 $R_2 = 0.07a$ 时,第一个通带消失,在禁带中出现两个新的通带,这两个通带随 R_2 的增大向低频移动; R_2 为 $0.09a \sim 0.14a$ 时,禁带中出现新的通带,新出现的通带随 R_2 的增大向低频移动。

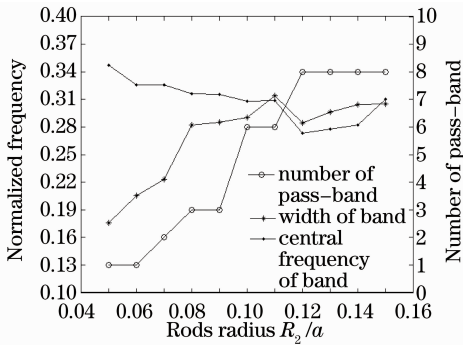


图 7 不同圆形介质柱半径 R_2 时的带隙特性

Fig. 7 Band structure characteristics of different radius R_2 of circular dielectric rod

由以上可知,随着介质柱介电常数 ϵ_1 和介质柱半径 R_2 的增大,Sierpinski 类分形光子晶体带隙均向低频移动。通过分析可以这样解释,令 Sierpinski 类分形光子晶体的平均介电常数为 $\langle \epsilon \rangle = f\epsilon_1 + (1-f)\epsilon_2$, f 为介质 ϵ_1 的填充因子,由均匀介质的色散关系 $\langle \omega \rangle^2 = k^2/\mu\langle \epsilon \rangle$ 可知^[9],增大 ϵ_1 的值,即增大了光子晶体的平均介电常数 $\langle \epsilon \rangle$,带隙向低频移动;当介质柱介电常数 ϵ_1 保持不变时,增大介质柱半径 R_2 ,

即增大了填充因子 f ,因此光子晶体的带隙也向低频移动。

3.4 分形级数和介质柱形状对 Sierpinski 类分形光子晶体透射谱的影响

1) 不同分形级数

$n = 2, R_1 = 0.18a$ 时,填充因子 $f = \pi R_1^2/d^2 = 0.102, \epsilon_1 = 100$ 和 $f = 0.102$ 保持不变,观察分形级数 n 不同时类分形光子晶体透射谱的变化,图 8 和表 1 分别为不同分形级数时圆柱形 Sierpinski 类分形光子晶体的透射谱和带隙特性。

从图 8 和表 1 中可以看出,当 $\epsilon_1 = 100, f = 0.102$ 时,随着分形级数 n 的增加,Sierpinski 类分形光子晶体的禁带宽度减小,且向低频移动。此外,随着分形级数 n 的增加,在图 8 中,禁带两侧频率范围内的透射谱变得紧密,这反映了随着 n 的增加,Sierpinski 类分形光子晶体的能带被压缩^[9]。

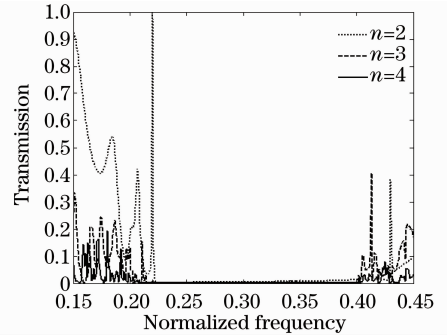


图 8 不同分形级数 n 时圆柱形 Sierpinski 类分形光子晶体的透射谱 ($f=0.102$)

Fig. 8 Normalized transmission spectra of cylindrical Sierpinski; quasi-fractal photonic crystal with different fractal series n ($f=0.102$)

表 1 不同分形级数 n 时圆柱形 Sierpinski 类分形光子晶体的禁带特性 ($f=0.102$)

Table 1 Band-gap characteristics of cylindrical Sierpinski; quasi-fractal photonic crystal with different fractal series ($f=0.102$)

Series n	Width of band	Range of band
2	0.206	0.223~0.429
3	0.185	0.216~0.401
4	0.167	0.224~0.391

2) 不同介质柱形状

将介质柱的形状由圆形改为正三角形和正方形,介质柱介电常数 ϵ_1 和填充因子 f 相同,观察介质柱形状的改变对 Sierpinski 类分形光子晶体透射谱的影响。图 9 和表 2 为 $n=2, \epsilon_1 = 100, f=0.102$ 时,3 种介质柱形状的 Sierpinski 类分形光子晶体的

透射谱和带隙特性。

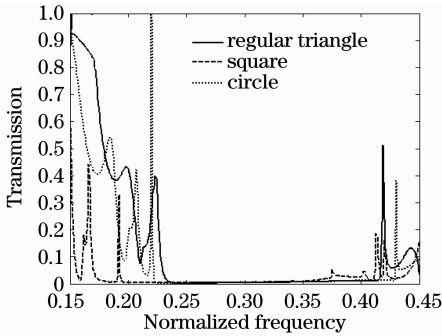


图 9 不同介质柱形状时 Sierpinski 类分形光子晶体的透射谱 ($n=2, f=0.102$)

Fig. 9 Normalized transmission spectra of Sierpinski quasi-fractal photonic crystal with different rods shapes ($n=2, f=0.102$)

表 2 不同介质柱形状时类分形光子晶体的禁带特性 ($n=2, f=0.102$)

Table 2 Band-gap characteristics of quasi-fractal photonic crystal with different rod shapes ($n=2, f=0.102$)

Rod shape	Width of band	Range of band
triangle	0.178	0.233~0.411
square	0.195	0.174~0.369
circle	0.206	0.223~0.429

由表 2 和图 9 可以看出,正方形介质柱、三角形介质柱结构的 Sierpinski 类分形光子晶体同样可以产生禁带,但 3 种介质柱形状时类分形光子晶体的禁带宽度和禁带范围各不相同,其中正三角形介质柱时禁带宽度最小,圆形介质柱时禁带宽度最大。

计算结果表明,正方形介质柱和三角形介质柱结构 Sierpinski 类分形光子晶体的禁带特性随填充因子 f 的变化趋势与圆形介质柱结构时相同,即起始阶段随着 f 的增大,禁带宽度增大,禁带中心频率向低频移动,且变化幅度较大;当 f 增大到一定值时,随着 f 的继续增大,禁带宽度与禁带中心频率均趋于平稳,变化幅度不大。

4 结 论

本文将 Sierpinski 地毯结构引入二维光子晶体,设计出一种具有规则分形结构特征的光子晶体: Sierpinski 类分形光子晶体,仿真分析了不同结构参数对 Sierpinski 类分形光子晶体禁带特性和通带特性的影响。

在空气背景圆形介质柱 Sierpinski 类分形光子晶体中,当 TM 波入射时,随着介质柱介电常数 ϵ_1 和介质柱填充因子 f 的增大, Sierpinski 类分形光

子晶体的带隙特性有着相似的变化规律:禁带从无到有,禁带宽度增加,禁带中心频率向低频移动;当 $\epsilon_1(f)$ 增大到一定数值时,禁带中将出现通带,通带随 $\epsilon_1(f)$ 的增大向低频移动,通带带宽减小,通带数目增加。此外,随着分形级数 n 的增加,类分形光子晶体的禁带宽度减小,禁带向低频移动;当介质柱几何形状不同时,类分形光子晶体的禁带宽度和禁带范围各不相同。

综上所述,可以通过调整介质柱的填充因子、介电常数、形状以及分形级数来灵活设计具有不同禁带特性、通带特性和透射谱的 Sierpinski 类光子晶体。这些特性使分形光子晶体在光子晶体滤波器、光子晶体光开关和光通信等领域具有良好的应用前景,这些结论和规律可为分形光子晶体的研究与应用提供有价值的参考和理论指导。

参 考 文 献

- 1 Yablonovitch E.. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(20): 2059~2062
- 2 Zhang X., Tian H. P., Ji Y. F.. Group index and dispersion properties of photonic crystal waveguides with circular and square air-holes[J]. *Opt. Commun.*, 2010, **283**(9): 1768~1772
- 3 Long F., Tian H. P., Ji Y. F.. A study of dynamic modulation and buffer capability in low dispersion photonic crystal waveguides [J]. *J. Lightwave Technol.*, 2010, **28**(8): 1139~1143
- 4 Knight J. C., Birks T. A., St J. Russell P. *et al.*. All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding[J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(19): 1547~1549
- 5 Guo Hao, Wu Ping, Yu tianbao *et al.*. Design of large separating angle ultracompact multiway beam splitter based on photonic crystal ring resonators[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1501~1505
郭浩, 吴评, 于天宝等. 光子晶体环形谐振腔大角度超微多路光分束器的设计[J]. *光学学报*, 2010, **30**(5): 1501~1505
- 6 Bullock D. L., Shih C. C., Margulies R. S.. Photonic band structure investigation of two-dimensional Bragg reflector mirrors for semiconductor laser mode control[J]. *J. Opt. Soc. Am. B.*, 1993, **10**(2): 399~403
- 7 Chen Shuwen, Zhu Guixin, Yu tianbao *et al.*. 1×3 Beam splitter based on photonic crystal waveguides directional coupler [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(10): 2898~2903
陈淑文, 朱桂新, 于天宝等. 光子晶体波导定向耦合型 1×3 光分束器[J]. *光学学报*, 2009, **29**(10): 2898~2903
- 8 Feng Shuai, Yang Yuping, Wang Yiquan. Absolute photonic band gap of the two-dimensional hollow-dielectric triangular-lattice photonic crystals[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(4): 1173~1177
冯帅, 杨玉平, 王义全. 二维空心介质柱型三角晶格光子晶体的完全光子禁带[J]. *光学学报*, 2010, **30**(4): 1173~1177
- 9 Liu Z., Xu J. J., Lin Z. F.. Photonic band gaps in two-dimensional crystals with fractal structure [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2003, **20**(4): 516~518
- 10 Li L., Xie Y. C., Wang Y. Q. *et al.*. Absolute gap of two-dimensional fractal photonic structure[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2003, **20**(10): 1767~1769

- 11 Hou B. , Xie H. , Wen W. J. *et al.*. Three-dimensional metallic fractals and their photonic crystal characteristics[J]. *Phys. Rev. B*, 2008, **77**(12): 125113
- 12 Xu P. , Tian H. P. , Ji Y. F. . One-dimensional fractal photonic crystal and its characteristics[J]. *J. Opt. Soc. Am. B.* , 2010, **27**(4): 640~647
- 13 Li Yan, Zheng Ruisheng, Feng Yuchun *et al.*. The multi-stopband characteristic of quasi-fractal photonic crystal and its application[J]. *Acta Photonica Sinica* , 2005, **34**(2): 310~314
李岩, 郑瑞生, 冯玉春等. 准分形光子晶体多频带隙的特性及其应用[J]. *光子学报*, 2005, **34**(2): 310~314
- 14 Sakoda K. , Kiriara S. , Miyamoto Y. *et al.*. Light scattering and transmission spectra of the Menger Sponge fractal[J]. *Appl. Phys. B*, 2005, **81**(2-3): 321~324
- 15 Freedman B. , Bartal G. , Segev M. *et al.*. Wave and defect dynamics in nonlinear photonic quasicrystals[J]. *Nature* , 2006, **440**(7088): 1166~1169
- 16 Aman A. , Raghunandan K. R. , Dhirendra K. *et al.*. An application of fractal geometry to design the microstrip circuits [C]. Proceedings of International Conference on Microwave, Nanjing, China, 2008. 854~856
- 17 Li Yan, Zheng Ruisheng, Feng Yuchun *et al.*. Photonic band in quasi-fractal photonic crystal structure including idealized metal [J]. *Acta Physica Sinica* , 2004, **53**(09): 3205~3210
李岩, 郑瑞生, 冯玉春等. 含有理想导体的准分形结构光子晶体的能带[J]. *物理学报*, 2004, **53**(9): 3205~3210
- 18 Fu Yunqi, Zhang Guohua, Yuan Nianchang. A PBG microstrip line with fractal characteristics [J]. *Acta Electronica Sinica* , 2002, **30**(6): 913~915
付云起, 张国华, 袁乃昌. 具有分形特征的 PBG 微带线[J]. *电子学报*, 2002, **30**(6): 913~915