# 结构光测量相位波动误差补偿方法研究

许 伟<sup>1</sup> 陈晓波<sup>1</sup> 习俊通<sup>2,3</sup>

1上海交通大学机械与动力工程学院,上海 200240

<sup>2</sup>上海市网络化制造与企业信息化重点实验室,上海 200240

<sup>3</sup>机械系统与振动国家重点实验室,上海 200240

**摘要** 在计算机仿真分析投影仪伽马非线性特性对包裹相位波动误差影响的基础上,提出一种面向相移结构光测 量的相位波动误差补偿方法。该方法采用二次多项式最小二乘拟合的方法近似输出条纹光强分布,实现包裹相位 波动误差的补偿,减小投影仪非线性导致的系统测量误差。此方法简单,运算量小,不依赖环境光源及投影仪、摄 像机具体参数,具有很强的通用性。实验结果表明,该方法可大大降低由伽马非线性产生的相位波动误差,补偿后 平均相位波动误差小于补偿前的 1/5,解包查表误码率比补偿前减少 14.5 倍。

关键词 结构光测量;误差补偿;最小二乘;相移;伽马非线性

中图分类号 TN206 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201131.0312008

## A Method of Phase Error Compensation for Structural Light Measurement

Xu Wei<sup>1</sup> Chen Xiaobo<sup>1</sup> Xi Juntong<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, 200240, China
 <sup>2</sup> Shanghai Key Laboratory of Advanced Manufacturing Environment, Shanghai, 200240, China
 <sup>3</sup> State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai, 200240, China

**Abstract** Based on simulation of the influence of gamma nonlinearity of the projector on phase error, a method of phase error compensation for structural light measurement based on phase shifting is put forward. In this method, quadratic polynomial is used to approximate the intensity of the captured images, meanwhile least square fitting method is used to compensate the phase error, and in this way, system error caused by the gamma nonlinearity of the projector is reduced greatly. Because it doesn't depend on environmental light, camera parameters or DLP parameters, this method has superiority in aspects of universality, complexity and calculation speed. Experimental results show that this method reduces greatly the phase error caused by the gamma nonlinearity of the projector. The average phase error is 5 times smaller than that before error compensation, meanwhile the bit error rate of unwrapping based on look-up table method is reduced 14.5 times.

Key words structural light measurement; error compensation; least square; phase shifting; gamma nonlinearity OCIS codes 120.0120; 150.0150; 240.0240

1 引 言

相移结构光三维测量技术在逆向工程、工业检测、人体测量和文物保护等领域得到广泛应用<sup>[1]</sup>。 该技术通过采集多帧有一定相移的条纹图像来计算 包含有被测物体表面三维信息的包裹相位值,利用 多频相移或与其他编码方式结合,实现相位解包,用 于三维重建<sup>[2,3]</sup>。相移结构光测量方法主要存在相 移误差和非正弦波形误差<sup>[4]</sup>。数字投影仪投射光栅 可以消除相移误差,此时由数字投影仪的伽马非线 性引起的非正弦波形误差将成为影响测量系统测量

收稿日期: 2010-09-09; 收到修改稿日期: 2010-10-27

基金项目:上海市科委(09DZ1121800,08511501100)资助课题。

**作者简介:** 许 伟(1985—),男,硕士研究生,主要从事光学三维测量技术方面的研究。E-mail: xuwei\_85@sjtu.edu.cn **导师简介:** 习俊通(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事数字化产品开发、精密测量、微喷制造以及数字辅助医学工程等方面的研究。E-mail: jtxi@sjtu.edu.cn(通信联系人)

精度的主要因素[5]。

为了减小伽马非线性引起的相位波动误差,中 外学者进行了大量的研究,提出大量的解决方案:利 用数学方法直接处理伽马非线性<sup>[6~9]</sup>;增加相移步 数减小误差<sup>[10,11]</sup>;采用查表法预先设定误差<sup>[12~14]</sup>; 基于样条曲线拟合的方法<sup>[15]</sup>。这些方法都可以大 大提高测量精度,但也存在一些缺陷:直接消除法和 样条拟合的方法在相位计算时需要经过多次迭代, 运算量较大;增加相移步数意味着投影图片数量的 增加;查表法将预先计算出的相位误差存储在一个 查找表里用于降低相位误差,但标定投影仪伽马值 的过程需要大量时间,且要求投影仪的伽马值相对 固定。

针对以上问题,本文提出一种采用二次多项式 最小二乘曲线拟合对相移结构光测量相位波动误差 进行补偿的方法。该方法只需要在测量系统标定时 采集一组结构光图案,就可以通过拟合的方法实现 对包裹相位值的误差补偿。优点在于利用较少投影 图片进行准确测量,不增加解包运算计算量,同时该 方法不依赖于相机、投影仪具体参数,对环境光源适 应性强,具有很好的通用性。

- 2 算法原理
- 2.1 相位波动误差分析

在相移结构光测量中,由计算机产生竖直余弦

分布光栅图案并经投影仪投射至被测物体表面,光 栅条纹光强分布沿水平方向可表示为

$$x = \frac{M}{2} \Big[ 1 + \cos\Big(\frac{2\pi n}{p} + \delta\Big) \Big],\tag{1}$$

式中 *M* 表示所用的灰度级, *p* 为条纹周期, ∂ 为初始 相位。在理想情况下,输出的条纹分布满足

$$f(x) = a + bx, \qquad (2)$$

对于三步相移,假设投影光栅光强分布为 I<sub>i</sub>,其中

$$I_1 = I_0 [1 + \gamma \cos(\phi - 120^\circ)], \qquad (3)$$

$$I_2 = I_0 (1 + \gamma \cos \phi), \qquad (4)$$

$$I_{3} = I_{0} [1 + \gamma \cos(\phi + 120^{\circ})], \qquad (5)$$

则可解得包裹相位理论值

$$\phi = \arctan\left[\sqrt{3} \frac{I_1 - I_3}{2I_2 - (I_1 + I_3)}\right], \quad (6)$$

实际测量中,当信号通过带有伽马非线性误差的系统时,产生系统误差,此时输出条纹分布可由下式表示:

$$F(x) = \lceil a + bx \rceil^{\gamma}. \tag{7}$$

如图 1 所示。图 1(a)为计算机产生的标准余 弦输入信号;图 1(b)为经伽马非线性调制后输出带 失真的非余弦信号,其中  $\gamma$ =0.2 的输出用短点线表 示,实线表示  $\gamma$ =1,长点线表示  $\gamma$ =2.5;图 1(c)为 由余弦信号解得的理想相位与非余弦信号解得的实 际相位,采用三步相移的方法解得包裹相位,并将相 位值归一化到[0,1)之间;图 1(d)为采用三步相移 时产生的相位误差。



图 1 计算机模拟结果。(a)输入信号,(b)输出信号,(c)理想相位值与实际相位值,(d)伽马非线性产生的相位误差 Fig. 1 Results of computer simulation. (a) input cosine signal, (b) output waveforms, (c) real wrapped phase and ideal wrapped phase, (d) phase error caused by the Gamma nonlinearity of the projector

#### 2.2 相位波动误差补偿原理

由于投影仪伽马非线性误差的存在,利用(2)式 近似(7)式作为输出信号将产生较大的误差,而利用 二项式来近似则可以完全满足精度要求。可假设输 出为

$$f(x) = a + bx + cx^2, \qquad (8)$$

由文献[11]可知实际相位主值 \sqrt{spin}与理论相位主值 \sqrt{spin} 之间的误差

$$\Delta \phi = \phi' - \phi = \arctan\left(-\frac{\sin 3\phi}{\cos 3\phi + k}\right), \quad (9)$$

式中

$$k = \frac{4(b+ca)}{ca}.$$
 (10)

对于同一套测量设备,在相对稳定的环境中, k 是一 个相对固定的值,与投影仪和相机的具体参数有关, 因此可以通过已知的投影仪和相机参数预先设定 k 值。为了能够对不同的测量系统自动获取 k 值,采用 最小二乘拟合的办法来获得 k 值。

由(10)式可知,如果能求得 *a*,*b*,*c* 的值就可以 方便地得到 *k* 值。对(1)式,假设



图 2 拟合方法。(a)数据抽取,(b)拟合结果 Fig. 2 Method of fitting. (a) selected data, (b) result of fitting

将(9)式改写为

$$\Psi(\phi) = \phi' - \phi - \arctan\left(-\frac{\sin 3\phi}{\cos 3\phi + k}\right), (16)$$

拟合得到 k 值后,(16)式中实际相位主值  $\phi'$ 以及 k均为已知量,此时可利用迭代法求得误差补偿后的 相位主值  $\phi$ 。

#### 2.3 相位最小二乘拟合方法

如图 2(a)所示, 假设拟合点数为 N,实际输出 值  $y_i = f(x_i), i = 0, 1, 2, N - 1, 则在 i 点处的偏差$ 

$$\Delta_i = y_i - [a' + b'\varphi(i) + c'\varphi^2(i)], \quad (17)$$
  
偏差的平方和

$$\Omega = \sum_{i=0}^{N-1} \Delta_i^2 = \sum_{i=0}^{N-1} \{ y_i - [a' + b'\varphi(i) + c'\varphi^2(i)] \}^2,$$
(18)

由最小二乘法原理可知,矛盾方程

$$\begin{bmatrix} 1 & \varphi(0) & \varphi^{2}(0) \\ 1 & \varphi(1) & \varphi^{2}(1) \\ 1 & \varphi(2) & \varphi^{2}(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \varphi(N-1) & \varphi^{2}(N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{0} \\ y_{1} \\ y_{2} \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{bmatrix},$$
(19)

的最优解 a',b',c'即为拟合系数。

$$\varphi(n) = 1 + \cos\left(\frac{2\pi n}{T} + \delta\right), \qquad (11)$$

$$x = \frac{M}{2}\varphi(n), \qquad (12)$$

将(11),(12)式代入(8)式得

f

$$f(x) = a + \frac{bM}{2}\varphi(n) + \frac{cM^2}{4}\varphi^2(n)$$
, (13)

设

$$(x) = a' + b'\varphi(n) + c'\varphi^2(n),$$
 (14)

此时 
$$a = a', b = 2b'/M, c = 4c'/M^2$$
, 从而 $2b'$ 

$$k = \frac{2b}{c'} + 4. \tag{15}$$

到此,只要知道b',c'的值就可以求得k值。

由前面的假设, $\varphi(n)$ 可以通过(11)式求得。如 图 2(a)所示,其中虚线为理想输出,实线为经伽马 非线性调制后的输出( $\gamma = 2.5$ ),圆圈表示等间隔抽 取的用于拟合的数据。取 $\delta = 0$ 处作为拟合数据起始 点,因此在一个周期内只需要对变量  $\varphi(n)$ 和因变量 f(x)做最小二乘拟合,就可以得到a',b',c'的值,从 而得到 k 值。 将(19)式改写为 $G_{\alpha} = Y$ ,两边同乘以G的转置  $G^{T}$ 得 $G^{T}G_{\alpha} = G^{T}Y$ ,即

$$\begin{bmatrix} N & \sum_{i=0}^{N-1} \varphi(i) & \sum_{i=0}^{N-1} \varphi^{2}(i) \\ \sum_{i=0}^{N-1} \varphi(i) & \sum_{i=0}^{N-1} \varphi^{2}(i) & \sum_{i=0}^{N-1} \varphi^{3}(i) \\ \sum_{i=0}^{N-1} \varphi^{2}(i) & \sum_{i=0}^{N-1} \varphi^{3}(i) & \sum_{i=0}^{N-1} \varphi^{4}(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{N-1} y_{i} \\ \sum_{i=0}^{N-1} \varphi(i) y_{i} \\ \sum_{i=0}^{N-1} \varphi^{2}(i) y_{i} \end{bmatrix}.$$
(20)

解(20)式这样一个三元一次方程组即可得到a', b',c'的值,拟合结果如图 2(b)所示,图 2(b)中a'=0.0162,b'=-0.3234,c'=1.2934,k=3.5。利用所得 k值对相位值进行误差补偿,补偿后的效果如图 3 所 示,图中虚线为未经误差补偿时三步相移产生的相 位误差,实线为补偿后产生的误差,其中的真实相位 值由(16)式经两次 Steffensen 迭代得到<sup>[16]</sup>。





在误差补偿之前,三步相移误差最大值为 0.05436,补偿之后最大误差为 0.01077,精度提高 5 倍。

### 3 实验结果及讨论

为了验证本误差补偿办法的有效性,使用如 图 4所示的结构光测量系统进行实验,该系统包含 一个投影仪和一个 CCD 相机,投影仪为自主开发, 分辨率 1024 pixel × 768 pixel,相机为大恒 DH-ITS1420GC,分辨率 1392 pixel × 1040 pixel。使用 该系统采用三频三步相移的方法对标准平板进行测 量,测量距离为 800 mm,测量范围为 400 mm × 350 mm。投射 9 幅光栅条纹,三个频率的光强分布 依次满足(3)~(5)式,解包算法原理参考文献[17, 18]。图 5 为拍摄到的周期为 14 的三幅投影图以及 由这三幅图得到的包裹相位图。



图 4 结构光测量系统 Fig. 4 Structural light measurement system



图 5 拍摄到的三幅相移图及带包裹相位图。初始相位(a) $\delta = -120^\circ$ ,(b) $\delta = 0$ ,(c) $\delta = 120^\circ$ ,(d)带包裹相位图 Fig. 5 Phase-shifted grating images for the standard plane and wrapped phase distribution. initial phase (a)  $\delta = -120^\circ$ , (b)  $\delta = 0$ , (c)  $\delta = -120^\circ$ , (d) wrapped phase distribution

误差补偿效果如图 6 所示,对于图 5 所标虚线 位置,不进行误差补偿时的带包裹相位结果如 图 6(a)所示,加入补偿以后结果如图 6(b)所示。利 用文献[17]中的查表法进行解包运算,对于拍摄的 800 pixel×1100 pixel 的图片进行解包,图 6(c)为 不加入误差补偿时的解包相位,图 6(d)为加入误差 补偿后的解包相位。不进行误差补偿时查表误码率为1.31%,误差补偿后误码率为0.09%。补偿后的误码率比补偿前降低14.6倍,大大减少了需要校正点的数量,提高解包运算效率。图7为标准平面的解包结果,图8为图片中间第400行位置上的误差补偿结果,补偿前最大相位误差为0.035,平均相位

误差为 0.019,补偿后最大相位误差为 0.008,平均 相位误差为 0.003。

同时,利用该系统对真实人脸进行测量,人脸重 构模型如图9所示,可见用本文方法进行误差补偿 后的模型比补偿前更为光顺,测量精度更高。



图 6 标准平面的解包。(a)补偿前和(b)补偿后 包裹相位值,(c)补偿前和(d)补偿后解包结果 Fig. 6 Unwrapping of the standard plane. wrapped phase (a) before and (b) after compensation,

unwrapped phase (c) before and (d) after compensation 上述两组实验结果表明,该误差补偿算法可以 显著降低结构光测量系统的相位波动误差,提高其 测量精度。



图 7 误差补偿前(a)后(b) Fig. 7 Unwrapped phase distribution of the flat board before (a) and after (b) error compensation



图 8 标准平面测量相位误差

Fig. 8 Phase error of the standard plane measurement



图 9 人脸三维重构模型。(a)误差补偿前,(b)误差补偿后,(c)最终重构效果 Fig. 9 3D reconstruction model of a human face. (a) before error compensation, (b) after error compensation, (c) final result of reconstruction

4 结 论

在模拟分析伽马非线性对包裹相位误差影响的 基础上,使用最小二乘拟合的方法对相位误差进行 补偿。实验结果表明,本算法简单、快速,在不增加 投影图片数量的基础上将平均误差缩小到补偿前的 1/5,同时将解包误码率由 1.31%减少到 0.09%,大 大提高了解包速度。

#### 参考文献

- 1 F. Chen, G. M. Brown, M. Song. Overview of threedimensional shape measurement using optical methods[J]. Opt. Engng., 2000, 39(1): 10~22
- 2 Joaquim Salvi, Jordi Pagès, Joan Batlle. Pattern codification strategies in structured light systems[J]. Pattern Recognition, 2004, 37(4): 827~849
- 3 F. Blais. Review of 20 years of range sensor development[J]. Electron Imaging, 2004, 13(1): 231~243
- 4 Hao Yudong, Zhao Yang, Li Dacheng. Two-error analysis of grating projection profilometry [J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(3): 376~379

郝煜栋,赵 洋,李达成.光栅投影式轮廓测量中两种误差的分 析[J].光学学报,2000,**20**(3):376~379

- 5 J. Schwider, R. Burow, K. E. Elssner *et al.*. Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources [J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(21): 3421~3432
- 6 Huang Lixin, Yao Xin, Cai Dongmei *et al.*. A high accuracy and fast iterative algorithm for phase retrieval [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(5): 1219~1221
  - 黄利新,姚 新,蔡冬梅等.一种快速高精度的相位恢复迭代法 [J].中国激光,2010,**37**(5):1219~1221
- 7 C. A. Poynton. Gamma and its disguises: the nonlinear mappings of intensity in perception, CRTs, film and video[J]. SMPTE J., 1993, 102: 1099~1108
- 8 H. Farid. Blind inverse gamma correction [J]. IEEE Trans. Image Process, 2001, 10(10): 1428~1433
- 9 Liu Dong, Yang Yongying, Tian Chao et al.. Study phase retrieval from single close fringe pattern with high precision[J]. Chinese J. Lasers, 2010, 37(2): 531~536
  刘 东,杨甬英,田 超等.高精度单幅闭合条纹干涉图相位重

构技术[J]. 中国激光, 2010, **37**(2): 531~536

10 Miao Erlong, Zhang Jian, Gu Yongqiang *et al.*. Measurement error analysis of high precision Fizeau interferometer for lithography project on objective[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, 37(8): 2030~2033

苗二龙,张 健,谷勇强等.用于光刻投影物镜检测的高精度菲 佐干涉仪误差分析[J].中国激光,2010,**37**(8):2030~2033

11 P. S. Huang, Q. Hu, F. P. Chiang. Double three-step phase-

shifting algorithm[J]. Appl. Opt., 2002, 41(22): 4503~4509

12 Li Zhongwei, Wang Congjun, Shi Yusheng et al.. High precision phase error compensation algorithm for structural light measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28 (8): 1527~1532

李中伟,王从军,史玉升等.结构光测量中的高精度相位误差补 偿算法[J].光学学报,2008,28(8):1527~1532

- 13 Z. W. Li, Y. S. Shi, C. J. Wang *et al.*. Accurate calibration method for a structured light system[J]. *Opt. Engng.*, 2008, 47(5): 1~9
- 14 S. Zhang, P. S. Huang. Phase error compensation for a 3D shape measurement system based on the phase-shifting method [J]. Opt. Eng., 2007, 46(6): 1~9
- 15 X. B. Chen, J. T. Xi, J. Jin. Phase error compensation method using smoothing spline approximation for a three-dimensional shape measurement system based on gray-code and phase-shift light projection[J]. Opt. Engng., 2008, 47(11): 113601
- 16 Zhou Guobiao, Song Baorui, Xie Jianli. Numerical Method[M]. Beijing: Higher Education Press, 2008. 200~205, 370~380 周国标, 宋宝瑞, 谢建利.数值计算[M].北京:高等教育出版 社, 2008. 200~205, 370~380
- 17 Erik Lilienblum, Bernd Michaelis. Optical 3D surface reconstruction by a multiperiod phase shift method [J]. J. Computers, 2007, 2(2): 73~83
- 18 X. B. Chen, J. T. Xi, Y. Jin *et al.*. Accurate calibration for a camera-projector measurement system based on structured light projection[J]. Opt. & Lasers in Engng., 2009, **47**: 310~319