

# 大气湍流随机相位差的相关解调算法研究

肖树妹<sup>1,2,3</sup> 梅海平<sup>1,2</sup> 钱仙妹<sup>1,2</sup> 饶瑞中<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> 中国科学院安徽光学精密机械研究所大气光学研究中心, 安徽 合肥 230031  
<sup>2</sup> 中国科学院大气成分与光学重点实验室, 安徽 合肥 230031  
<sup>3</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100049

**摘要** 根据大气光学湍流的光纤干涉测量技术原理及其信号表现形式, 针对湍流相位变化的随机性和复杂性, 提出了能够实时解调湍流随机相位差的相关解调算法, 数值模拟了固定相位差、波形相位差以及符合湍流频谱特征的随机相位差的解调。结果表明, 此算法的绝对误差小于  $10^{-3}$ , 满足湍流测量的要求。该研究为实现光学湍流相位差的动态检测提供了必要的理论方法。

**关键词** 大气光学湍流; 随机相位差; 相关解调算法; 数值模拟

**中图分类号** P427.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0201002

## Atmospheric Turbulence Random Phase Difference with the Demodulating Algorithm of Correlation

Xiao Shumei<sup>1,2,3</sup> Mei Haiping<sup>1,2</sup> Qian Xianmei<sup>1,2</sup> Rao Ruizhong<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Center for Atmospheric Optics, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei, Anhui 230031, China  
<sup>2</sup> Key Laboratory of Atmospheric Composition and Optical Radiation, Chinese Academy of Sciences, Hefei, Anhui 230031, China  
<sup>3</sup> Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** An algorithm for real-time demodulation of random turbulence phase difference is proposed according to the principle and signal expression of fiber optic turbulence measurement system. Fixed, waveform and random turbulence phase difference are all simulated and demodulated to demonstrate the applicability of the algorithm. Result shows that absolute error between demodulated and simulated phase difference is less than  $10^{-3}$ , which satisfies the demand of turbulence measurement. The research provides an important theoretical method to detect the dynamic phase difference of optical turbulence.

**Key words** atmospheric optical turbulence; random phase difference; demodulating algorithm of correlation; numerical simulation

**OCIS codes** 010.1330; 060.5060; 120.5060

## 1 引言

湍流大气引起的折射率随机起伏, 导致光束漂移、扩展、光强闪烁和相位起伏等一系列光传播效

应<sup>[1]</sup>, 是影响大气中光传输、光成像和光探测的重要因素, 也是制约先进光电工程性能的有效发挥甚至失效的关键环节<sup>[2~5]</sup>。因此, 准确获取光传播路径

**收稿日期**: 2010-05-07; **收到修改稿日期**: 2010-07-02

**基金项目**: 中国科学院科研装备研制项目(YZ200923)资助课题。

**作者简介**: 肖树妹(1984—), 女, 硕士研究生, 主要从事光电检测和大气湍流的光学特征及其光学测量方法等方面的研究。E-mail: apzml@126.com

**导师简介**: 饶瑞中(1963—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事激光大气传输前沿物理问题、光辐射和图像的大气传输、大气湍流的光学特征及其光学测量方法等方面的研究。E-mail: rao@aiofm.ac.cn

上的光学湍流强度至关重要。为了克服常规光学湍流测量技术的局限性, Marc D. Mermelstein<sup>[6]</sup>于1995年提出了一种双空气间隙光纤马赫-曾德尔(Mach-Zehnder)干涉测量技术原理,用于直接获取局域湍流大气折射率的微小起伏,其理论精度可达 $10^{-20}$ 量级,并且具有耐腐蚀和便于分布式传感等优点。近年来,在推动该技术的实用化研究方面,赫磊等<sup>[7,8]</sup>通过采用相位载波调制解调技术原理,优化光纤传感光路的隔热隔震性能,已将大气折射率起伏方差的测量噪声水平降低到 $10^{-16}$ 量级。

软件解调是实现相位检测的关键技术,也是光学湍流的光纤传感与测量技术研究的核心内容。对采集到的载波(干涉)信号和参考信号经过一系列处理后得到形如 $y(t) = \cos[\omega t - \Delta\varphi(t)]$ 和 $x(t) = \cos(\omega t)$ 的信号波形,其中 $\Delta\varphi(t)$ 为大气湍流引起的随机相位差,解算出来就是湍流的随机相位<sup>[8]</sup>。

解算方法主要有过零检测法、频谱分析法和相关法。过零检测法是一种传统的检测方法,该方法易受谐波、干扰噪声等误差因素的影响,精度低,不能用于检测随机的相位差<sup>[9]</sup>。频谱分析法是基于软件手段的数字化算法,有很好的噪声及谐波抑制能力,但不能用于检测随机相位<sup>[10]</sup>。

相关法具有很好的噪声抑制作用,但不能消除谐波<sup>[11]</sup>。一般地在用相关法解调相位时,用总采样数作为相关长度,且只用于检测静态的相位差,而实际上相关长度并不一定要取总采样数,只要满足整周期即可<sup>[12]</sup>。因此,可以把采样数分为多个整周期段,而每个整周期段都可以解调得出一个相位,这个相位可以是不同的值,故可用相关法来解调静、动态相位差。

本文基于相关解调算法,提出了大气随机湍流相位差的动态检测方法,并通过数值模拟,验证此方法的精度和可靠性。

## 2 相关解调算法原理

相关法主要是利用两同频正弦(或余弦)信号在延时为零时的互相关函数值与其相位差的余弦值成正比的原理来获得相位差<sup>[11~13]</sup>。设两列信号的表达式分别为

$$\begin{cases} x(t) = A\sin(\omega t) \\ y(t) = B\sin[\omega t + \varphi(t)] \end{cases}, \quad (1)$$

式中 $A$ 和 $B$ 是信号的幅值, $\varphi(t)$ 为待检测的随机相位差。设 $\tau$ 为时间延迟,根据相关函数的定义:

$$\begin{cases} R_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau) dt = \frac{A^2}{T} \int_0^T \sin(\omega t)\sin(\omega t + \omega\tau) dt \\ R_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau) dt = \frac{AB}{T} \int_0^T \sin(\omega t)\sin(\omega t + \omega\tau + \varphi) dt \\ R_{yy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T y(t)y(t+\tau) dt = \frac{B^2}{T} \int_0^T \sin(\omega t + \varphi)\sin(\omega t + \omega\tau + \varphi) dt \end{cases}. \quad (2)$$

为方便表达,略去 $\varphi(t)$ 中的 $t$ ,后同。取 $\tau=0$ ,则

$$R_{xx}(0) = \frac{A^2}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{A^2}{2}, \quad (3)$$

$$R_{xy}(0) = \frac{AB}{T} \int_0^T \sin(\omega t)\sin(\omega t + \varphi) dt = \frac{AB}{2} \cos \varphi, \quad (4)$$

$$R_{yy}(0) = \frac{B^2}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{B^2}{2}. \quad (5)$$

(4)式表明,在延时为零时,具有相同频率的两个正弦信号的互相关函数正比于其相位差的余弦。综合(3)~(5)式,进而可得

$$\cos \varphi = \frac{2}{AB} R_{xy}(0) = \frac{R_{xy}(0)}{\sqrt{R_{xx}(0)R_{yy}(0)}}, \quad (6)$$

即

$$\varphi = \arccos \left[ \frac{R_{xy}(0)}{\sqrt{R_{xx}(0)R_{yy}(0)}} \right]. \quad (7)$$

计算机处理的是经模拟/数字采样后的离散时间序列,即 $x(n)$ 、 $y(n)$ ,其中 $n=0,1,2,\dots,N-1$ , $N$ 为总的采样点数。设 $f_s$ 为采样率,定义参与一次相关运算的数据长度为相关长度 $T$ ,当信号频率与采样频率满足采样定理时,认为一个相关长度内的待检测信号的变化可以忽略。对于离散的时间序列,在一个相关长度内的相关运算由积分式变为求和式,即

$$\begin{cases} R_{xx}(0) = \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{T-1} x^2(n) \\ R_{xy}(0) = \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{T-1} x(n)y(n), \\ R_{yy}(0) = \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{T-1} y^2(n) \end{cases} \quad (8)$$

将结果代入(7)式即可求得  $\varphi$ 。设计总采样点数恰好为相关长度的  $k$  倍,那么经过相关运算所获得的  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$  即为动态的随机相位差时间序列。

### 3 数值模拟结果与分析

算法程序利用 Labview 与 Matlab 的混合编程来实现。首先用软件产生两列信号,一列为零初始相位的正弦波,另一列是含有随机相位的正弦波;然后以相关长度为周期分段进行相关运算,获得各列信号的自相关及互相关函数值;最后进行反余弦运算,得出相位差。程序的算法流程如图 1 所示。

#### 3.1 固定相位差与波形相位差的解调

设置参考信号  $x(t) = \cos(2\pi f_c t)$ , 信号频率  $f_c = 2$  kHz, 采样频率  $f_s = 20$  kHz, 采样数  $N = 4 \times 10^4$ , 相关长度  $T = 10$ 。当两列信号没有相位差,即

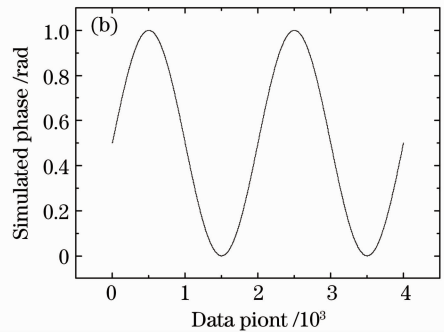
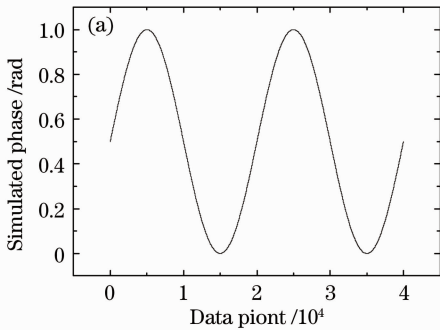


图 2 波形相位差的解调。(a)模拟波形,(b)解调波形

Fig. 2 Demodulation of waveform phase difference. (a) simulated waveform, (b) demodulated waveform

#### 3.2 湍流随机相位的模拟与解调

根据文献[14]中的方法进行湍流随机相位的模拟。首先根据相位  $S$  的频谱与湍流折射率的空间谱密度  $\Phi(K)$  之间的关系及 Kolmogorov 湍流谱理论,构建一个相位空间的复随机场,然后进行傅里叶变换得到一个湍流相位随机场

$$S(x) = \int_{-\infty}^{\infty} a_R \sqrt{0.066\pi\Delta Z k^2 C_n^2 K^{-5/3}} \exp(iKx) dK, \quad (9)$$

式中  $a_R = (A_R + iB_R)/\sqrt{2}$ ,  $A_R, B_R$  分别为实部和虚部,且均为均值为 0, 方差为 1 的随机数,  $\Delta Z$  为传输

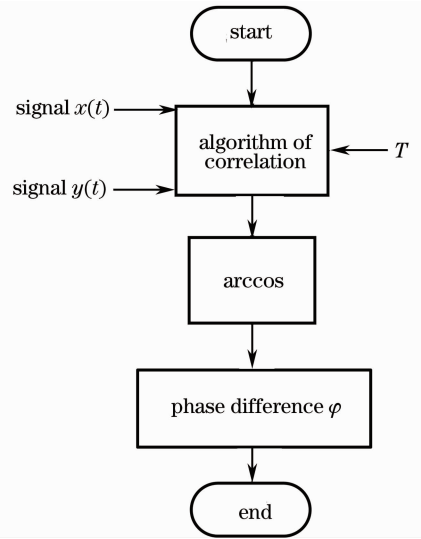


图 1 算法程序流程图

Fig. 1 Flow chart of the algorithm program

$y(t) = \cos(2\pi f_c t)$  时,解调得到  $\varphi = 0$ ;当  $y(t) = \cos(2\pi f_c t + 1)$  时,解调得到  $\varphi = 1$ ;当两信号的相位差为波形函数,即  $y(t) = \cos[2\pi f_c t + 0.5\sin(2\pi t) + 0.5]$  时,模拟生成的相位差与解调得到的相位差分别如图 2(a), (b) 所示。该图表明,解调结果能够正确地反映信号波形,只是数据量有所减小。

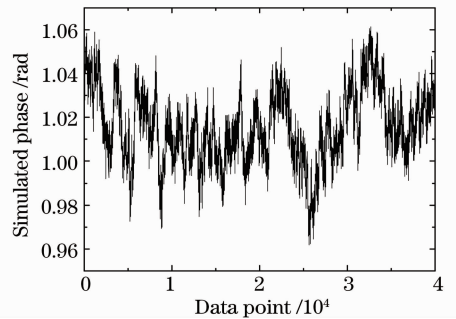


图 3 模拟湍流随机相位差

Fig. 3 Simulated random turbulence phase difference  
距离,  $k$  为激光的波数,  $C_n^2$  为折射率结构常数,  $K$  为相空间波数。模拟过程中取  $\Delta Z = 10$  cm, 激光波长

$\lambda = 1.31 \mu\text{m}$ , 湍流强度  $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{m}^{-2/3}$ ; 设置信号频率  $f_c = 2 \text{kHz}$ , 采样频率  $f_s = 20 \text{kHz}$ , 采样数  $k = 4 \times 10^4$ , 相关长度  $T = 40$ 。根据上述参数模拟得到的湍流随机相位与解调所得的结果分别如图 3 和图 4 所示。结果表明, 无论从量级还是趋势上来看, 解调相位都接近于模拟的相位。虽然数据量减少了 40 倍, 却达到了类似于数据平滑的去除高频噪声的效果。为了便于比较, 将模拟相位也以 40 个为一组分段平均得到如图 5 所示的结果。定义平均相位与解调相位的差值为绝对误差, 那么比较图 4 和图 5 即可得如图 6 所示的解调相位的绝对误差。结果表明, 绝对误差一般在  $10^{-5} \sim 10^{-4}$  量级。

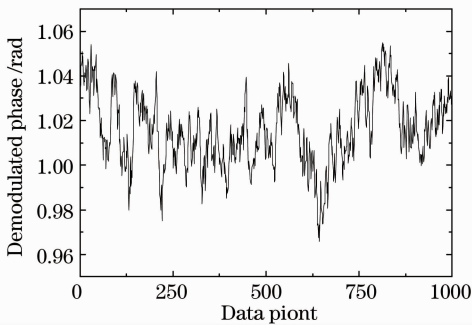


图 4 解调湍流随机相位差

Fig. 4 Demodulated random turbulence phase difference

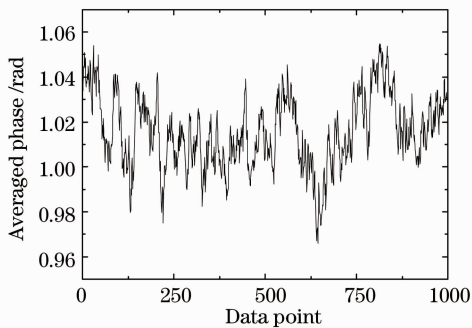


图 5 平均湍流随机相位差

Fig. 5 Averaged random turbulence phase difference

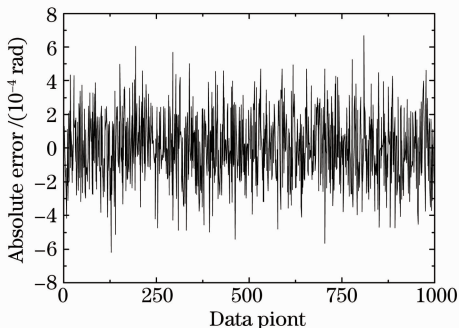


图 6 解调湍流相位的绝对误差

Fig. 6 Absolute error of demodulated turbulence phase

### 3.3 解调结果与讨论

从上面的数值模拟与解调结果来看, 相关法能够准确地检测出静态的和动态的相位差。但由于每解算出一个相位差都需要一个相关长度的数据量, 因而为了确保检测结果满足抽样定理, 就必须将采样频率提升至湍流频率的  $T$  倍。大气湍流折射率起伏的频率一般在数赫兹至数百赫兹之间, 这样即使以 1000 为相关长度, 实现 1 kHz 的湍流折射率起伏的测量也仅需要 1 MHz 的采样率, 现代的高速数据采集技术易于满足上述要求。另外, 分析表明, 用相关法解调相位的误差很大程度上取决于相关长度的选取。要求相关长度与信号的整周期相匹配, 并非越大越好。从相关法的定义来看, 只有在相关区域为整周期, 两同频正弦信号的延时为零时, 互相关函数才与相位差的余弦成正比; 如果相关区域偏离整周期, 就会造成一定的误差<sup>[12]</sup>; 再者, 相关长度取得过大就会平滑掉随机相位的细节部分。所以, 用相关法解调随机相位时, 必须综合两者选取相关长度。

## 4 结 论

本文根据相关解调算法原理, 实现了固定相位差、波形相位差以及符合湍流变化特征的随机相差的解调。数值模拟结果表明, 该算法具有较高的解算精度, 绝对误差普遍小于  $10^{-3}$ , 能够满足湍流随机相位动态检测的需求。需要注意的是, 相关法所用的反余弦函数只能解调  $0 \sim \pi$  之间的相位, 若待检测的信号不在此范围内, 就需要对其进行平移或放缩。此外, 相关法虽然具有噪声抑制作用, 但不能消除谐波, 实际使用时应该与滤波器联用。

### 参 考 文 献

- 1 Song Zhengfang. Foundation of Applied Atmospheric Optics [M]. Beijing: China Meteorological Press, 1990  
宋正方. 应用大气光学基础[M]. 北京: 气象出版社, 1990
- 2 Zhou Pu, Liu Zejin, Xu Xiaojun. Influence of atmospheric turbulence on far-field beam quality of coherent and incoherent combined laser[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(5): 1042~1046  
周朴, 刘泽金, 许晓军. 湍流对相干合成与非相干合成远场光束质量的影响[J]. *中国激光*, 2009, **36**(5): 1042~1046
- 3 Dai Pinjuan, Liu Guoguo, Wu Jin. Numerical simulation on synthetic aperture lidar imaging through atmospheric turbulence with phase gradient algorithm compensation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(3): 739~746  
戴品娟, 刘国国, 吴谨. 大气湍流下合成孔径激光雷达成像数值模拟及 PGA 补偿[J]. *光学学报*, 2010, **30**(3): 739~746
- 4 Jia Kejun, Xue Jianbin, Peng Duo *et al.*. Modulation technologies under weak atmospheric turbulence channel[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(3): 569~573

- 贾科军, 薛建彬, 彭 铎 等. 弱湍流信道中的调制技术[J]. 中国激光, 2009, **36**(3): 569~573
- 5 Mei Haiping, Yuan Keé, Rao Ruizhong. Fiber optical sensing technology and its applications in measuring atmospheric optical turbulence parameters[J]. *J. Atmospheric And Environmental Optics*, 2007, **2**(1): 1~5
- 梅海平, 苑克娥, 饶瑞中. 光纤传感技术用于大气光学湍流测量[J]. 大气与环境光学学报, 2007, **2**(1): 1~5
- 6 D. M. Marc. Fiber-optic atmospheric turbulence sensor[J]. *Opt. Lett.*, 1995, **20**(18): 1922~1923
- 7 Hao Lei, Mei Haiping, Qian Xianmei *et al.*. Demodulation algorithm for the measurement of atmospheric optical turbulence with fiber optics[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(11): 2292~2295
- 郝 磊, 梅海平, 钱仙妹 等. 大气光学湍流光纤测量技术中的解调算法研究[J]. 光子学报, 2008, **37**(11): 2292~2295
- 8 Mei Haiping, Hao Lei, Rao Ruizhong. Experimental study on carrier modulated fiber optic atmospheric optical turbulence measurement system[J]. *J. Atmospheric and Environmental Optics*, 2008, **3**(5): 321~325
- 梅海平, 郝 磊, 饶瑞中. 载波调制型大气光学湍流光纤测量系统的实验研究[J]. 大气与环境光学学报, 2008, **3**(5): 321~325
- 9 Ye Lin, Zhou Hong, Zhang Hong *et al.*. Measurement methods for the phase shift detection and their accuracy analysis[J]. *Electrical Measurement and Instrumentation*, 2006, **43**(484): 11~14
- 叶 林, 周 弘, 张 洪 等. 相位差的几种测量方法和测量精度分析[J]. 电测与仪表, 2006, **43**(484): 11~14
- 10 Lu Yanjie, Xi Zhihong, Wang Jiangbo. Analysis and comparison between FFT and digital correlation theory in phase difference measurement [J]. *Information Technology*, 2007, (12): 105~108
- 路艳洁, 席志红, 王姜铂. FFT法与数字相关法在相位测量上的比较[J]. 信息技术, 2007, (12): 105~108
- 11 Yang Aibing, Zhang Xien, Guo Li. Analysis of correlation theory applied in testing area [J]. *Science Technology and Engineering*, 2007, **7**(13): 3249~3251
- 杨艾兵, 张锡恩, 郭 利. 相关原理在测试领域的应用分析[J]. 科学技术与工程, 2007, **7**(13): 3249~3251
- 12 Yang Jun, Wu Qisheng, Sun Hongqi. Study on using correlation to detect phase difference in coriol is flow meter[J]. *Chinese J. Sensors and Actuators*, 2007, **20**(1): 138~145
- 杨 俊, 武奇生, 孙宏琦. 基于相关法的相位差检测方法在科氏质量流量计中的应用研究[J]. 传感技术学报, 2007, **20**(1): 138~145
- 13 Li Guochao, Huang Qinghua. The measure of phase difference and the design of virtual phase meter based on correlation principle[J]. *Control & Automation*, 2007, **23**(1-1): 185~186
- 李国朝, 黄庆华. 基于相关原理的相位差测量及虚拟相位差计的设计[J]. 微计算机信息, 2007, **23**(1-1): 185~186
- 14 Rao Ruizhong. Light Propagation in the Turbulent Atmosphere [M]. Hefei: Anhui Science and Technology Press, 2005. 307~335
- 饶瑞中. 光在湍流大气中的传播[M]. 合肥: 安徽科学技术出版社, 2005. 307~335