

聚合物电致发光二极管面光源的热分析

张剑平¹ 邹建华¹ 文尚胜^{1,2}

(¹ 华南理工大学高分子光电材料及器件研究所, 广东 广州 510640)
(² 华南理工大学特种功能材料教育部重点实验室, 广东 广州 510640)

摘要 针对聚合物电致发光二极管(PLED)面光源的结构特点,建立了 PLED 面光源正负极双通道的散热模型。采用有限元分析软件对 PLED 面光源在光强为 1000 cd/m² 时的热特性进行模拟,获得其在自然对流和强制对流下的温度场分布图,从仿真结果知 PLED 器件的最高温度 T_H 均处于 PFO-BT 发光层,分别为 43.934 °C 和 26.234 °C。模拟 PLED 面光源由开始加载电压至光强为 5000 cd/m² 的全过程,获得 PLED 面光源最高温度 T_H 与输入功率 P 之间线性关系。通过改变 PLED 面光源电极形状及开口率大小,分别模拟得出其对 PLED 面光源热特性的影响。仿真结果表明电极形状是 PLED 面光源最高温度 T_H 重要影响因素之一,采用圆形电极更有利于 PLED 面光源散热,PLED 面光源最高温度 T_H 随着开口率增大而增大,但并非呈现简单线性关系。PLED 面光源的热学研究结果为其优化设计提供了理论依据。

关键词 薄膜;热分析;热特性;有限元分析;聚合物电致发光二极管;面光源

中图分类号 O644 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0231002

Thermal Analysis of Polymer Electroluminescent LED Surface Light Source

Zhang Jianping¹ Zou Jianhua¹ Wen Shangsheng^{1,2}

¹*Institute of Polymer Optoelectronic Material and Devices, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510640, China*

²*Key Laboratory of Specially Functional Materials, Ministry of Education, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510640, China*

Abstract For structural characteristics of polymer light-emitting diode (PLED) surface light source, thermal model of dual-channel is built. By using finite element analysis software, the thermal properties of PLED surface light source is simulated in the light intensity of 1000 cd/m², and temperature distribution is obtained under natural convection and forced convection. The simulation results show that the highest temperature is in PFO-BT emitting layer of the PLED surface light source with temperature of 43.934 °C and 26.234 °C respectively. By simulating the whole process from the beginning to the light intensity of 5000 cd/m², the linear relation between the highest temperature T_H and input power P is gained. By changing the electrode shape and size of aperture opening ratio of PLED surface light source respectively, the influence of these factors on thermal characteristics of PLED surface light source is obtained. The simulation results reveal that the electrode shape is one of the most important factors to the highest temperature T_H of PLED surface light source, and using circular electrode can promote the dissipation of heat of PLED surface light source effectively. As the aperture opening ratio increases, the highest temperature T_H of PLED surface light source increases steadily, but they do not present a simple linear relationship. These results provide a basis for the optimization of PLED surface light source.

Key words films; thermal analysis; thermal characteristics; finite element analysis; polymer light-emitting diode; surface light source

OCIS codes 310.6805; 310.6845; 310.6870

1 引言

自从 1987 年美国 Kodak 公司的 Tang 等^[1]制成了双层有机薄膜发光二极管,实现了低压直流驱

动的平面固体光源以来,有机电致发光二极管(OLED)面光源由于具有超薄、重量轻、成本低、能耗低、主动发光、视角宽和响应速度快等优点,在显

收稿日期: 2010-07-11; 收到修改稿日期: 2010-09-01

作者简介: 张剑平(1985—),男,硕士研究生,主要从事 PLED 热特性方面的研究。E-mail: zjpscut@163.com

导师简介: 文尚胜(1964—),男,博士,副教授,主要从事 LED 及 OLED 等方面的研究。E-mail: shshwen@scut.edu.cn

示和照明领域有着极大的应用前景,受到学术界和产业界的极大重视^[2~5]。虽然近年来有机电致发光二极管的效率在不断提高^[6~9],但由于 OLED 平面光源的固有电阻特性使器件在工作时内部产生大量焦耳热,输入功率仅有小部分可以转换成光能,其它大部分能量将以串联电阻和晶格振动方式转变成热量^[10~13];随着热量产生,温度的升高,这不仅会因为热应力作用破坏 OLED 器件结构^[11],还会随着温度升高加速 OLED 发光层老化^[12],导致 OLED 器件寿命普遍较短,这严重制约了 OLED 产业化进程。另一方面,与基于真空蒸镀技术的小分子发光器件(OLED)相比,基于聚合物材料的聚合物发光二极管(PLED)面光源除了有 OLED 优点外,还兼有良好的机械加工特性,可以采用湿法处理,能精确控制共混比例和掺杂浓度,可以用旋涂或喷墨打印方法成膜,工艺简单,还具有易于大面积成膜和成本低等优点^[14],有助于进一步降低制造成本,实现商业化生产。然而,国内外关于 PLED 面光源热特性的研究少有报道^[15,16],特别是电极形状对 PLED 面光源温度影响的研究。PLED 电极形状散热研究区别于 LED^[17],电极形状对 PLED 面光源电流分布影响小,但却是 PLED 面光源开口率及散热效果的主要影响因素,通过对 OLED 面光源电极形状的研究,有助于了解 PLED 面光源失效过程、优化器件结构、改善器件稳定性、提高器件寿命和改进器件的性能。

本文先后提出 4 种形状的电极设计方案:边角矩形、侧边矩形、环绕矩形和圆角形,并对不同形状电极的散热效果逐一地进行分析。在边角矩形电极基础上,通过改变 PLED 面光源的开口率,比较不同开口率下,PLED 面光源散热效果。为此,结合有限元分析软件(Ansys)对基于聚合物的结构为 ITO/PEDOT/PFO-BT/Ba/Al 的 PLED 面光源热特性进行模拟,分析了稳态下的自然对流、强制对流 PLED 面光源的热特性和瞬态下的自然对流 PLED 面光源热特性,为 PLED 面光源优化设计提供了一定理论指导。

2 PLED 面光源热阻模型

PLED 的结构形式多种多样,但其基本结构主要组成为石英玻璃衬底、ITO 阳极、空穴传输层、聚合物发光层、电子传输层和铝阴极这几部分组成,PLED 面光源制作方法参考文献[18]。本文以 PFO-BT 聚合物发光二极管平面光源作为研究对

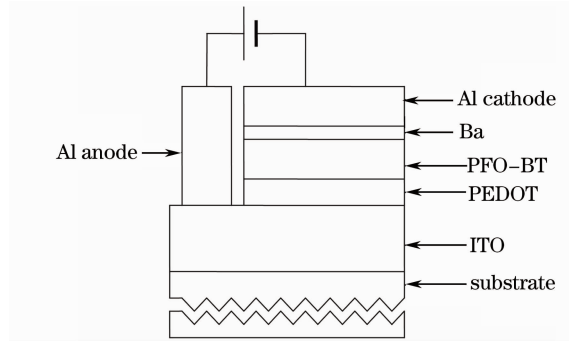


图 1 PLED 面光源结构示意图

Fig. 1 Schematic of PLED surface light source image, Fig. 1 shows the structure of PLED with PFO-BT as the emission layer.

PLED 面光源正负电极处于同一侧,且不影响 PLED 光线出射,散热通道类似于 LED 倒装结构^[19],因而铝基板加散热翅片可作为 PLED 面光源主要的散热方式,由聚合物发光层生成热沿着以下两个简化的热路径传导:1)发光层→阴极→铝基板→散热翅片→空气/环境;2)发光层→空穴传输层→ITO 导电层→阳极→铝基板→散热翅片→空气/环境。热路径的简化双通道模型如图 2 所示,它由六个结点 T_j, T_h, T_1, T_s, T_f 和 T_a (T_j 表示 PLED 面光源的发光层温度, T_s 表示铝基板顶部温度, T_h 表示空穴传输层顶部温度, T_1 表示阳极顶部温度, T_f 表示散热翅片顶部温度, T_a 表示空气/环境的温度),以及发光层到阴极底部的热阻 R_{js} ,发光层到空穴传输层顶部的热阻 R_{jh} ,ITO 导电层的热阻 R_{it} ,阳极的热阻 R_{1s} ,铝基板热阻 R_{sf} ,散热翅片至空气热阻 R_{fa} 组成。

根据上述正负极双通道散热模型,PLED 面光

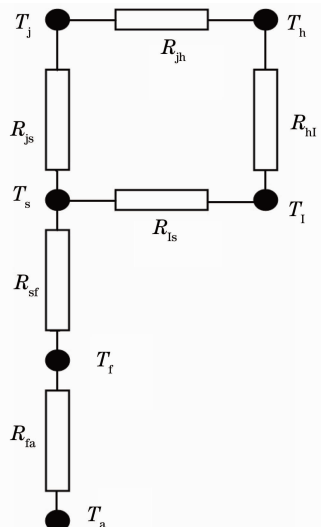


图 2 PLED 面光源散热模型

Fig. 2 Heat-dissipation model of PLED surface light source

源发光层至环境的总热阻 R_{ja} 可表示为

$$R_{ja} = \frac{R_{js}(R_{jh} + R_{hl} + R_{ls})}{R_{js} + R_{jh} + R_{hl} + R_{ls}} + R_{sf} + R_{fa}. \quad (1)$$

PLED 面光源总热阻 R_{ja} , 温度 T 和热功率 P 三者关系可由下式表示:

$$R_{ja} = \frac{\Delta T}{P} = \frac{T_j - T_a}{(1 - \eta)P_{in}} = \frac{T_j - T_a}{(1 - \eta)V_{in}I_{in}}, \quad (2)$$

式中 ΔT 表示发光层温度 T_j 与环境温度 T_a 之差, η 表示 PLED 面光源有效出光功率, P_{in} 表示 PLED 面光源输入功率, V_{in} , I_{in} 分别表示输入电压、电流。

总热阻 R_{ja} 反应了 PLED 面光源的散热能力。热阻大表示在单位热功率下发光层温度升幅大, 散热效能低, 热阻小表示 PLED 面光源具有较强的散热能力, 能迅速将热量传导至外部环境中。因此, 在热设计和实际生产中应尽可能降低 PLED 面光源的热阻, 提高它的使用可靠性及寿命。

表 1 PLED 器件各层厚度及导热系数

Table 1 Thickness and thermal conductivity of PLED device

Layer	Quartz glass substrate	ITO	PEDOT	PFO-BT	Ba	Al
Thickness /nm	700000	125	40	80	4	80
Thermal conductivity R / $[W/(m^2 \cdot K)]$	20	20	0.12	0.12	18.4	237

PLED 面光源热分析采用 Ansys 中 Thermal 模块, 选择 Thermal Solid Brick 8node 70 作为热分析结构单元, 仿真模型如图 3 所示。

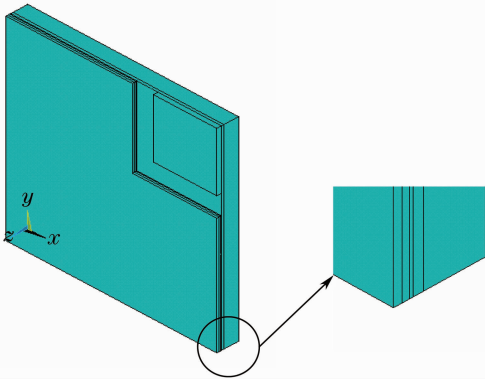


图 3 PLED 面光源 3D 模型

Fig. 3 3D model of PLED surface light source

采用稳态方式模拟自然对流下 PLED 面光源在光强为 1000 cd/m^2 时的热场分布, 在 3D 模型外表面设置自然对流换热系数 $h_1 = 25 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$, 空气温度为 $20 \text{ }^\circ\text{C}$ 的边界载荷。根据 PLED 面光源光强为 1000 cd/m^2 时的输入功率 P 与 PFO-BT 发光

3 PLED 面光源自然对流热场稳态分析

PLED 面光源与空气间对流换热可分为自然对流和强制对流, 自然对流换热是依靠 PLED 面光源表面空气温度差进行的换热方式, 而强制对流换热是依靠外部驱动力促使 PLED 面光源表面空气快速流动的换热方式, 本文分别对这两种换热方式进行分析。PLED 面光源各层厚度和导热系数如表 1 所示, PLED 各层厚度由台阶仪 (Tencor Alfa-Step 500) 测得、石英玻璃厚度由游标卡尺测得, 导热系数由热学手册查阅所得^[20]。空气与铝电极自然对流换热系数为 $25 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$, 空气与石英玻璃基底自然对流换热系数为 $25 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ^[21]。

层体积, 计算得出发光层热生成功率, 因而在 PFO-BT 发光层施加大小为 $15 \times 10^9 \text{ W/m}^3$ 热生成率载荷。PLED 面光源自然对流的模拟结果如图 4 所示。从图 4 可以看出, PLED 面光源最高温度处于 PFO-BT 发光层, 大小为 $T_H = 44.36 \text{ }^\circ\text{C}$, 最低温度处于石英玻璃片基底末端, 大小为 $T_L = 43.934 \text{ }^\circ\text{C}$ 。根据(2)式可知自然对流情况下 PLED 面光源总热阻 $R_{ja} = 1457 \text{ }^\circ\text{C/W}$ 。

4 PLED 面光源强制对流热场稳态分析

考虑到小风扇强制对流情况下, PLED 面光源与空气间换热系数约为 $100 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ ^[21]。在 PLED 面光源强制对流模拟中设置对流换热系数 h_2 为 $100 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$, 空气温度保持为 $20 \text{ }^\circ\text{C}$, 在 PFO-BT 发光层施加同样大小为 $15 \times 10^9 \text{ W/m}^3$ 的热生成率载荷。按照上述模型和载荷进行有限元求解, 求得 PLED 面光源最高温度仅为 $T_H = 26.234 \text{ }^\circ\text{C}$, 同样处于 PFO-BT 发光层; 最低温度为 $T_L = 25.819 \text{ }^\circ\text{C}$, 处于石英玻璃片基底末端, 如图 5 所示。

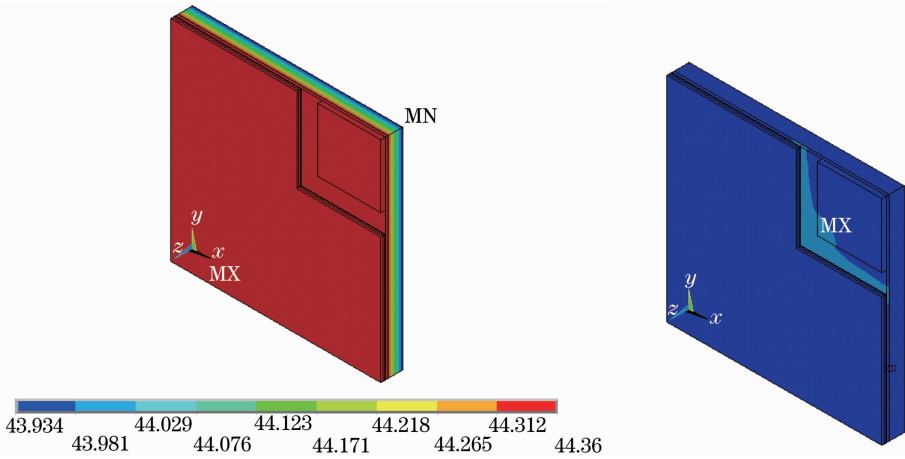


图 4 自然对流下 PLED 面光源温度、热流分布图

Fig. 4 Temperature, thermal flux distribution of PLED surface light source under natural convection

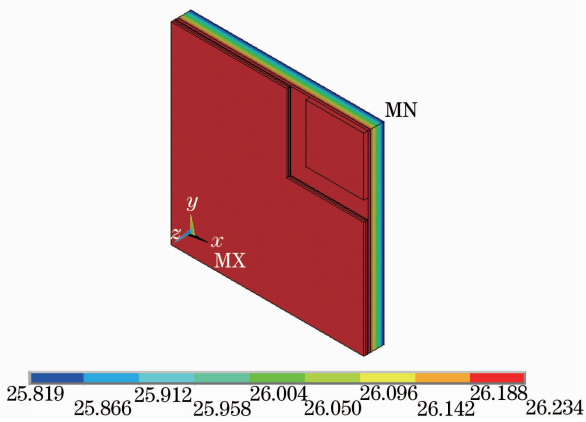


图 5 强制对流下 PLED 面光源温度分布图

Fig. 5 Temperature distribution of PLED flat light under forced convection

根据(2)式可知强制对流情况下 PLED 面光源总热阻 $R_{js} = 373 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{W}$, 强制对流下的热阻值仅为自然对流下的热阻值的 25.6%。强制对流与自然对流分析比较有助于理解手套箱内测量 PLED 面光源过程中 PLED 面光源在高电流下迅速湮没的原因。目前, PLED 面光源光效效能测量多在超净室手套箱内, 手套箱内 PLED 面光源与环境间依靠自然对流换热方式来散发热量, 散热效率低, 在大电流情况下, PLED 面光源发光层产生热量来不及散发, 器件整体温度升幅大, 进而迅速湮灭。

5 PLED 面光源自然对流瞬态分析

实验室制备了以 PFO-BT 为发光层的 PLED 面光源, 在测量 PLED 面光源发光性能过程中, PLED 面光源由开始加载电压至光强为 $5000 \text{ cd}/\text{m}^2$ 耗时 20 s, 电压由 0 升至 9.6 V, 电流由 0 升至 $98.3 \text{ mA}/\text{cm}^2$ 。经模

拟计算得出, 整个加载过程 PLED 面光源最高温度 T_H 随时间的变化情况如图 6 所示, 最高温度 T_H 与输入功率 P 呈现良好线性关系, 当 PLED 面光源亮度为 $5000 \text{ cd}/\text{m}^2$ 时, PLED 面光源最高温度 T_H 已升至 $202.558 \text{ } ^\circ\text{C}$ 。

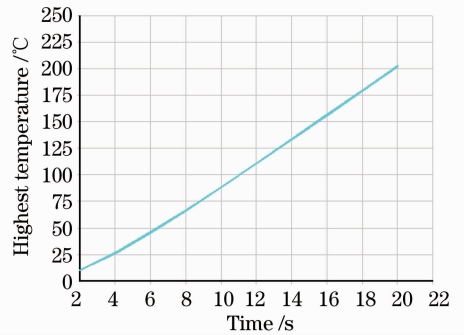


图 6 瞬态分析中最高温度与时间关系图

Fig. 6 Highest temperature change over time in the transient analysis

6 PLED 电极形状对热场的影响

PLED 面光源实际制备中, 可以采用不同电极形状, PLED 面光源电极形状设计直接影响了其开口率以及散热效果。在图 3 边角矩形正极的基础上, 提出另外 3 种形状电极, 侧边矩形电极、环绕矩形电极、圆形电极, 其中 4 种电极情况下 PLED 面光源的发光面积与总面积大小设置一致, 模拟计算不同形状电极的温度分布情况, 电极形状与温度场、热流场分布如图 7 所示。

结合图 4 和图 7 可以看出电极形状不仅影响 PLED 面光源的温度值大小, 而且对 PLED 面光源热流影响尤为显著, 在同等条件下, 圆形电极的

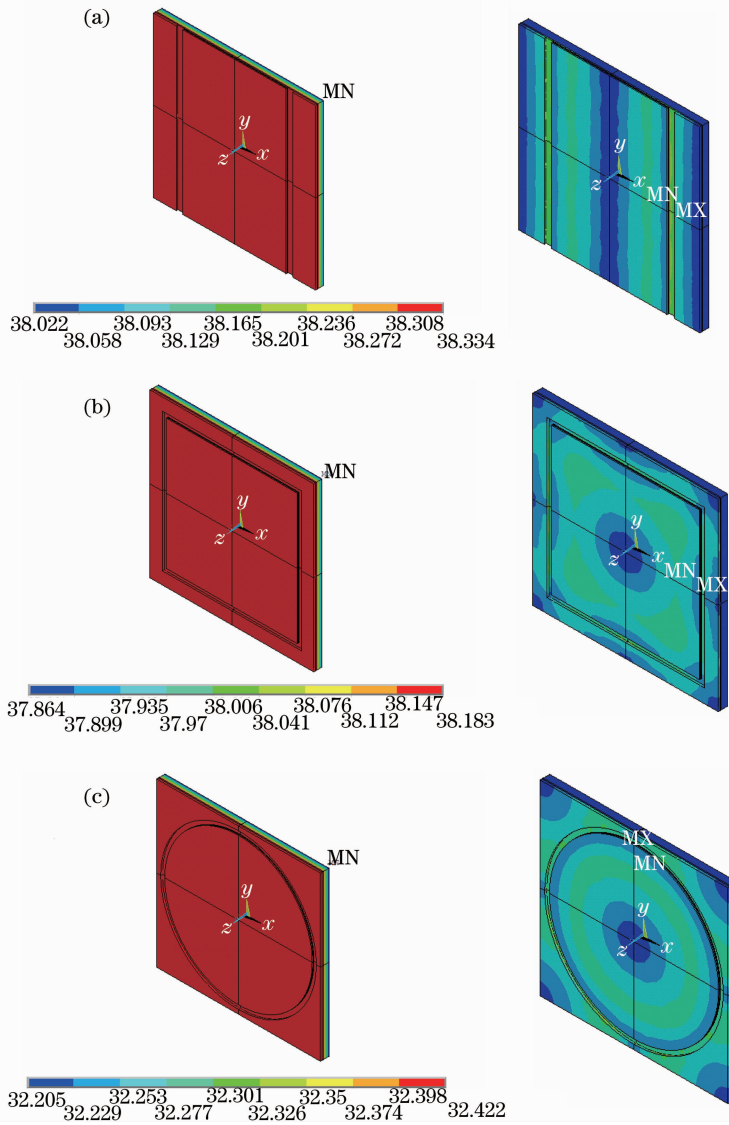


图 7 不同形状电极下 PLED 面光源的温度、热流分布图。(a)侧边矩形电极,(b)环绕矩形电极,(c)圆形电极

Fig. 7 Temperature, thermal flux distribution of PLED surface light source of different electrodes. (a) double-sided rectangular electrode, (b) surrounding rectangular electrode, (c) circular electrode

PLED 面光源温升最小,仅为 12.422 °C,而边角矩形电极温升最大。采用圆形电极的 PLED 面光源散热效果取得显著提高,热阻仅为 975 °C/W。针对普通照明领域与显示领域,比较了 PLED 面光源温度分布。四种形状电极的最高温度 T_H 、总热阻 R_{ja} 对比如表 2 所示。

从表 2 可以看出当 PLED 面光源在同等条件下,圆角电极 PLED 面光源比边角矩形电极 PLED 面光源的最高温度 T_H 低 6.229 °C,相应总热阻值 R_{ja} 低 489 °C/W,比起其它三种电极,圆形电极的 PLED 面光源散热效率获得极大的提高。圆形电极的 PLED 面光源散热效果提高主要有两个因素: 1)圆形电极的 PLED 面光源热流分布场更加匀称,有利于热量散发;2)圆形电极的结构决定其有更大

散热面积。用于普通照明领域的 PLED 面光源可采用圆形电极,圆形电极 PLED 面光源有极佳的散热效果,而在对开口率要求高的显示领域可采用环绕矩形电极,即可保证开口率又有较好的散热效果。

表 2 不同形状电极 PLED 面光源热特性

Table 2 Temperature characteristics of PLED surface light source with of different electrode shapes

Electrode shape	Highest temperature	Thermal resistance
	$T_H/^\circ\text{C}$	$R_{ja}/(^\circ\text{C}/\text{W})$
Corner electrode	38.651	1464
Double-sided electrode	38.344	1440
Rectangular electrode	38.183	1428
Circular electrode	32.422	975

7 PLED 开口率与热场对应关系

考虑到 PLED 面光源开口率的大小直接影响到正负极的面积大小,又因为 PLED 面光源为正负极双通道散热器,进而开口率影响到 PLED 面光源整体的散热性能,所以,进一步研究开口率对 PLED 面光源散热效率的影响,采用边角矩形的 PLED 面光源作为研究对象。PLED 面光源的最高温度 T_H 与其开口率之间关系如图 8 所示。

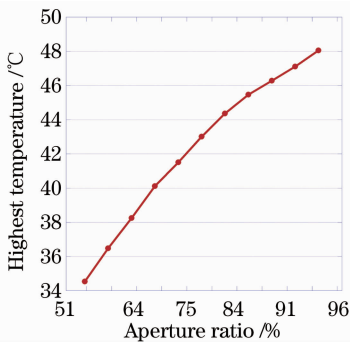


图 8 最高温度与开口率关系图

Fig. 8 Relation between highest temperature and aperture ratio

不同开口率 PLED 面光源的最高温度 T_H 均处于 PFO-BT 发光层,并随着开口率增大而迅速增大,但由于受到正负极双散热通道影响,最高温度 T_H 并非与开口率呈现严格线性关系,开口率小于 85 % 时,最高温度增幅较大,开口率大于 85 % 之后,增速减缓。由此可见,电极形状及开口率共同影响 PLED 面光源的整体散热效果。通过减少开口率,增大阳极面积,减少 PLED 面光源温度升幅,符合 PLED 面光源双通道散热模型,适用于普通照明、如路灯、室内灯。

8 结 论

本文利用有限元方法模拟来研究 PLED 面光源外部散热环境、电极形状和开口率对 PLED 面光源整体散热效果的影响。在不同外部环境下,比较了自然对流与强制对流情况,发现采用强制对流换热的 PLED 面光源最高温度仅有 26.234 °C,强制对流下的热阻值仅为自然对流下的热阻值的 25.6%。另外,在相同外部环境和同等开口率下,对比边角矩形电极、侧边矩形电极、环绕矩形电极和圆形电极 4 种形状的散热效果,发现采用圆形电极散热效果最好,侧边矩形电极和环绕矩形电极散热效果相当,而边角矩形电极散热效果稍逊。鉴于 PLED 面光源为正负双散热通道光源,进一步研究

PLED 面光源开口率对其散热效果的影响,PLED 面光源最高温度 T_H 随着开口率增大而增大,由于 PLED 面光源受正负极双散热通道的影响,其最高温度 T_H 与开口率并非简单的线性增长。电极形状及开口率共同影响 PLED 面光源的整体散热效果,用于普通照明领域的 PLED 面光源可采用圆形电极,圆形电极 PLED 面光源有极佳的散热效果,而在对开口率要求高的显示领域可采用环绕矩形电极,即可保证开口率又有较好的散热效果。本文所建立的模型及分析结果与实际还有一定差别,只能给出定性结果,实际情况还有待通过 PLED 面光源实际制备进行验证。

参 考 文 献

- 1 C. W. Tang, S. A. van Slyke. Organic electroluminescent diodes [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1987, **12**(51): 913~915
- 2 Lei Wang, Bo Liang, Fei Huang *et al.*. Utilization of water/alcohol-soluble polyelectrolyte as an electron injection layer for fabrication of high-efficiency multilayer saturated red-phosphorescence polymer light-emitting diodes by solution processing [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2006, **15**(89): 15115-1
- 3 S. Krishnamurthy, T. K. Hatwar, J. Spindler *et al.*. Advanced materials and formulations for OLED display manufacturing[C]. *SPIE*, 2005, **5937**: 1~10
- 4 B. D. Andrade, J. J. Brown. White phosphorescent organic light emitting devices for display applications [J]. *SPIE*, 2006, **6225**: 22514~22514
- 5 J. Blassing, A. Hunze, M. Scheffel *et al.*. Screen-printed passive matrix displays based on light-emitting polymers [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2001, **24**(78): 3905~3907
- 6 J. S. Huang, G. li, E. Wu *et al.*. Achieving high-efficiency polymer white-light-emitting devices [J]. *Adv. Mater.*, 2006, **18**: 114~117
- 7 Zhang Chunyu, Liu Xingyuan, Ma Fengying *et al.*. Organic microcavity green color light emitting diode [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(1): 111~115
张春玉, 刘星元, 马凤英 等. 有机微腔绿色发光二极管 [J]. *光学学报*, 2006, **26**(1): 111~115
- 8 H. B. Wu, G. J. Zhou, J. H. Zou *et al.*. Efficient polymer white-light-emitting devices for solid-state lighting [J]. *Adv. Mater.*, 2009, **21**: 4181~4184
- 9 Zhong Jian, Cheng Jianbo, Chen Wenbin *et al.*. Study on optoelectronic performance of highly bright red doping organic light emitting devices [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(9): 1392~1396
钟 建, 成建波, 陈文彬 等. 高亮度掺杂红色有机电致发光器件的制备与光电性能研究 [J]. *光学学报*, 2006, **26**(9): 1392~1396
- 10 M. Rajeswaran, T. N. Blanton, C. W. Tang *et al.*. Structural, thermal, and spectral characterization of the different crystalline forms of Alq(3), tris (quinolin-8-olato) aluminum (III), an electroluminescent material in OLED technology [J]. *Polyhedron*, 2009, **28**: 835~843
- 11 H. H. Yu, S. J. Hwang, K. C. Hwang. Preparation and characterization of a novel flexible substrate for OLED [J]. *Opt. Commun.*, 2005, **248**: 51~57
- 12 X. Zhou, J. He, L. S. Liao *et al.*. Real-time observation of temperature rise and thermal breakdown processes in organic

- LEDs using an IR imaging and analysis system [J]. *Adv. Mater.*, 2000, **12**: 265~269
- 13 C. Gärditz, A. Winnacker, F. Schindler *et al.*. Impact of Joule heating on the brightness homogeneity of organic light emitting devices [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2007, **90**: 103506-1
- 14 J. H. Burroughes, D. C. Bradley, A. R. Brown *et al.*. Light-emitting diodes based on conjugated polymers [J]. *Nature*, 1990, **347**(6293): 539~541
- 15 N. Tessler, N. T. Harrison, D. S. Thomas *et al.*. Current heating in polymer light emitting diodes [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1998, **73**: 732~734
- 16 Xu Zheng, Liao Liangsheng, Li Zhensheng *et al.*. Comparison studies on the stability of small molecule light emitting materials and polymer light emitting materials [J]. *Chinese J. Luminescence*, 2000, **21**: 247~252
徐正, 廖良生, 李振声等. 有机小分子发光材料与聚合物发光材料在大气存放条件下的稳定性对比研究[J]. *发光学报*, 2000, **21**: 247~252
- 17 Zhang Junbing, Ling Yueming, Bo Lin *et al.*. Optimization of the electrode shape of AlGaInP LED [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**: 5881~5886
张俊兵, 林岳明, 柏林等. AlGaInP LED 电极形状的优化[J]. *物理学报*, 2008, **57**: 5881~06
- 18 Zou Jianhua, Tao Hong, Wu Hongbin *et al.*. Improved performance of white polymer light emitting diodes [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**: 1224~1228
邹建华, 陶洪, 吴宏滨等. 修饰阴极界面提高聚合物白光二极管发光效率[J]. *物理学报*, 2009, **58**: 1224~1228
- 19 G. Hotchkiss, G. Amador, D. Edwards *et al.*. Wafer level packaging of a tape flip-chip chip scale packages [J]. *Microelectronics Reliability*, 2001, **41**: 705~713
- 20 James E. Mark. *Polymer Data Handbook*[M]. England: Oxford University, 1999. 804~805
- 21 Zhang Xuexue, Li Guifu. *Thermal Engineering*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2000. 181~182
张学学, 李桂馥. *热工基础*[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000. 181~182