# 非均匀采样干涉数据的光谱反演分析

景娟娟<sup>1,2</sup> 相里斌<sup>3</sup> 吕群波<sup>3</sup>

(<sup>1</sup>中国科学院西安光学精密机械研究所光谱成像技术重点实验室,陕西西安710119 <sup>2</sup>中国科学院研究生院,北京100049;<sup>3</sup>中国科学院光电研究院,北京100094

摘要 由于传统的快速傅里叶变换(FFT)只适用于均匀采样的情况,对非均匀采样的干涉数据直接进行 FFT 会导致 反演光谱的失真。针对该问题,国外的很多学者对非均匀快速傅里叶变换(NUFFT)方法进行了研究,并形成了比较 成熟的理论。将 NUFFT 方法应用到干涉数据的光谱反演中,对不同采样频率和不同非均匀程度下的光谱反演精度 进行了分析仿真,可以看出,在部分欠采样情况下,采样频率是影响光谱反演精度的主要因素;在过采样情况下,光程 差的非均匀采样程度是影响反演精度的主要因素。实际应用中,需要综合考虑数据量、采样频率和光程差的非均匀 采样程度来确定最终的参数。为了保证光谱反演的精度,获取的干涉数据中不存在部分欠采样是最基本的原则。 关键词 光谱成像;干涉数据;光程差;非均匀采样;光谱反演

**中图分类号** TH744.1 文献标识码 A **doi**: 10.3788/AOS201131.1211006

# Analysis on Spectrum Recovery for Nonuniform Sampling Interferogram

Jing Juanjuan<sup>1,2</sup> Xiangli Bin<sup>3</sup> Lü Qunbo<sup>3</sup>

<sup>(1</sup>Key Laboratory of Spectral Imaging Technique, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China

<sup>2</sup> Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

<sup>3</sup>Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China

**Abstract** Traditional fast Fourier transform (FFT) is only useful in uniform sampled interferogram. For nonuniform sampled interferogram, the spectrum recovered by FFT is often distorted when the aliasing is neglected. To solve the problem, nonuniform fast Fourier transform (NUFFT) method is proposed and some mature theories are formed. The NUFFT is applied to the spectrum recovery of interferogram, and the interferogram at different sampling frequency and different degree of nonuniform optical path difference (OPD) is analyzed and simulated. The results indicate that sampling frequency is the main factor that affect the recovery precision for undersampled interferogram condition, while the nonuniform degree of OPD is more affective for oversampled interferogram condition. In the application, data quantity, sampling frequency and the nonuniform degree of OPD must be considered comprehensively to acquire the final design parameter. To ensure the recovery precision, avoiding the undersampling of gotten interferogram is the basic criteria.

Key words imaging spectroscopy; interferogram; optical path difference; nonuniform sampling; spectrum recovery OCIS codes 110.4234; 300.6300

1 引

光谱成像技术出现于 20 世纪 80 年代,是光学

探测技术的一个强有力的手段,随着该技术的发展 和应用需求的推动,干涉型光谱成像技术逐渐引起

#### 收稿日期: 2011-06-20; 收到修改稿日期: 2011-07-26

基金项目:国家 973 计划(2009CB724005)和国家自然科学基金 (40805013)资助课题。

作者简介:景娟娟(1979一),女,博士研究生,主要从事光谱成像仪数据处理方面的研究。

E-mail: jingjuanjuan@opt.ac.cn

言

**导师简介:**相里斌(1967—),男,博士,研究员,主要从事光谱成像技术研究和航空航天光学遥感等方面的研究。 E-mail: xiangli@aoe.ac. cn

了人们的关注,并得到了迅速发展。干涉型光谱成 像仪获取的数据是一种中间数据,必须通过光谱反 演才能获得目标的光谱,快速傅里叶变换(FFT)由 干计算简便,快速,因此被广泛使用<sup>[1,2]</sup>,但是 FFT 算法只适用于均匀采样的情况,对于非均匀采样的 干涉数据则不再适用。通常情况下干涉光谱成像仪 获取的数据往往存在非均匀采样的问题,如对于时 空联合调制干涉光谱成像仪<sup>[3]</sup>(LASIS)来讲,由于 其成像原理的特殊性,光谱仪在某一时刻获得的是 不同目标点在不同光程差(OPD)处的强度响应,要 获得同一目标点的完整干涉图,需要经过全视场的 推扫,在推扫过程中,平台运动的非均匀性将直接导 致所提取的干涉图存在非均匀采样问题;对于直线 动镜型干涉光谱仪,动镜往复运动的非均匀性也会 导致干涉图存在非均匀采样;在依靠转镜的旋转产 生光程差的时间调制干涉光谱仪中,在转镜匀速转 动的过程中,光程是随时间周期变化的,因此存在光 程差和时间的非线性关系[4~8]。非均匀快速傅里叶 变换<sup>[9]</sup>(NUFFT)即是针对非均匀采样数据进行 FFT 研发出来的一种新的算法。该算法于 1993 年 提出后,有不少学者对其进行了跟踪研究[10~13]。本 文将 NUFFT 算法应用到干涉数据的光谱反演中, 分析了不同采样频率和不同非均匀采样程度下的光 谱反演精度,讨论了在实际应用中需要考虑的因素 以及需要遵循的基本原则。

### 2 NUFFT 方法介绍

NUFFT<sup>[9,13]</sup>可以看作是一种特殊情况下的 FFT,它的优点是可以很好的利用 FFT 算法,从而 在保证变换谱精度的情况下,提高傅里叶变换的运 算效率,其特点是利用对卷积数据的均匀重采样,代 替原始非均匀采样数据的重采样,从而减少了重采 样过程中原始数据信息熵的丢失。

NUFFT 算法的基本步骤为<sup>[9]</sup>:

 1)寻找一个合适的脉冲函数(如高斯脉冲函数) 与非均匀采样数据进行卷积处理,得到卷积数据;

 2)对卷积后的数据以确定的均匀采样间隔进 行重采样,得到均匀采样的卷积数据,通常这一采样 为过采样;

3) 对重采样的卷积数据进行周期延拓,并利用 FFT 算法进行频谱变换,得到卷积数据的变换谱;

 4) 对变换谱进行退卷积操作,得到非均匀采样 数据的傅里叶变换谱。

## 3 仿真参数

由于仿真所用的数据为辐射度计采集的一条光 谱,是按照波长等间隔采集的,而干涉型光谱成像仪 的光谱分辨率是波数等间隔的,二者的光谱范围、分 辨率均不相同,所以需要对该光谱数据按照仿真所 用的参数进行重采样,才能作为理想光谱进行参考。 首先按照线性采样光程差把一条光谱曲线变成均匀 采样干涉图,对均匀采样干涉图进行光谱反演即可 得到理想情况下的光谱数据;然后按照非均匀采样 光程差把该光谱曲线变成非均匀采样干涉图,再利 用 NUFFT 法对非均匀采样干涉图进行光谱反演, 并与理想情况下的光谱数据进行对比。

为了保证复原结果的可比性,光谱反演时的切 趾函数均采用三角窗函数,相位修正方法采用求模 法<sup>[14]</sup>。仿真所用的参数为光谱范围 450~900 nm, 最大光程差 L 为 27  $\mu$ m,光谱分辨率  $\delta\nu$ =1/(2L)= 1/(2×27  $\mu$ m)=185.1852 cm<sup>-1</sup>。

根据 Nyquist 采样<sup>[15]</sup>理论,采样间隔应小于

 $1/(2v_{\rm max}) = 1/[2(1/0.45 \ \mu m)] = 225 \ nm. (1)$ 

为评价各种方法反演光谱的精度,采用光谱最 大绝对偏差百分比<sup>[16]</sup>的改进形式——光谱相对偏 差作为评价标准,定义

$$R_{\rm error} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \frac{|\hat{S}_n - S_n|}{S_n} \times 100\%, \qquad (2)$$

式中S为标准光谱,Ŝ为反演光谱,N为光谱谱段数。

## 4 不同采样频率下光谱反演仿真

以1倍Nyquist采样频率为基础,叠加上固定的非均匀采样误差,然后将采样频率逐步增加到 1.07,1.13,1.15,1.18和1.25倍,不同采样频率所 对应的采样间隔如图1(a)~(f)所示,其中横坐标表 示采样点数,纵坐标表示干涉图采样间隔(单位: nm)。其中图1(a)~(d)叠加非均匀采样误差后存 在部分欠采样,图1(e)~(f)叠加非均匀采样误差后 满足Nyquist采样定理。与之对应的反演光谱如 图2(a)~(f)所示,反演精度如图3所示。

可以看出:部分欠采样是影响反演精度的主要 因素,由于非均匀采样导致干涉图存在部分欠采样, 其对应的傅里叶变换谱就会存在光谱混叠,因此复 原光谱的失真非常明显,出现了很多伪峰和伪谷,这 将极大地影响光谱分类与识别的精度。当采样频率 由1.15倍降至1.00倍时,反演精度由2.35%骤降 至17.05%;过采样情况下,随着采样频率的增大, 其反演精度变化不大,由1.68%渐升至1.63%。



图 1 不同采样频率下的采样间隔





图 2 不同采样频率下复原的光谱





- Fig. 3 Average relative bias between standard spectrum and recovered spectrum at different sample frequencies
- 5 不同非均匀采样程度下光谱反演仿真 将采样点数固定,取1.13倍 Nyquist采样频率 为基础,叠加上不同程度的非均匀光程差(假设为 OPD1~OPD8),生成均匀采样的干涉图和非均匀 采样的干涉图,然后进行光谱反演。假设与 OPD1~ OPD8 对应的采样间隔为 Nonuniform interval 1~ Nonuniform interval 8,叠加了非均匀光程差后的采样 间隔变化如图 4 所示,其中 Nonuniform interval 1~ Nonuniform interval 4 均小于 225 nm,满足 Nyquist 采样定理,不存在欠采样情况,Nonuniform interval 5 ~Nonuniform interval 8存在部分欠采样。

不同非均匀采样程度下的复原结果如图 5 所示,复原精度如图 6 所示。由图 5(e)~(h)可以看出:过采样情况下[图 4(a)~(d)],随着光程差非均匀性的降低,反演精度由 1.97%渐升至 1.66%;由

Sampling interval /nm

于非均匀采样光程差导致的部分欠采样使得对应的 傅里叶谱中存在光谱混叠,谱线形状在长波处发生 了明显失真。随着光程差非均匀程度的加大,反演 精度由 2.00%下降至 2.56%。



图 4 仿真用的线性与非线性采样间隔

Fig. 4 Linear and nonlinear sampling interval for simulation



图 5 不同非线性光程差下的复原光谱









另外需要指出的是,本文虽然只是针对可见光 波段进行了分析,但该分析结果对红外波段以及不 同的光谱形状同样适用,在参考文献[17]中,作者曾 分析了3种不同的红外光谱曲线在同样的采样频率 和非线性光程差下的复原精度问题。

#### 6 结 论

将 NUFFT 方法应用到非均匀采样干涉数据的 光谱反演中,分析了不同采样频率和不同程度非均 匀采样误差下的光谱反演精度,进行了计算机仿真。 由仿真结果可以得出如下结论:

1) 在过采样情况下,采样频率对反演精度的影

响较小,光程差的非均匀采样程度是影响反演精度的主要因素。即使其采样间隔均满足采样定理,随着非均匀采样程度的增加,复原精度还是会逐渐降低;

2)在由于非均匀采样所导致的部分欠采样情况下,采样频率是影响反演精度的主要因素,而且随着欠采样程度的加剧,光谱反演精度急剧降低;

3)在实际应用中,需要综合考虑数据量,采样频率,光程差的非均匀采样程度来确定最终的设计参数。为了保证光谱反演的精度,所获取的干涉数据中不存在部分欠采样是参数设计时的最基本原则。

#### 参考文献

- 1 Huang Min, Xiangli Bin, Lü Qunbo et al.. Research on spatially modulated Fourier transform imaging spectrometer data processing method [J]. Spectrosc. & Spectral Anal., 2010, 30(3): 855~858
- 黄 旻,相里斌,吕群波等.空间调制型干涉光谱成像仪数据处 理方法 [J]. 光谱学与光谱分析,2010,**30**(3):855~858
- 2 Li Suning, Zhu Rihong, Gao Zhishan et al.. Fourier conjugate correction spectral reconstruction for Fourier-transform spectrometer [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(4): 0412010 李苏宁,朱日宏,高志山等. 共轭傅里叶变换校正成像光谱重构 [J]. 光学学报, 2011, 31(4): 0412010
- 3 Xiangli Bin. Study on Fourier Transform Imaging Spectroscopy [R]. Northwest University Postdoctoral Report, 1997 相里斌. 干涉成象光谱技术研究 [R]. 西北大学博士后研究工作 总结报告, 1997
- 4 Su Lijuan, Yuan Yan, Xiangli Bin et al.. Optical path difference analysis of ultra-rapid-scanning imaging interferometer[J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(6): 1120~1123 苏丽娟,袁 艳,相里斌等.高速转镜干涉成像光谱仪的光程差 分析[J]. 光子学报, 2007, 36(6): 1120~1123
- 5 J. K. Kauppinen, I. K. Salomaa, J. O. Partanen. Carousel interferometer[J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(27): 6081~6085
- 6 Huang Huiming, Zhou Yinqing, Zhou Sizhong et al.. Studies of optical path diference and nonlinearity of high speed rotary spectrometer [J]. Acta Photonica Sinica, 2003, 32 (10): 1239~1243

黄惠明,周荫清,周泗忠等.转镜式光谱仪光程差和非线性的研究[J]. 光子学报,2003,**32**(10):1239~1243

- 7 Yang Xiaoxu, Zhou Sizhong, Xiangli Bin *et al.*. Studies on nonlinearity of optical path difference of rotary fourier transform spectrometer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(10): 1388~1392 杨晓许,周泗忠,相里斌. 转镜式傅里叶变换光谱仪光程差非线 性的研究 [J]. 光学学报, 2004, **24**(10): 1388~1392
- 8 Wei Ruyi, Zhang Xuemin, Zhou Jinsong *et al.*. Calculations on optical path difference of high resolution reflecting scanning Fourier transform spectrometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(7): 073001

魏儒义,张学敏,周锦松等.反射式转镜干涉光谱仪光程差计算 [J].光学学报,2011,**31**(7):073001

- 9 A. Dutt, V. Rokhlin. Fast Fourier transforms for nonequispaced data[J]. SIAM J. Sci. Comput. (Society for Industrial and Applied Mathematics, Journal on Scientific Computing), 1993, 14(6): 1368~1393
- 10 H. G. Feichtinger, K. Grochenig, T. Strohmer. Efficient numerical methods in nonuniform sampling theory[J]. Numer. Math., 1995, 69(4): 423~440
- 11 C. Anderson, M. D. Dahleh. Rapid computation of the discrete Fourier transform [J]. SIAM J. Sci. Comp., 1996, 17 (4): 913~919
- 12 Q. H. Liu, X. M. Xu, B. Tian *et al.*. Applications of nonuniform fast transform algorithms in numerical solutions of differential and integral equations[J]. *IEEE Trans. Geoscience Remote Sensing*, 2000, 38(4): 1551~1560
- 13 Yao Tao, Lü Qunbo, Xiangli Bin et al.. Spectrum recovery methods for nonuniform sampling interfergram[J]. Spectrosc. & Spectral Anal., 2010, 30(5): 1430~1433 姚 涛, 吕群波, 相里斌等. 非均匀采样干涉数据光谱反演技术 研究[J]. 光谱学与光谱分析, 2010, 30(5): 1430~1433
- 14 Liu Yong, Wu Jiandong, Zhu Ling *et al.*. Spectral recovery in fiber Fourier transform spectrometer [J]. Acta Optica Sinica, 2009, **29**(6): 1697~1700
  刘 勇, 巫建东,朱 灵等. 光纤傅里叶变换光谱仪光谱复原技术研究 [J]. 光学学报, 2009, **29**(6): 1697~1700
- 15 A. J. Jerri. The shannon sampling theorem- its various extensions and applications: a tutorial review [J]. IEEE, 1977, 65(11): 1565~1596
- 16 E. Christophe, D. Léger, C. Mailhes. Comparison and evaluation of quality criteria for hyperspectral imagery [C]. SPIE, 2005, 5668: 204~213
- 17 Jing Juanjuan, Zhou Jinsong, Xiangli Bin et al.. Comparison of correction methods for nonlinear optic path difference of reflecting rotating Fourier transform spectrometer [J]. Spectrosc. & Spectral Anal., 2010, 30(6): 1678~1682
  - 景娟娟,周锦松,相里斌等.反射转镜式干涉光谱仪光程差非线 性修正方法比较 [J]. 光谱学与光谱分析,2010,**30**(6): 1678~1682

栏目编辑:韩 峰