

多项式型相位光瞳滤波器实现三维超分辨

周国尊¹ 田维坚² 陈慧芳¹

(¹ 中国计量学院光学与电子科技学院, 浙江 杭州 310018)
² 中国科学院光电研究院, 北京 100094)

摘要 为研究连续型相位光瞳滤波器对光学成像系统成像效果的影响, 并实现对远场光学成像系统分辨率的提升, 设计了一种多项式函数形式的相位型光瞳滤波器, 证明其可以实现三维超分辨。给出了其与一种典型三区型相位光瞳滤波器的超分辨效果的对比。通过对比可以发现, 在分辨效果的改善上, 横向分辨率有明显提升, 但施特雷尔比会有所下降。此外, 由于此种形式光瞳滤波器可以通过提高多项式次数来增加可调参数, 因此其对超分辨效果的提升还有一定的改善空间。关于多项式函数形式的相位光瞳滤波器的计算结果, 对实际中制作连续相位型光瞳滤波器亦有一定的参考价值。

关键词 光学器件; 成像系统; 三维超分辨; 相位型光瞳滤波器; 多项式函数

中图分类号 O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.1211002

Three-Dimensional Superresolving Phase Optical Pupil Filter with Polynomial Function

Zhou Guozun¹ Tian Weijian² Chen Huifang¹

(¹ College of Opto-Electronic Technology, China Jiliang University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China)
² Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

Abstract In order to study far-field optical imaging system with continuous phase optical pupil filter and to achieve the purpose of high resolution in this system, a phase optical pupil filter with polynomial function is proposed. With this filter, three-dimensional super-resolution can be obtained in optical system. The contrast with the effects on super-resolution of a typical three-zone phase optical pupil filter is shown in the following. There is a significant improvement on transverse resolution with the new type filter, but the Strehl ratio will decline. In addition, more adjustable parameters can be established to restrain such a filter by increasing the highest power of the polynomial function, which makes the filter more flexible in improving the resolution of optical system. The numerical results about the continuous-phase optical pupil filter with polynomial functions will also help the manufacture.

Key words optical devices; imaging systems; three-dimensional super-resolution; phase optical pupil filter; polynomial function

OCIS codes 050.5080; 110.1220; 180.6900

1 引言

无论是在应用科学领域, 还是在工程实践当中, 采用简捷高效的光学方法实现高分辨率成像一直都是科研人员所不懈追求的目标。自从 1952 年 Francia^[1] 首先将超分辨天线的概念引入到光学成

像领域以来, 各种实现远场光学超分辨的方法便相继被提出。如变迹术^[2,3]、调制结构光照明技术^[4,5]和光子荧光显微技术^[6]等。其中变迹术因其相对容易实现且不需要对光学成像系统做出很大改变, 即可较好地提高系统的成像分辨率而被广泛应用。

收稿日期: 2011-05-17; **收到修改稿日期**: 2011-07-06

作者简介: 周国尊(1984—), 男, 硕士研究生, 主要从事光学超分辨技术方面的研究。E-mail: oceanied@sina.com

导师简介: 田维坚(1957—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要从事光学信息处理, 光电检测和成像和空间光学等方面的研究。E-mail: tianwj@qdaoe.cn(通信联系人)

在众多实现变迹术的手段中最先被提出且应用最广泛、最成熟的方法就是在光学成像系统中加入光瞳滤波器。光瞳滤波器以其对光波波前改变的方式不同主要分为振幅型滤波器、相位型滤波器,以及振幅和相位均可改变的复振幅型滤波器。早期的光瞳滤波器主要为振幅型,且大都采用环形的轴对称结构,根据滤波器不同的振幅透射率分为不同的区^[1,7]。其特点是制作较为简单,但对主瓣的抑制过于强烈,能量损失较大。与振幅型滤波器相比,现在更为关注相位型滤波器^[8]、复振幅型滤波器^[9,10]以及非固定模式可调节的滤波器^[11]。它们具有更好的能量利用效率,更大的应用灵活性等特点。

在纯相位型滤波器方面,首先使其实现成为可能的是 Sales 等^[12]。他们提出了用二元衍射超分辨元件进行横向超分辨研究的方法。之后, Juana 等^[13]采用焦点强度二阶近似表达的方法进一步研究了正弦变化的相位型光瞳滤波器。近些年,又有超高斯型相位滤波器被提出^[14]并被更加深入的研究^[15]。

其中 Juana 等^[13]的研究方法仍是一种分析连续型相位滤波器的重要手段。但以正弦函数为相位结构,其可调参数只能有两个,这就使这种相位变化方式相对单调。而且正弦函数本身具有周期性,更降低了滤波器相位变化的多样程度。针对正弦函数的这些缺陷并考虑到多项式函数具有相对简单,可塑性强的特性,且在插值时可以用来代替各种复杂的函数这一事实。设计滤波器时,提出可以采用某种多项式函数形式的连续相位变化方式。一方面,与正弦函数形式的变化方式相比其相位变化方式可以更加丰富,也就提供了更多的提高成像效果的可能性;另一方面,对这种新的相位变化方式的研究本身也有助于加深对连续型相位光瞳滤波器的理解。

2 基本理论

2.1 光强分布的级数展开

在单色照明的情况下,一般光学成像系统焦点附近的归一化振幅分布可表示为

$$U(v, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) \exp\left(-\frac{1}{2} i u \rho^2\right) J_0(v \rho) \rho d\rho, \quad (1)$$

式中 ρ 为归一化的半径, $P(\rho)$ 是成像系统的光瞳函数,由光瞳滤波器的结构决定, $J_0(v \rho)$ 为零阶贝塞尔函数。 v 与 u 分别与系统焦点附近的横向坐标 r , 轴向

坐标 z 相对应, 且有如下关系:

$$v = \frac{2\pi}{\lambda} NA r, \quad (2)$$

$$u = \frac{2\pi}{\lambda} NA^2 z, \quad (3)$$

式中 λ 为单色光波长, NA 是系统的数值孔径^[16,17]。

对于焦面上焦点附近区域的横向和轴向强度分布,可以分别用幂指数展开为

$$I(v, 0) = |I_0|^2 - \frac{1}{2} \text{Re}(I_0 I_1^*) v^2 \dots, \quad (4)$$

$$I(0, u) = |I_0|^2 + \text{Im}(I_0^* I_1) u - \frac{1}{4} [\text{Re}(I_2^* I_0) - |I_1|^2] u^2 \dots, \quad (5)$$

式中 $I_n (n=0, 1, 2, \dots)$ 是光瞳函数的 n 阶矩且有

$$I_n = 2 \int_0^1 P(\rho) \rho^{2n+1} d\rho. \quad (6)$$

2.2 光瞳滤波器评价参数的解析表达

在成像系统中加入光瞳滤波器以后,系统的焦点会发生微小的轴向偏移。以 u 为轴向坐标,这个轴向离焦量可用 u_F 来表示。因此实际成像系统焦点附近的光强是以坐标 $(0, u_F)$ 为中心对称分布的,其中 u_F 的表达式如下:

$$u_F = 2 \frac{\text{Im}(I_0^* I_1)}{\text{Re}(I_0 I_2^*) - |I_1|^2}, \quad (7)$$

在光瞳滤波器对系统分辨能力改善的评价方面,常用评价参数有 G_T, G_A 和 S 。其中 G_T 和 G_A 分别表示系统在横向和轴向分辨率方面的提高程度,可定义为艾里斑主瓣横向(轴向)宽度与超分辨点扩展函数主瓣相应的宽度之比。 S 为施特雷尔比,定义为超分辨衍射斑主瓣中心最大强度与艾里斑主瓣中心最大强度之比,反应了系统的能量利用率。由(4)式和(5)式,在二阶近似的条件下,可得到

$$S = |I_0|^2 + \frac{1}{2} u_F \text{Im}(I_0^* I_1), \quad (8)$$

G_T 和 G_A 的定义则借鉴了 Juana 等^[13]的方法,表示为

$$G_T = 2 \frac{\text{Re}(I_0 I_1^*) + (1/2) u_F \text{Im}(I_0^* I_2)}{S}, \quad (9)$$

$$G_A = 12 \frac{\text{Re}(I_0 I_2^*) - |I_1|^2}{S}, \quad (10)$$

当 $G_T > 1$ 时,可实现横向超分辨;当 $G_A > 1$ 时,可实现轴向超分辨;当两个参数同时大于 1 时,即可实现三维超分辨。至此,可以根据以上参数设置筛选条件设计滤波器光瞳函数。

3 光瞳滤波器的设计

滤波器的设计思路是首先构造大量的光瞳函数并计算出这些光瞳函数的评价参数,之后再对评价参数设置一定的约束条件,筛选出符合条件的对象。

3.1 光瞳函数的构造

一般情况下,光瞳函数 $P(\rho)$ 可以表示为 $P(\rho) = A(\rho)\exp[i\varphi(\rho)]$ 的形式。其中 $A(\rho)$ 为透射率函数,对于纯相位型滤波器 $A(\rho) = 1$,主要由相位函数 $\varphi(\rho)$ 来决定最终的超分辨效果。这里选择了三次多项式作为滤波器相位函数 $\varphi(\rho)$ 的形式:

$$\varphi(\rho) = a\rho^3 + b\rho^2 + c\rho + d. \quad (11)$$

显然,选择这样的相位函数形式与一般正弦相位函数形式相比,可以使相位的变化更丰富。一般的正弦型函数的可调参数是两个,而这种形式函数的可调参数有 4 个。如果希望获得更复杂的 $\varphi(\rho)$ 形式,可以通过增加多项式的次数来实现。同时随之会增加一定程度的计算量。

为了提高效率,这里采用函数插值的方法生成相位函数 $\varphi(\rho)$ 。选择 $A(\rho_1, \varphi_1); B(\rho_2, \varphi_2); C(\rho_3, \varphi_3); D(\rho_4, \varphi_4)$ 4 个点,限定范围如下:

$$\begin{cases} \rho_A = 0 & 0 \leq \varphi_A \leq \pi \\ 0 < \rho_B < 1 & 0 < \varphi_B < \pi \\ \rho_B < \rho_C < 1 & -\pi < \varphi_C < 0 \\ \rho_D = 1 & -\pi \leq \varphi_D \leq 0 \end{cases}, \quad (12)$$

式中 A, B, C, D 在各自的变化范围内按选定步长进行变化,每次对这 4 个点进行插值,生成相应的多项式相位函数 $\varphi(\rho)$,如图 1 所示,进而得到大量供后续筛选的光瞳函数。

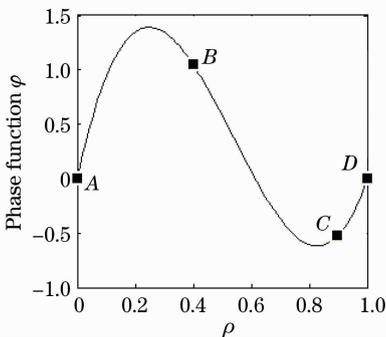


图 1 插值点与相位函数

Fig.1 Interpolating points and phase function

3.2 光瞳函数的选择

生成结构参数之后,可以根据(6)~(10)式计算出滤波器的评价参数 u_F, G_A, G_T 和 S 并依据它们设计筛选条件,选出符合条件的滤波器结构。设计的初步筛选条件为

$$\begin{cases} |u_F| < u_0 \\ G_A > 1 \\ G_T > 1 \\ S > 0.25 \end{cases}. \quad (13)$$

由于在评价参数的计算中采用了二次近似,为保证计算精度, u_F 必须足够小,其限度设为 u_0 。 $G_A > 1$ 且 $G_T > 1$ 则表明该结构实现了三维超分辨。之后再从初步筛选的结果中找出 S 相对较大, G_A 与 G_T 同时有足够高的结构。实际设计当中可以根据光学系统对分辨参数的要求来限制第二步筛选中的 S, G_A 和 G_T 这 3 个参数,以获得符合要求的设计。

根据上述方法最终得到了数组结构参数,这里选取了一组侧重于提高光学系统超分辨因子的参数: $a = 65.07; b = -107.04; c = 41.97; d = 0$,进行接下来的分析和评价。

4 结果的分析与评价

图 2 用光强分布图的形式显示了加入以上述结果为结构参数的滤波器后,艾里斑的变化情况。其中坐标 x, y 与横向坐标 v 的关系是

$$v = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (14)$$

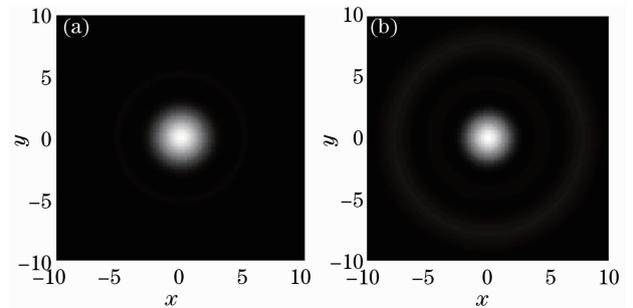


图 2 艾里斑的光强分布。(a)未加入光瞳滤波器;

(b)加入光瞳滤波器

Fig.2 Normalized intensity distribution of Airy pattern.

(a) Without optical pupil filter; (b) with optical pupil filter

从图中可以看到主瓣强度被压缩,而旁瓣强度有所提升。图 3,4 分别给出了加入最终设计的光瞳滤波器以后,光学系统焦点处横向和轴向归一化强度分布所发生的变化。为了进行对比,同时给出了一种典型的三区相位型滤波器的分辨效果^[15],也表示在图 3,4 中。这种三区型相位型滤波器结构为

$$\begin{cases} 1 & 0 \leq \rho \leq r_1 \\ \exp(i\pi) & r_1 < \rho \leq r_2, \\ 1 & r_2 < \rho \leq 1 \end{cases}, \quad (15)$$

式中 $r_1 = 0.66, r_2 = 0.75$ 。此三区相位型滤波器的综合评价参数为此种结构中的最优。

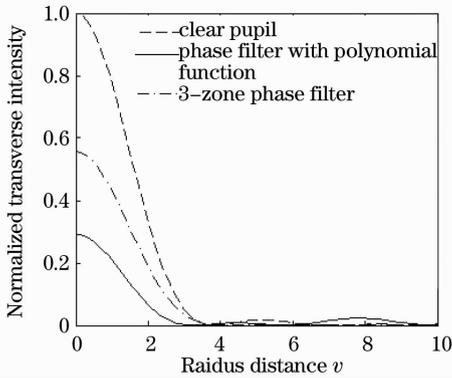


图3 焦点附近的横向归一化强度分布情况对比

Fig. 3 Normalized transverse intensity distribution near the focus for optical pupil filters comparing with clear pupil

两种滤波器的评价参数均已列于表1中。在对比中还加入了另外两个评价参数——横向旁瓣强度因子 M_T 和轴向的旁瓣强度因子 M_A , 分别定义为超分辨衍射斑横向与轴向最大旁瓣强度与中心主

瓣最大强度之比。 M_T 和 M_A 过大会对图像的对比度有较大影响,从而影响到成像质量。加入滤波器以后 M_T 和 M_A 一般都会有一定程度的提升。这时就需要通过共焦扫描显微镜中所采用的方法对旁瓣进行抑制。

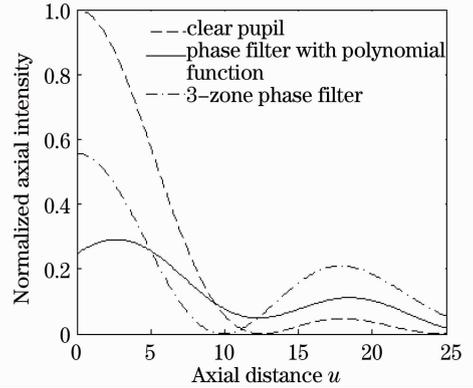


图4 焦点附近的轴向归一化强度分布情况对比

Fig. 4 Normalized axial intensity distribution near the focus for optical pupil filters comparing with clear pupil

表1 两种光瞳滤波器超分辨效果的比较

Table 1 Contrast of superresolving effects of two different types of optical pupil filters

Type of filter	u_F	S	G_T	G_A	M_T	M_A
With polynomial phase function	2.65	0.291	1.15	1.31	0.0292	0.379
With three-zone phase function	0	0.557	0.905	1.27	0.00215	0.376

从结果中可以看到两种滤波器的旁瓣强度因子相当,而本文设计的滤波器则实现了三维超分辨且超分辨效果更好。但施特雷尔比与非连续型相位型滤波器相比相对偏低。一个可能提高施特雷尔比的改进方向是在现有的设计基础之上加入对振幅自由度调制,即改进为复振幅型滤波器。现有设计的复振幅滤波器在其他评价参数方面与此滤波器相当,而施特雷尔比可以达到 $3 \sim 3.7$ ^[9]。

5 结 论

从理论上证明了多项式型相位变化的光瞳滤波器可以实现效果很好的三维超分辨,尤其有较低的横向旁瓣能量,但施特雷尔比略低且轴向旁瓣能量过大。此外,在多项式函数的形式构造上还有很大的改进空间,如可以加入对多项式函数导数的约束条件,进而得到更高次的相位多项式函数,使相位的变化具有更多种形式。

参 考 文 献

1 T. di Francia. Super-gain antennas and optical resolving power

[J]. *Nuovo Cimento Suppl.*, 1952, **9**(3): 426~435
 2 Ding Zhihua, Tian Weijian, Bao zhengkang. Superresolution with high throughput via irradiance redistribution element [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(5): 701~706
 丁志华, 田维坚, 包正康. 利用光强分布转换器件实现低能耗光学超分辨[J]. *光学学报*, 2000, **20**(5): 701~706
 3 Zhu Huafeng, Wang Xiumin, Wang Ning *et al.*. Improved transversal superresolution filters based on radial birefringent crystal[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(10): 1876~1880
 朱化风, 王秀民, 王 宁等. 改进型基于径向双折射晶体的超分辨率波器[J]. *光子学报*, 2007, **36**(10): 1876~1880
 4 Guo Binjun, Zhuang Songlin. Image superresolution with source encoding technique [J]. *Acta Optica Sinica*, 1988, **8**(11): 984~990
 郭斌均, 庄松林. 光学系统超分辨的光源编码技术[J]. *光学学报*, 1988, **8**(11): 984~990
 5 M. G. L. Gustafsson. Surpassing the lateral resolution limit by a factor of two using structured illumination microscopy [J]. *J. Microscopy*, 2000, **198**(2): 82~87
 6 Mao Zhengle, Wang Chen, Cheng Ya. Superresolution far-field fluorescence bio-imaging: breaking the diffraction barrier [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(9): 1283~1307
 毛峥乐, 王 琛, 程 亚. 超分辨远场生物荧光成像-突破光学衍射极限[J]. *中国激光*, 2008, **35**(9): 1283~1307
 7 C. J. R. Sheppard, Z. S. Hegedus. Axial behavior of pupil-plane filters[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1988, **5**(5): 643~647
 8 Wang Wei, Zhou Changhe, Yu Junjie. Transverse superresolution and extended axial focal depth realized by three-zone annular phase pupil filter[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011,

- 60(2); 024201
 王伟, 周常河, 余俊杰. 三环位相型光瞳滤波器的横向超分辨与轴向焦深扩展[J]. 物理学报, 2011, **60**(2): 024201
- 9 Yun Maojin, Liu Liren, Sun Jianfeng *et al.*. Study on three-dimensional superresolving performances of complex amplitude pupil filters[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(4): 475~478
 云茂金, 刘立人, 孙建锋等. 复振幅光瞳滤波器的三维超分辨性能研究[J]. 光学学报, 2005, **25**(4): 475~478
- 10 Guo Shuwen, Guo Hanming, Zhuang Songlin. One-dimensional transverse superresolution achieved by three-zone dissymmetrical pupil filter [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37** (11): 2222~2226
 郭舒文, 郭汉明, 庄松林. 非对称三区光瞳滤波器实现一维横向超分辨[J]. 光子学报, 2008, 37(11): 2222~2226
- 11 Zhu Huafeng, Gao Hongyi, Gan huijing *et al.*. Double mode high-precision adjustable superresolving pupil filter [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(12): 1829~1834
 朱化风, 高鸿奕, 干慧菁等. 双模式高精度可调超分辨光瞳滤波器[J]. 光学学报, 2006, **26**(12): 1829~1834
- 12 T. R. M. Sales, M. Morris. Diffractive superresolution elements[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, **14**(7): 1637~1646
- 13 D. M. de Juana, José E. Oti, V. F. Canales *et al.*. Design of superresolving continuous phase filters[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(8): 607~609
- 14 Silvia Ledesma, Juan Campos, Juan Carlos Escalera. Simple expressions for performance parameters of complex filters, with application to super-Gaussian phase filter[J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(9): 932~937
- 15 He Yi, Zhang Yudong, Li Guojun *et al.*. Axial super-resolution effects of super-Gaussian phase filters[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2568~2572
 何毅, 张雨东, 李国俊等. 超高斯相位型光瞳滤波器轴向超分辨性能[J]. 光学学报, 2010, **30**(9): 2568~2572
- 16 Born M., Wolf E.. Principles of Optics [M]. Yang Jiasun Transl.. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009. 402~404
 玻恩, 沃尔夫. 光学原理[M]. 杨葭孙译. 北京: 电子工业出版社, 2009. 402~404
- 17 C. W. McCutchen. Generalized aperture and the three-dimensional diffraction image[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1964, **54**(2): 240~244

栏目编辑: 李文喆