

# 强非局域非线性介质中复宗量厄米-高斯光束的传输

张霞萍

(南京晓庄学院物理系, 江苏 南京 210017)

**摘要** 利用 Snyder-Mitchell 模型讨论了笛卡儿坐标系下(1+1)维和(1+2)维光束的传输过程,得到了强非局域非线性介质中传输光束的复宗量厄米-高斯型解。该解为抛物线柱函数对高斯光束的调制。给出了复宗量厄米-高斯光束共线传输情况。在一定条件下共线传输的复宗量厄米-高斯型光束演化为涡旋光束。给出了单束复宗量和涡旋复宗量厄米-高斯光束在临界功率下的传输过程,发现它们在传输过程中光束截面和光斑尺寸呈现周期性的呼吸变化,即为呼吸子或旋转涡旋呼吸子。

**关键词** 非线性光学;强非局域非线性介质;复宗量厄米-高斯光束;旋转涡旋呼吸子

**中图分类号** O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.1119002

## Propagation of Elegant Hermite-Gaussian Beams in Strongly Nonlocal Nonlinear Media

Zhang Xiaping

(Department of Physics, Nanjing Xiaozhuang University, Nanjing, Jiangsu 210017, China)

**Abstract** Based on the Snyder-Mitchell model that describes the paraxial beam propagating in strongly nonlocal nonlinear media and the trial solution with modulating the Gaussian beam by the parabolic cylinder functions, the close forms of elegant Hermite-Gaussian beams (EHGB) are accessed in Cartesian coordinate system. The collinear EHGB will evolve to be the rotating charge vortex EHGB on certain condition. It is shown that the transferring of the single EHGB and the rotating charge vortex EHGB at the critical power. The widths of the profiles of the breathers and the rotating charge vortex breathers are varied periodically in the transferring.

**Key words** nonlinear optics; strongly nonlocal nonlinear medium; elegant Hermite-Gaussian beam; rotating charge vortex breathers

**OCIS codes** 190.4350; 190.6135

## 1 引 言

光束在非局域非线性介质中传输时由于光束与介质之间发生的非线性效应可以实现自导,这类光束又称作自导光束。当自导光束在传输过程中传输截面上强度分布不改变时即为光孤子。非局域空间光孤子在传输过程中衍射效应和由自聚焦引起的非线性效应达到完美平衡<sup>[1~5]</sup>。当这种平衡被打破时,空间光束的传输呈现呼吸子状态<sup>[1,6~8]</sup>。非局域空间孤子和非局域空间呼吸子由非局域非线性薛定谔方程描述,其中非线性项反映的是对称实响应函数情况下介质的非局域形式<sup>[6]</sup>。在强非局域条件下将非线性方程线性化处理,可得到光束传输的线性模型,即 Snyder-Mitchell 模型<sup>[2]</sup>,并得出高斯型稳定的光孤子解<sup>[1]</sup>。高斯型孤子在传输方向的正交截面上强度分布只有一个峰值,被认为是在传输介质

中最能有效自导的光束,高斯型孤子为最低阶孤子,也即基模孤子<sup>[9,10]</sup>。Conti 等<sup>[5,6]</sup>在向列型液晶中观察到了强非局域光孤子,而且从理论和实验上都证实了向列型液晶是一种强非局域非线性介质。2005 年 Rotschild<sup>[11]</sup>等证明铅玻璃也是一种强非局域非线性介质。强非局域非线性介质的相继出现使得强非局域非线性介质中光束传输的研究更加热烈。

标准厄米-高斯型解,拉盖尔-高斯型解和因氏-高斯型解组成了傍轴光束传输时的三个完备正交解系。这三种类型的光束在强非局域非线性介质中的传输过程都得到了研究<sup>[10,12]</sup>,其中因氏-高斯光在一定条件下可以连续而精确地转换为拉盖尔-高斯光或厄米-高斯光<sup>[9]</sup>。但复宗量厄米-高斯光束在强非局域介质中的传输目前还未得到深入研究。呼吸子传输最近也引起科研工作者的兴趣<sup>[13]</sup>。迄今为

收稿日期: 2011-05-09; 收到修改稿日期: 2011-05-24

基金项目: 江苏省高等学校自然科学基金(10KJD140004)资助课题。

作者简介: 张霞萍(1969—),女,博士,副教授,主要从事光传输方面的研究。E-mail: xpzhang@nuaa.edu.cn.

止,在笛卡尔坐标系下强非局域非线性介质中囊括光孤子和呼吸子传输的共同解析解目前还没有给出,在该介质中旋转涡旋光束的传输理论还可以进一步完善。

本文利用 Snyder-Mitchell 模型,讨论了笛卡尔坐标下强非局域非线性介质中的光束传输过程,给出了强非局域介质中传输光束综合光孤子和呼吸子传输的一般解析解。通过选择解析解中的两个参量的值可以获得自导光束的标准厄米-高斯型解和复宗量厄米-高斯型解。复宗量厄米-高斯解和标准厄米-高斯解的区别在于描述前者的厄米多项式为复变量而后者为实变量。对于高阶厄米型模式解,复变量厄米-高斯型本征函数组成双正交完备解系,其波前不再是球面<sup>[14]</sup>,因而它们不再是传统球面镜光学谐振腔的本征函数,而可以组成其他结构的光学谐振腔的基函数,在光学传输问题上具有其独特的价值。本文讨论了(1+1)维和(1+2)维复宗量厄米-高斯光束的传输过程,讨论了共线传输的两束复宗量厄米-高斯型光束的相互作用,理论上发现当双光束选择任意阶数传输时,叠加光场的截面呈现出不同的强度和相位分布。在一定条件下,传输光场呈现出涡旋现象,产生了涡旋光场,不同于戴继慧等<sup>[15]</sup>给出的强非局域介质中涡旋光束的传输过程。此外,还给出了旋转涡旋呼吸子在不同传输距离上的截面光强和相位图。

## 2 傍轴条件下(1+D)维光束的复宗量厄米-高斯解

在由强非局域非线性介质构成的介质波导[(1+D)维介质]中,光束的演化满足线性方程<sup>[1,4,7,9,16]</sup>:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \mu \nabla_{\perp}^2 \psi - \frac{1}{2} \rho \gamma P_0 r^2 \psi = 0, \quad (1)$$

式中  $\psi(\mathbf{r}, z) = \phi(\mathbf{r}, z) \exp(-ik\eta R_0 P_0 z)$ ,  $\phi(\mathbf{r}, z)$  是傍轴光束{傍轴光束  $\phi(\mathbf{r}, z)$  与线极化电场强度  $E(\mathbf{r}, z)$  的关系是  $E(\mathbf{r}, z) = \phi(\mathbf{r}, z) \exp[-i(\omega t - kz)]$ ,  $\mu = 1/(2k)$ ,  $\rho = k\eta$ , 其中  $k = \omega n_0/c$ ,  $\omega$  是光频,  $c$  是光速,  $n_0$  是材料的线性折射率,  $\eta$  是介质常数 ( $\eta > 0$ ,  $\eta < 0$  分别表示聚焦或散焦介质),  $P_0$  是入射光功率,  $z$  为径向坐标(光束的传输轴),  $\mathbf{r}$  是  $D$  维 ( $D = 1, 2$ ) 横向空间坐标。(1) 式中的其他两个参量  $R_0$  和  $\gamma$  分别为

$$R_0 = R(0), \gamma = -d^2 R(\mathbf{r})/d\mathbf{r}^2|_{r=0} (\gamma > 0),$$

式中  $R(\mathbf{r})$  为介质的非线性响应函数。可见  $\phi(\mathbf{r}, z)$  和  $\psi(\mathbf{r}, z)$  只有一个依赖于输入总功率和介质长度的相位因子差别,因此求出了  $\psi(\mathbf{r}, z)$ , 就等于求出了傍轴光束  $\phi(\mathbf{r}, z)$ 。(1) 式就是 Snyder-Mitchell 模型<sup>[1]</sup>。

构造试探解形式为某函数对高斯型函数的调制,即

$$\psi(\mathbf{r}, z) = \psi_F(\mathbf{r}, z) \psi_G(\mathbf{r}, z). \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式,并结合

$$i \frac{\partial \psi_G(\mathbf{r}, z)}{\partial z} + \mu \nabla_{\perp}^2 \psi_G(\mathbf{r}, z) - \frac{1}{2} \rho \gamma P_0 r^2 \psi_G(\mathbf{r}, z) = 0, \quad (3)$$

有<sup>[8]</sup>

$$i \psi_G(\mathbf{r}, z) \frac{\partial \psi_F(\mathbf{r}, z)}{\partial z} + \mu \nabla_{\perp}^2 \psi_F(\mathbf{r}, z) + 2\mu \left[ \frac{\partial \psi_F(\mathbf{r}, z)}{\partial x} \frac{\partial \psi_G(\mathbf{r}, z)}{\partial x} + \frac{\partial \psi_F(\mathbf{r}, z)}{\partial y} \frac{\partial \psi_G(\mathbf{r}, z)}{\partial y} \right] = 0. \quad (4)$$

对于自聚焦介质( $\eta > 0$ ), (3) 式有如下高斯形式的单光束精确解<sup>[1,7,16]</sup>:

$$\psi_G(\mathbf{r}, z) = \frac{\sqrt{P_0} \exp[i\theta(z)]}{\sqrt{\pi w(z)}} \exp\left[-\frac{\mathbf{r}^2}{2w(z)^2} + ic(z)\mathbf{r}^2\right], \quad (5)$$

式中  $w(z)$ ,  $c(z)$  和  $\theta(z)$  分别为光束束宽, 波前曲率和复振幅相位:

$$w(z) = w_0 \left[ \cos^2(\beta_0 z) + \frac{P_c}{P_0} \sin^2(\beta_0 z) \right]^{1/2}, \quad (6)$$

$$c(z) = \frac{k\beta_0 (P_c/P_0 - 1) w_0^2 \sin(2\beta_0 z)}{4w^2}, \quad (7)$$

$$\theta(z) = -\arctan\left[\sqrt{\frac{P_c}{P_0}} \tan(\beta_0 z)\right], \quad (8)$$

式中  $w_0 = w(z)|_{z=0}$ ,  $\beta_0 = (\gamma\eta P_0)^{1/2}$ ,  $P_c = 1/(\gamma\eta\omega_0^4 k^2)$  为入射光束的临界功率。当  $P_0 = P_c$  时, 组成三种完备正交解系的高斯型光束在传输过程中非线性压缩刚好平衡线性衍射展宽, 即光束呈现孤子状态传输。

为了获得模型的复宗量解, 将调制光束改写为

$$\psi_F(\mathbf{r}, z) = F(\mathbf{u})Z(z), \quad (9)$$

式中  $\mathbf{u} = \mathbf{r}/\kappa(z)$ 。

将(5)~(9)式代入(4)式, 对于(1+1)维有

$$\frac{d^2 F(\mathbf{u})}{d\mathbf{u}^2} - u \left[ \frac{i}{2\mu} \frac{d\kappa^2}{dz} + 2 \frac{\kappa^2}{w^2} - 4ic(z)\kappa^2 \right] \frac{dF(\mathbf{u})}{d\mathbf{u}} + iF(\mathbf{u}) \frac{\kappa^2}{\mu Z(z)} \frac{dZ(z)}{dz} = 0. \quad (10)$$

$$\text{令} \quad \frac{1}{2\mu} \frac{d\kappa^2}{dz} - 2i \frac{\kappa^2}{w^2} - 4c(z)\kappa^2 = 1, \quad (11)$$

$$i \frac{\kappa^2}{\mu Z(z)} \frac{dZ(z)}{dz} = -\nu - \frac{i}{2}, \quad (12)$$

式中  $\nu$  为分离常数,  $u = |\mathbf{u}|$ , 则(10)式可以写为

$$\frac{d^2 F(u)}{du^2} - iu \frac{dF(u)}{du} - \left(\nu + \frac{i}{2}\right) F(u) = 0. \quad (13)$$

设  $\chi(z) = \sqrt{i\kappa(z)}$ , 结合(6)~(8)式,(11)式和(12)式的解为

$$\chi^2 = \frac{1}{2}\omega^2(z)\{[1 + C\exp(-4i\theta(z))]\}, \quad (14)$$

$$Z(z) = Z(0)\{\exp[4i\theta(z)] + C\}^{i\nu/2-1/4}, \quad (15)$$

式中  $C$  为积分常数。(14)式表明,参量  $\chi$  影响高斯光束的复振幅;当  $C = 0$  时,  $\chi^2 = \frac{1}{2}\omega^2(z)$ , 此时  $\sqrt{2}\chi$  表征高斯光束的束宽。变量  $Z(z)$  主要影响高斯光束的相位,初始值  $Z(0) = (1 + C)^{i\nu/2-1/4}$ 。(15)式要求积分常数  $C \neq -1$ 。

令  $F(u) = G(u)\exp(iu^2/4)^{[17-19]}$ , (13)式变成

$$\frac{d^2G(u)}{du^2} + \left(\frac{u^2}{4} - \nu\right)G(u) = 0. \quad (16)$$

式中为公认的抛物型柱面微分方程<sup>[18]</sup>,其解为由变量  $u$  和参数  $\nu$  共同决定的奇偶抛物线柱函数<sup>[18,19]</sup>:

$$G_v^e(u) = u\exp\left(-\frac{iu^2}{4}\right)_1F_1\left(\frac{1}{4} - \frac{i\nu}{2}, \frac{1}{2}, \frac{i}{2}u^2\right), \quad (17)$$

$$G_v^o(u) = \exp\left(-\frac{iu^2}{4}\right)_1F_1\left(\frac{3}{4} - \frac{i\nu}{2}, \frac{3}{2}, \frac{i}{2}u^2\right), \quad (18)$$

式中  $e$  和  $o$  分别表示函数的偶模式和奇模式。广义超几何级数  ${}_1F_1(a, b, g)$  定义为

$${}_1F_1(a, b, g) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n}{n!(b)_n} g^n,$$

式中  $(a)_n = a(a-1)(a-2)\cdots(a-n+1)$ 。

综合上述各个方程的解,则(1)式的解为

$$\psi^{(e,o)}(\mathbf{r}, z) = A^{(e,o)}Z(z)G_v^{(e,o)}\left(\frac{\mathbf{r}}{\chi}\right)\psi_G(\mathbf{r}, z), \quad (19)$$

式中  $A^{(e,o)}$  为归一化常数,由表达式  $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi^{(e,o)}(\mathbf{r}, 0)|^2 d\mathbf{r} = P_0$  确定。

由抛物线型柱函数和广义合流超几何级数的关系,(19)式可改写为

$$\psi^{(e,o)}(\mathbf{r}, z) = A^{(e,o)}Z(z)\left(\frac{\mathbf{r}}{\chi}\right)^{0,1}\psi_G(\mathbf{r}, z)_1F_1\left(\frac{2 \mp 1}{4} - \frac{i\nu}{2}, \frac{2 \mp 1}{2}, \frac{\mathbf{r}^2}{2\chi^2}\right). \quad (20)$$

对应于函数的偶模式,  $\mathbf{r}/\chi$  的指数取 0, 否则取 1。(19)式和(20)式为(1)式的精确解析解。

为了探讨强非局域介质中复宗量厄米-高斯光束的传输,令  $\nu = -i(m+1/2)^{[17,18]}$ , 结合表达式

$${}_1F_1\left(-\frac{1}{2}m, \frac{1}{2}, \frac{\mathbf{r}^2}{2\chi^2}\right) = (-1)^{m/2} \frac{(m/2)!}{m!} H_m\left[\frac{\mathbf{r}}{\sqrt{2}\chi(z)}\right]_1F_1\left\{-\left[\frac{1}{2}(m-1)\right], \frac{3}{2}, \frac{\mathbf{r}^2}{2\chi^2}\right\} = \frac{1}{2}(-1)^{m/2-1/2} \frac{(m/2-1/2)!}{m!} \left[\frac{\mathbf{r}}{\sqrt{2}\chi(z)}\right]^{-1} H_m\left[\frac{\mathbf{r}}{\sqrt{2}\chi(z)}\right],$$

(20)式可写成

$$\psi(\mathbf{r}, z) = A(1+C)^{-m/2} \frac{\{C + \exp[4i\theta(z)]\}^{m/2}}{\sqrt{\omega(z)}} H_m\left\{\frac{\mathbf{r}}{\omega(z)\sqrt{1+C\exp[-4i\theta(z)]}}\right\} \exp\left[\frac{\mathbf{r}^2}{2\omega^2(z)}\right] \exp[i\theta(z)], \quad (21)$$

式中  $A$  为归一化常数,保证光束在传输过程中功率守恒。积分常数  $C$  可以取除  $-1$  以外的一切实数(本文  $C$  取正数),  $m$  为高斯光束的模数。 $\omega(z)$ ,  $\theta(z)$  由(6)式和(8)式确定。

下面讨论积分常数的取值与传输光束的关系。当  $C = 0, m = 0$  时,(21)式为基模高斯型光孤子;当  $C = 0, m \neq 0$  时,(21)式则为高阶厄米孤子解<sup>[9]</sup>;当  $C = 1, m \neq 0$  时方程演变为自导复宗量厄米-高斯解。图1给出  $C$  取不同值时(1+1)维(即  $D = 1, \mathbf{r} = x$  或  $\mathbf{r} = y$ )。此处取  $\mathbf{r} = x$ )二阶一般厄米-高斯光束的传输情况,其中  $P_0/P_c = 1, z_R = k\omega_0^2, \omega_0$  为光束的初始束宽。由图可见,  $C = 0$  时光束束宽不随传输距离变化而变化,即为二阶厄米-高斯型光孤子;当  $C \neq 0$  时,传输光束束宽随传输距离周期变化,传输周期为  $\pi/z_R^{[17]}$ , 光束呈现呼吸状态传输。 $C$  的取值

越大,光束初始传输时越靠近传输轴。因此光束初始传输时的发散情况可由  $C$  的取值来表征,  $C = 1$  为二阶复宗量厄米-高斯光束。

### 3 强非局域介质中复宗量厄米-高斯光束的相互作用

(1+2)维[即  $D = 2, \mathbf{r} = (x, y)$ ]复宗量厄米-高斯解即为两个一维复宗量厄米-高斯解的乘积:

$$\psi_{mn}(x, y, z) = \psi_m^{(e,o)}(x, z)\psi_n^{(e,o)}(y, z), \quad (22)$$

式中  $m, n$  为与参数  $\nu$  相关的模数,  $\psi_m^{(e,o)}(x, z)$ ,  $\psi_n^{(e,o)}(y, z)$  由(20)式或(21)式给出。图2给出了  $C$  取不同值时(1+2)维厄米-高斯光束的传输情况,其中  $P_0/P_c = 1, m = 2, n = 2$ 。由图可见,当  $C$  的取值变化时,传输光束截面光强分布呈现规律性变

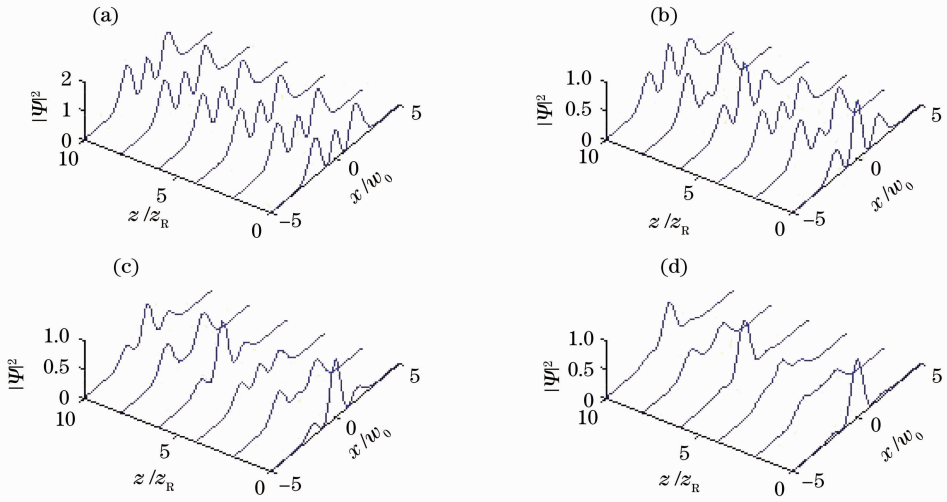


图 1 (1+1)维自导二阶复宗量厄米-高斯光束归一化光强与传输距离的关系,  $C$  分别取 0(a), 0.5(b), 1(c), 2(d)  
 Fig. 1 Relation between the normalized intensity for (1+1)-dimensional 2-order EHGB and the propagation distance with  $C$  equal to 0 (a), 0.5 (b), 1 (c) and 2 (d)

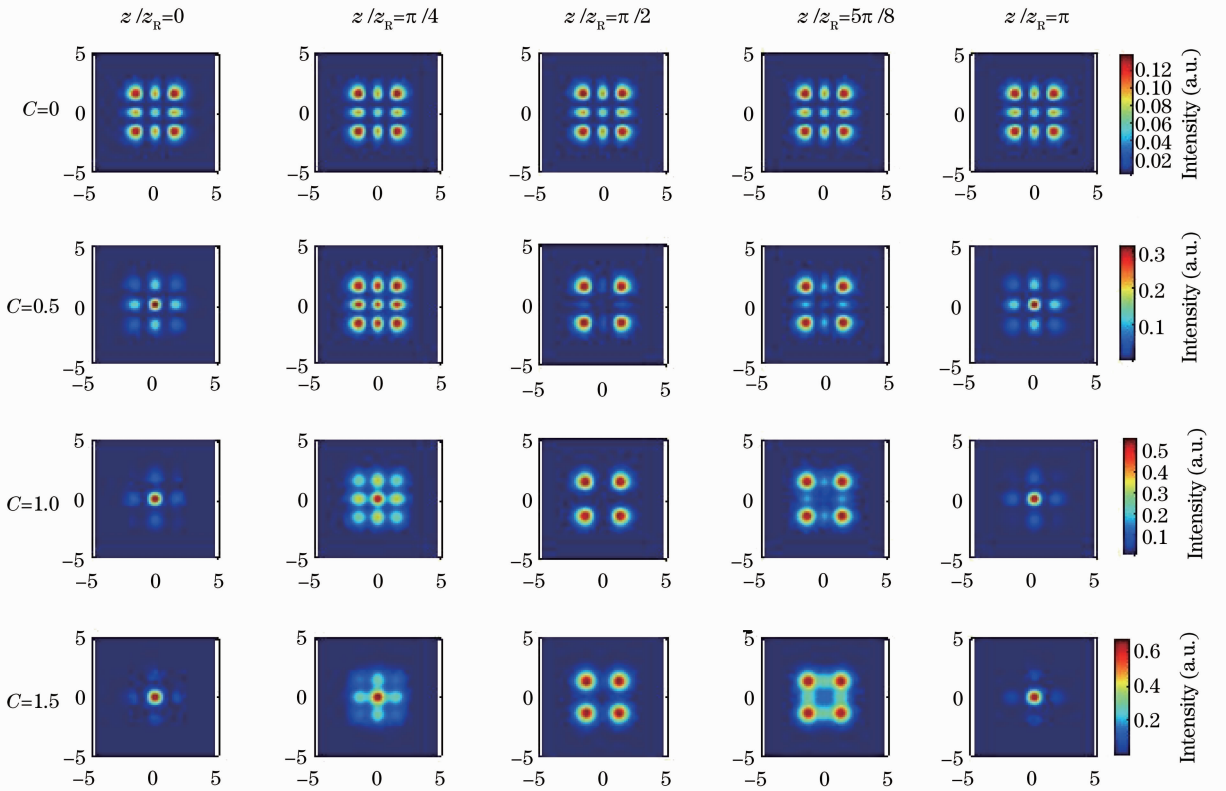


图 2 (1+2)维自导复宗量厄米-高斯光束归一化光强与传输距离的关系,  $C$  分别取 0(第一行), 0.5(第二行), 1(第三行), 1.5(第四行)

Fig. 2 Relation between the normalized intensity for (1+2)-dimensional EHGB and the propagation distance with  $C$  equal to 0, 0.5, 1 and 1.5 from the top to bottom

化;  $C = 0$  时传输光束为(1+2)维厄米-高斯光孤子;  $C \neq 0$  时传输光束的有效束宽随传输距离出现周期性变化, 即为(1+2)维厄米-高斯呼吸子。  $C$  的取值越大, 光斑尺寸越小。

对于两束共线传输的(1+2)维复宗量厄米-高

斯光束, 其解为各自解的线性叠加, 叠加场可以由下式来描述<sup>[20]</sup>:

$$\psi = \sin \theta \psi_{m_1, n_1} + \cos \theta \psi_{m_2, n_2} \exp(i\sigma), \quad (23)$$

式中  $\psi_{m_1, n_1}$ ,  $\psi_{m_2, n_2}$  分别由(22)式给出,  $\sigma$  表示两光束的初始相位差, 两束光的振幅比满足  $\sqrt{I_1/I_2} = \tan \theta$ ,

$I_1, I_2$  分别为两束光的光强<sup>[21]</sup>。参量  $\theta$  表征两束光孤子在组合中的权重。当  $\theta = 0, \pi, 2\pi$  时, 组合中只有  $\psi_{m_2, n_2}$ ; 当  $\theta = \pi/2, 3\pi/2$  时, 组合中只有  $\psi_{m_1, n_1}$ ; 当  $\theta$  在  $0 \sim 2\pi$  之间连续变化时, 组合光束截面上的光强分布呈现出复杂的结构。图 3 表明共线传输复宗量厄米-高斯光束光强和相位随权重的不同而不同, 图中第一行和第三行为光强图, 第二行和第四行为相位

图, 其中  $P_0/P_c = 1, m_1 = 1, n_1 = 2, m_2 = 2, n_2 = 3$ , 坐标轴范围为  $-5\omega_0 \sim 5\omega_0$ 。

当  $\theta = \pi/4, \sigma = \pi/2, 3\pi/2$  时, 相邻奇偶模式的复宗量厄米光束相互作用后产生自导涡旋光束<sup>[17]</sup>:

$$\psi_{p,l}^{\pm}(x, y, z) = \frac{\sqrt{2}}{2} [\psi_{m, 2n}(x, y, z) \pm i\psi_{m-1, 2n+1}(x, y, z)], \quad (24)$$

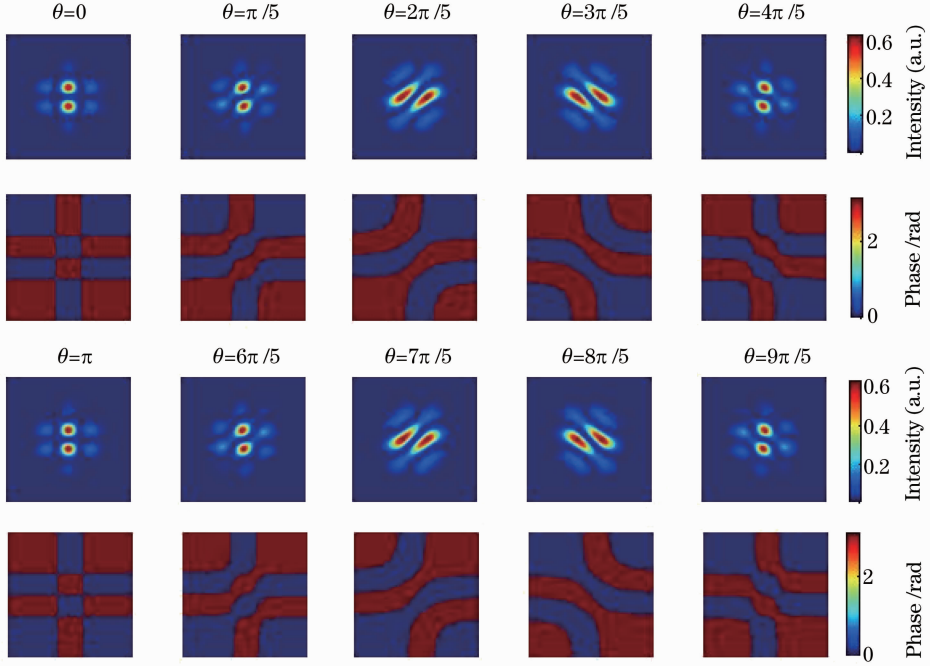


图 3 (1+2)维复宗量厄米-高斯光束共线传输时光束归一化光强和相位与权重  $\theta$  的关系  
 Fig. 3 Normalized intensity and phase for (1+2)-dimensional EHGB with different weight  $\theta$

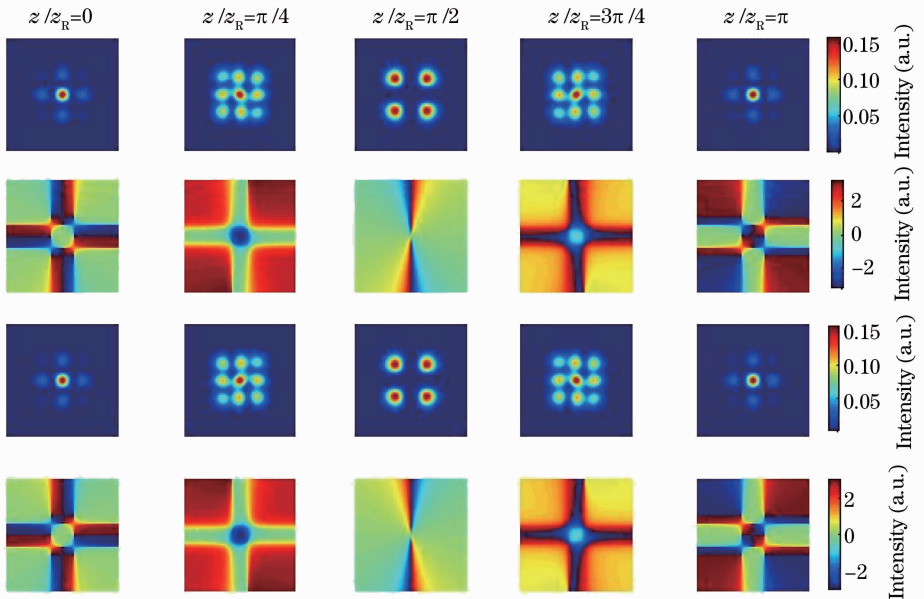


图 4 (1+2)维复宗量厄米涡旋光束归一化光强和相位与传输距离的关系

Fig. 4 Relation between the normalized intensity and phase for (1+2)-dimensional self-trapped Elegant Hermite-vortex beams and the propagation distance

式中“ $\pm$ ”号代表光束涡旋的方向,  $p = 2n + m, l = m$ 。图 4 给出了  $p = 4, l = 2$  时涡旋光束在不同传输距离上的截面光强分布结构, 图中第一行和第二行为(24)式中取“+”号的情况, 第三行和第四行为(24)式中取“-”号的情况, 坐标轴范围为  $-5\omega_0 \sim 5\omega_0, P_0/P_c = 1$ 。由图可见, 涡旋光束在传输过程中截面强度分布发生变化, 光束有效束宽呈现出周期性变化的特征, 即产生了旋转涡旋呼吸子。

## 4 结 论

利用强非局域非线性介质中光束传输所满足的 Snyder-Mitchell 模型得到了笛卡尔坐标系下(1+1)维和(1+2)维传输光束更为一般的厄米-高斯型解析解, 两个参数决定了该解的结构。给出了参数选取特定值时的标准厄米-高斯型解和复宗量厄米-高斯型解。复宗量厄米-高斯型解构成双完备正交系的特征函数, 可以组成超出传统球面镜谐振腔产生光束的基本解系, 在光学传输中有其特殊的意义。数值模拟了入射功率为临界功率时复宗量厄米-高斯光束的传输过程。在一定条件下, 共线传输的复宗量厄米-高斯光束产生旋转涡旋呼吸子。

## 参 考 文 献

- 1 A. W. Snyder, D. J. Mitchell. Accessible solitons[J]. *Science*, 1997, **276**(5318): 1538~1541
- 2 Y. R. Shen. Solitons made simple[J]. *Science*, 1997, **276**(5318): 1520~1523
- 3 G. I. Stegeman, M. Segev. Optical spatial solitons and their interactions; universality and diversity [J]. *Science*, 1999, **286**(5444): 1518~1523
- 4 Zhang Xiaping. Three-dimensional short-range interactions of strongly nonlocal optical spatial solitons [J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(3): 280~286  
张霞萍. 强非局域空间三维光孤子短程相互作用[J]. *物理学报*, 2011, **60**(3): 280~286
- 5 C. Conti, M. Poccianti, G. Assanto. Route to nonlocality and observation of accessible solitons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(7): 073901
- 6 C. Conti, M. Poccianti, G. Assanto. Observation of optical spatial solitons in a highly nonlocal medium [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **92**(11): 113902
- 7 Q. Guo, B. Luo, F. Yi *et al.*. Large phase shift of nonlocal optical spatial solitons[J]. *Phys. Rev. E*, 2004, **69**(1): 016602
- 8 D. M. Deng, Q. Guo. Propagation of Laguerre-Gaussian beams

- in nonlocal nonlinear media[J]. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 2008, **10**(3): 035101
- 9 Zhang Xiaping, Liu Youwen. Analytical solution in the Ince-Gaussian form of the beam propagating in the strong nonlocal media[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(12): 8332~8338  
张霞萍, 刘友文. 强非局域非线性介质中光束传输的 Ince-Gauss 解[J]. *物理学报*, 2009, **58**(12): 8332~8338
- 10 Zhang Xiaping, Guo Qi. Analytical solution in the Hermite-Gaussian form of the beam propagating in the strong nonlocal media[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(7): 3178~3182  
张霞萍, 郭 旗. 强非局域非线性介质中光束传输的厄米高斯解 [J]. *物理学报*, 2005, **54**(7): 3178~3182
- 11 C. Rotschild, O. Cohen, O. Manela *et al.*. Solitons in nonlinear media with an infinite range of nonlocality: first observation of coherent elliptic solitons and of vortex-ring solitons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **95**(21): 213904
- 12 Zhang Xiaping, Guo Qi. Analytical solution to the spatial optical solitons propagating in the strong nonlocal media [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(11): 5189~5193  
张霞萍, 郭 旗, 胡 巍. 强非局域非线性介质中光束传输的空间光孤子解[J]. *物理学报*, 2005, **54**(11): 5189~5193
- 13 Zhu Yeqing, Hu Wei, Cao Longgui. (1+1)-D breathers solution in nematic liquid crystals[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(10): 3000~3004  
朱叶青, 胡 巍, 曹龙贵. 向列相液晶中的(1+1)维呼吸子解 [J]. *光学学报*, 2010, **30**(10): 3000~3004
- 14 A. E. Siegman. *Lasers* [M]. Oxford: University Science, Books, 1986. 644~652
- 15 Dai Jihui, Guo Qi. Rotating azimuthon in strongly nonlocal nonlinear media [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(3): 1752~1757  
戴继慧, 郭 旗. 强非局域非线性介质中的旋转涡旋光孤子[J]. *物理学报*, 2009, **58**(3): 1752~1757
- 16 X. P. Zhang, Y. W. Liu. Three-dimensional interaction of strongly nonlocal optical spatial solitons[J]. *Optik*, 2011, **122**(15): 1332~1336
- 17 D. M. Deng, Q. Guo. Propagation of Cartesian beams in nonlocal nonlinear media[J]. *Eur. Phys. J. D*, 2010, **60**(2): 355~359
- 18 M. A. Bandres, J. C. Gutierrez-Vega. Cartesian beams [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(23): 3459~3461
- 19 M. Abramowitz, I. A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions* [M]. New York: Dover, 1964
- 20 Zhang Xiaping, Liu Youwen. Interactions of Laguerre-Gaussian solitons in strongly nonlocal nonlinear media [J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(8): 084212  
张霞萍, 刘友文. 强非局域介质中拉盖尔高斯型光孤子相互作用 [J]. *物理学报*, 2011, **60**(8): 084212
- 21 Xiao Yi, Chen Zhe, Yu Jianhui *et al.*. Propagation of spatial optical solitons at an oblique angle of incidence to nonlocal nonlinear interfaces [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(5): 0519001  
肖 毅, 陈 哲, 余健辉等. 孤子光束倾斜入射非局域非线性界面的传输特性研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(5): 0519001