

# 基于磁光调制偏振光的空间方位失调角高精度 测量新方法

杨志勇 黄先祥 周召发 张志利

(第二炮兵工程学院兵器发射理论与技术国家重点学科实验室, 陕西 西安 710025)

**摘要** 调制偏振光可以作为方位信息的载体, 实现方位角度信息的传递, 在军事、航天和生物医药等领域有广泛的应用前景。阐述了基于磁光调制偏振光的方位失调角测量原理, 分析了现有测量原理中的误差来源。为了从理论上提高测量精度, 提出了直接计算的方法, 将磁光调制后的光强信号直接进行取极值点处理, 建立了失调角与极值点之间的方程, 详细分析了方程解的取舍情况, 最终得出了失调角的计算公式。同时引入二倍角公式, 扩大了失调角的测量范围。将仿真计算的方式与现有的测量方法进行对比, 结果表明, 提出的方法测量精度高、测量范围广, 为实现空间方位失调角高精度测量提供了一种新方案。

**关键词** 测量; 高精度测量; 方位失调角; 偏振光; 磁光调制

中图分类号 TH741 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201131.1112008

## New High-Precision Method of Measuring Spatial Azimuth Based on Magneto-optic Modulation Polarized Light

Yang Zhiyong Huang Xianxiang Zhou Zhaofa Zhang Zhili

(Laboratory of Armament Launch Theory and Technology Key Discipline of China,  
the Second Artillery Engineering College, Xi'an, Shaanxi 710025, China)

**Abstract** As the medium of azimuthal information, modulated polarized light can be used to transmit azimuthal information, and this technique can be widely applied in military, aerospace and biomedicine. The principle of measuring azimuth with magneto-optic modulation polarized light is expatiated on, and the error sources by existing methods are analyzed. In order to improve the measurement precision theoretically, the method of calculating azimuth directly is brought forward. The extremum of modulated light signal is extracted, and the equation between the extremum and azimuth is established. The equation's solutions are analyzed, and the formula of calculating azimuth is acquired. At the same time, the measuring range of azimuth is wider because the double angle formula is introduced. The precision of the new method is compared with those of the existing methods. The results show that the theoretic measurement precision of the new one is higher and measuring range is wider. It provides a new way to measure spatial azimuth with high precision.

**Key words** measurement; high precision measurement; detuning azimuth; polarized light; magneto-optic modulation

**OCIS codes** 330.1710; 120.4640; 120.6085; 260.5430

## 1 引言

当前用于空间方位失调角测量的方法有几何光学法和物理光学法, 但是几何光学法难以克服空气的扰动, 不容易达到高精度测量<sup>[1]</sup>。根据信号调制

方式的不同, 物理光学法可分为磁光调制和电光调制, 电光调制需要较高的调制电压, 安全性差<sup>[2~4]</sup>, 而关于磁光调制已经有了较深入的研究。根据调制波形的不同, 磁光调制又可分为正弦波调制和方波

收稿日期: 2011-04-27; 收到修改稿日期: 2011-05-22

作者简介: 杨志勇(1983—), 男, 博士研究生, 主要从事导弹武器系统仿真与自动检测等方面的研究。

E-mail: yangzhiyong121@126.com

导师简介: 黄先祥(1940—), 男, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 主要从事兵器发射理论与技术等方面的研究。

调制,方波调制信号在推动磁光调制器的过程中波形圆滑化,使得输出信号波形发生较大畸变<sup>[5~7]</sup>,所以更多的是以正弦波磁光调制为基础。

董晓娜等<sup>[8~10]</sup>针对利用正弦波磁光调制偏振光实现不同水平面上的上下两台无机械连接的设备之间水平方位失调角的测量展开了相关研究。此项技术的发展将大大促进航天器对接、武器装备高精度方位测量等军用领域以及生物医学等诸多领域的发展。

目前采用的基于正弦波磁光调制偏振光的方位失调角测量技术已经达到 1" 的测量精度<sup>[10]</sup>,但是随着精密仪器的发展以及武器装备、航空航天等领域对仪器指标要求的提高,1" 的测量精度将不能满足要求。本文从基于磁光调制偏振光的方位失调角测量技术原理出发,在分析误差来源的基础上,提出了一种直接计算的新方法,建立了磁光调制后光强信号中极值点与失调角的方程,通过解方程的方式解算出失调角。

## 2 原理概述

图 1 为方位失调角测量原理图。激光器发出的激光经过起偏器成为线偏振光,当通过调制器中的磁致旋光玻璃时,在正弦激励信号产生的同频交变磁场作用下,产生法拉第磁致旋光效应,实现了偏振光信号调制。信号检测与处理系统对经光电转换后的信号进行检测处理、提取与失调角相关的电压信号,并经过一定的运算得到方位失调角<sup>[8]</sup>。

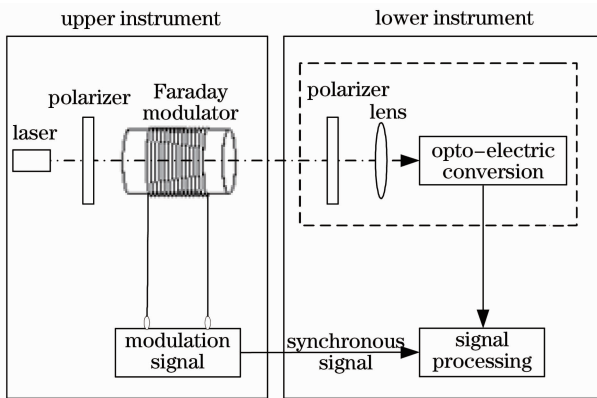


图 1 方位失调角测量原理

Fig. 1 Principle of detuning azimuth measurement system

设  $I_0$  为激光器发出的激光经过起偏器后的出射光强, $\omega$  为在调制线圈上所加正弦激励信号的调制角频率, $L$  为光在磁光介质中传播的有效距离, $V$  为磁光介质的维尔德常数, $B_m$  为磁感应强度的最大值, $m_f$  为调制度(单位为 rad,且存在  $m_f = 2VB_m L$ ), $\theta$  为光波偏

振面的旋转角度[存在  $\theta = VB_m \sin(\omega t)L = \frac{1}{2}m_f \sin(\omega t)$ ], $\alpha$  为上、下仪器方位失调角。

根据马吕斯定律结合系统工作原理,得输出光强信号为

$$I = I_0 \sin^2(\alpha + \theta) = \frac{1}{2} I_0 [1 - \cos(2\alpha + 2\theta)]. \quad (1)$$

将  $\theta = \frac{1}{2}m_f \sin(\omega t)$  代入(1) 式得

$$I = \frac{1}{2} I_0 \{1 - \{\cos[m_f \sin(\omega t)] \cos 2\alpha - \sin[m_f \sin(\omega t)] \sin 2\alpha\}\}. \quad (2)$$

以前采用的方法<sup>[8]</sup>是分别将  $\cos[m_f \sin(\omega t)]$ ,  $\sin[m_f \sin(\omega t)]$  用第一类贝塞尔函数展开并省略二阶以上高阶项,然后对信号进行光电转换、电路隔直(本质是去掉不同失调角情况下的直流分量)处理。由于这种方法中被省略部分仍然含有有用信息,因此一定会带来计算误差。这里采用直接计算的方法。

将调制后的光信号经光电转换、放大后,得到

$$u = \frac{k}{2} u_0 \{1 - \{\cos[m_f \sin(\omega t)] \cos 2\alpha - \sin[m_f \sin(\omega t)] \sin 2\alpha\}\}, \quad (3)$$

式中  $k$  是信号的电路放大倍数, $u_0 = \eta I_0$ , $\eta$  是光电转化及放大倍率(或称量子效率)<sup>[11]</sup>。

令  $A = \frac{k}{2} u_0$ ,  $B = \frac{k}{2} u_0 \sin 2\alpha = A \sin 2\alpha$ ,  $C = \frac{k}{2} u_0 \cos 2\alpha = A \cos 2\alpha$  得

$$u = A + B \sin[m_f \sin(\omega t)] - C \cos[m_f \sin(\omega t)]. \quad (4)$$

对(4)式求极值点。令  $du/d(\omega t) = 0$ , 当  $-1 \leq \frac{1}{m_f} \arctan \frac{B}{C} \leq 1$  时,得到  $u$  的极值分布如表 1 所示; 当  $\frac{1}{m_f} \arctan \frac{B}{C}$  的范围不在  $[-1, 1]$  时,得到  $u$  的极值分布如表 2 所示。

由表 1 和表 2 可见,只有极值点  $u_1$  和  $u_2$  的横坐标位置不随  $\alpha$  而变化,且  $u_1 > u_2 > u_3 = u_4$  恒成立。利用取样积分电路分别获取  $u_1$  和  $u_2$  的值。将  $B, C$  分别代入  $u_1, u_2$ , 得

$$u_1 + u_2 = 2A(1 - \cos 2\alpha \cos m_f), \quad (5)$$

$$u_1 - u_2 = 2A \sin 2\alpha \sin m_f. \quad (6)$$

去除  $A$  (实际是  $k$  和初始光强  $I_0$ ) 的影响,

$$\frac{u_1 + u_2}{u_1 - u_2} = \frac{1}{\sin m_f} \frac{1}{\sin 2\alpha} - \frac{\cos m_f \cos 2\alpha}{\sin m_f \sin 2\alpha}. \quad (7)$$

表 1  $-1 \leq \frac{1}{m_f} \arctan \frac{B}{C} \leq 1$  时  $u$  的极值分布

Table 1 Extreme value distribution of  $u$  when  $-1 \leq \frac{1}{m_f} \arctan \frac{B}{C} \leq 1$

	$\omega'$	$u$
$u_1$	$2k\pi + \pi/2$	$A + B\sin m_f - C\cos m_f$
$u_2$	$2k\pi + 3\pi/2$	$A - B\sin m_f - C\cos m_f$
$u_3$	$2k\pi - \arcsin\left(\frac{1}{m_f} \arctan \frac{B}{C}\right)$	$A - B\sin\left(\arctan \frac{B}{C}\right) - C\cos\left(\arctan \frac{B}{C}\right)$
$u_4$	$2k\pi + \pi + \arcsin\left(\frac{1}{m_f} \arctan \frac{B}{C}\right)$	$A - B\sin\left(\arctan \frac{B}{C}\right) - C\cos\left(\arctan \frac{B}{C}\right)$

表 2  $\frac{1}{m_f} \arctan \frac{B}{C} \notin [-1, 1]$  时  $u$  的极值分布

Table 2 Extreme value distribution of  $u$  when

$$\frac{1}{m_f} \arctan \frac{B}{C} \notin [-1, 1]$$

	$\omega'$	$u$
$u_1$	$2k\pi + \pi/2$	$A + B\sin m_f - C\cos m_f$
$u_2$	$2k\pi + 3\pi/2$	$A - B\sin m_f - C\cos m_f$

将二倍角公式  $\sin 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1+\tan^2 \alpha}$ ,  $\cos 2\alpha =$

$$\frac{1-\tan^2 \alpha}{1+\tan^2 \alpha}, \tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1-\tan^2 \alpha}$$
 代入(7)式得

$$\left(\frac{1}{\sin m_f} + \frac{\cos m_f}{\sin m_f}\right) \tan^2 \alpha - 2 \frac{u_1 + u_2}{u_1 - u_2} \tan \alpha +$$

$$\frac{1}{\sin m_f} - \frac{\cos m_f}{\sin m_f} = 0, \quad (8)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 \left(\frac{u_1 + u_2}{u_1 - u_2}\right)^2 - 4. \quad (9)$$

当失调角范围为  $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  时,  $\left(\frac{u_1 + u_2}{u_1 - u_2}\right)^2$  的范围如图 2 所示, 其中图 2(a) 为全局图, 图 2(b) 为  $0^\circ$  左右的局部放大图。

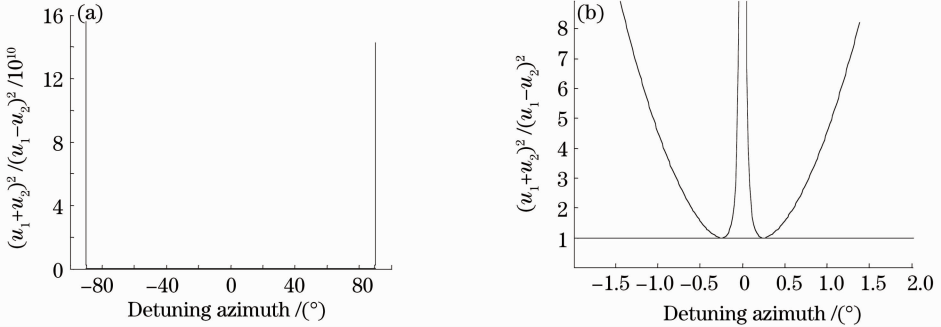


图 2  $\left(\frac{u_1 + u_2}{u_1 - u_2}\right)^2$  的分布

Fig. 2 Distribution of  $\left(\frac{u_1 + u_2}{u_1 - u_2}\right)^2$

由图 2 可见  $\left(\frac{u_1 + u_2}{u_1 - u_2}\right)^2 \geq 1$  恒成立, 所以  $\Delta \geq 0$

恒成立, (8) 式始终有解为

$$\tan \alpha = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$\frac{\frac{u_1 + u_2}{u_1 - u_2} \pm \sqrt{\left(\frac{u_1 + u_2}{u_1 - u_2}\right)^2 - 1}}{\frac{1}{\sin m_f} + \frac{\cos m_f}{\sin m_f}}. \quad (10)$$

由此得到失调角的计算公式为

$$\alpha' = \arctan \left[ \frac{\frac{u_1 + u_2}{u_1 - u_2} \pm \sqrt{\left(\frac{u_1 + u_2}{u_1 - u_2}\right)^2 - 1}}{\frac{1}{\sin m_f} + \frac{\cos m_f}{\sin m_f}} \right]. \quad (11)$$

### 3 失调角计算值 $\alpha'$ 的确定

对于实际中每一失调角的真值  $\alpha$  都会对应测得一组  $u_1, u_2$  数据, 但是根据方程却计算出两个失调角计算值  $\alpha'$ , 产生了增根, 必须对方程的解进行取舍。

方程的解的分布如图 3 所示,其中图 3(a)为全局图,图 3(b)为 $-1^\circ\sim 1^\circ$ 范围内的局部放大图。

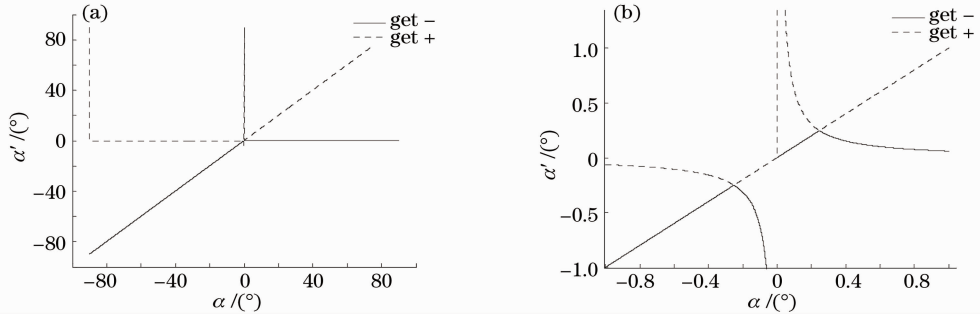


图 3 方程解的分布图

Fig. 3 Distribution of the equation's solutions

理论上失调角计算值  $\alpha'$  应该与真值  $\alpha$  成斜率为 1 的直线关系,从而由图 3 确定在 $-90^\circ\sim 90^\circ$ 范围内方程的解被分为 4 部分: $(-90^\circ, \beta_1)$  方程的解  $\alpha'_1$  取“-”, $(\beta_1, 0)$  方程的解  $\alpha'_2$  取“+”, $(0, \beta_2)$  方程的解  $\alpha'_3$  取“-”, $(\beta_2, 90^\circ)$  方程的解  $\alpha'_4$  取“+”,其中  $\beta_1$  和  $\beta_2$  为方程解的分界点对应的失调角。(8)式解的分界点在于

$$\frac{\frac{u_1 + u_2 + \sqrt{(u_1 + u_2)^2 - 1}}{u_1 - u_2}}{\frac{1}{\sin m_f} + \frac{\cos m_f}{\sin m_f}} = \frac{\frac{u_1 + u_2 - \sqrt{(u_1 + u_2)^2 - 1}}{u_1 - u_2}}{\frac{1}{\sin m_f} + \frac{\cos m_f}{\sin m_f}}. \quad (12)$$

解得  $A = 0$  或者  $\alpha = \pm \frac{1}{2} m_f$ , 即  $\beta_1 = -\frac{1}{2} m_f$ ,

$\beta_2 = \frac{1}{2} m_f, A = 0$ 。

但是在实际操作中失调角真值  $\alpha$  是未知量,不能根据  $\alpha = \pm \frac{1}{2} m_f$  来判断方程的解。综合考虑极值点  $u_3, u_4$  存在的定义域  $-1 \leq \frac{1}{m_f} \arctan \frac{B}{C} \leq$

$1$  (即  $-\frac{1}{2} m_f \leq \alpha \leq \frac{1}{2} m_f$ ) 可以看出二者范围重合:在 $(-90^\circ, \beta_1), (\beta_1, 0), (0, \beta_2)$  和  $(\beta_2, 90^\circ)$  这 4 个区间内,  $u$  的极值点个数分别为 2 个, 3 个, 3 个, 2 个。

由于极值点的个数可数,因此可以以极值点的个数判断不同状态下失调角的计算公式。在负半区 2 个极值点或正半区 3 个极值点时,

$$\alpha' = \arctan \left[ \frac{\frac{u_1 + u_2 - \sqrt{(u_1 + u_2)^2 - 1}}{u_1 - u_2}}{\frac{1}{\sin m_f} + \frac{\cos m_f}{\sin m_f}} \right], \quad (13)$$

在负半区 3 个极值点或正半区 2 个极值点时,

$$\alpha' = \arctan \left[ \frac{\frac{u_1 + u_2 + \sqrt{(u_1 + u_2)^2 - 1}}{u_1 - u_2}}{\frac{1}{\sin m_f} + \frac{\cos m_f}{\sin m_f}} \right]. \quad (14)$$

#### 4 误差分析

由于硬件不能直接进行反正切函数的计算,所以此方法的计算精度一定程度上受硬件反正切计算能力的影响,此外还受取样积分电路采样精度的影响。这里仅对方法本身的理论计算精度进行仿真,以  $m_f = 0.0087$  rad 为例,计算失调角在 $-90^\circ\sim 90^\circ$ 范围内的误差如图 4 所示。

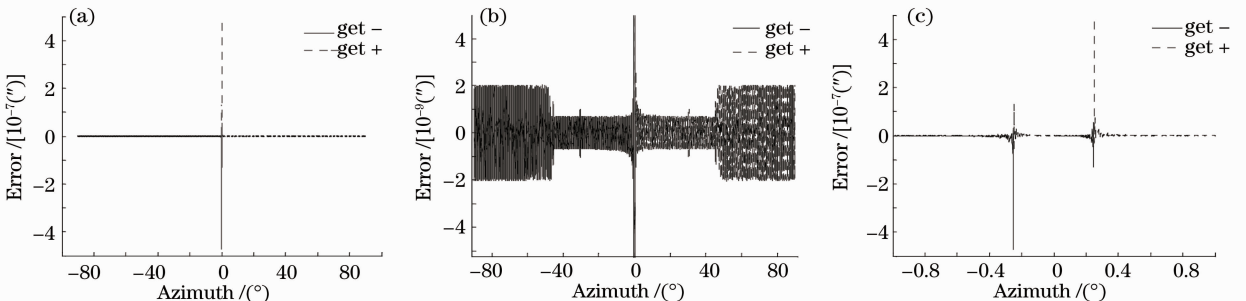


图 4 测量误差

Fig. 4 Measurement error

图 4(a) 为  $-90^\circ \sim 90^\circ$  范围内总的误差分布；图 4(b) 是对主要误差进行放大的结果，可见主要误差仅为  $(2 \times 10^{-9})''$ ，图 4(c) 是对  $-1^\circ \sim 1^\circ$  范围内的误差信号进行放大的结果。由图 4 可见， $\alpha'$  明显分为 4 个区域；即使在  $\alpha = \pm \frac{1}{2} m_f = \pm 14.9542'$  过渡处误差略有增大，也仍在  $(5 \times 10^{-7})''$  范围内。

本文方法与原有测量方法<sup>[8]</sup>

$$\alpha' = \frac{1}{2} \arctan \left[ \frac{u'_1 - u'_2}{u'_1 + u'_2} \frac{J_2(m_f)}{J_1(m_f)} \right]$$

的误差比较如图 5 所示。由图 5 可见文中提出的方法比原有测量方法不仅精度更高而且测量范围更广。

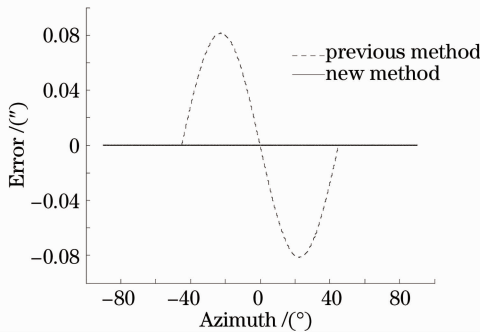


图 5 两种方法的误差对比图

Fig. 5 Comparison of error by two methods

在实际实现过程中，由于  $y = \arctan x$  是奇函数，可以利用奇函数的性质，只需要考虑  $x > 0$  的情况，计算正半区  $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$  范围内的值；当  $x < 0$  时设  $x = -x$ ，计算所得函数值取反即可。

## 5 结 论

本文从基于磁光调制偏振光的方位失调角测量原理出发，在分析现有测量原理中误差来源的基础上，提出了一种直接计算的新方法，得出了失调角的计算公式。仿真结果表明，该方法的理论测量精度远远高于现有测量方法，且测量范围更广。为实现空间方位失调角高精度测量提供了一种新方法，具有一定的理论指导意义。

## 参 考 文 献

1 Dong Xiaona. The Research on Technique of Passing Azimuth Angle Vertically [D]. Xi'an: Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of Chinese Academy of Sciences, 2001. 17~18

董晓娜. 方位垂直传递技术的研究 [D]. 西安: 中国科学院西安光学精密机械研究所, 2001. 17~18

2 Fan Ling, Song Feijun. Polarization modulated light and model for an azimuthal information transmission system [J]. *Physics*, 2007, **36**(5): 391~394

范玲, 宋菲君. 调制偏振光及空间正交方位信息传递系统物理模型 [J]. *物理*, 2007, **36**(5): 391~394

3 Fan Ling, Song Feijun. Azimuthal information transmitting system based on modulated polarization light [J]. *Optical Technique*, 2007, **36**(s): 166~168

范玲, 宋菲君. 基于调制偏振光的空间正交方位信息传递系统 [J]. *光学技术*, 2007, **36**(s): 166~168

4 Wang Wenqian, Lü Fuyun, Sheng Qiuqin *et al.*. Theory analysis of azimuth information transmission by using electro-optic effect [J]. *Chinese J. Quant. Electron.*, 2003, **20**(5): 603~606

王文倩, 吕福云, 盛秋琴等. 利用电光效应实现方位信息传递的理论与误差分析 [J]. *量子电子学报*, 2003, **20**(5): 603~606

5 Li Yongan, Li Xiaojun, Li Shuting *et al.*. Analysis on magneto-optical modulation by modeling [J]. *J. Northwest University (Natural Science Edition)*, 2007, **37**(5): 719~723

李永安, 李小俊, 李书婷等. 磁光调制的模拟与特性分析 [J]. *西北大学学报(自然科学版)*, 2007, **37**(5): 719~723

6 Li Yongan, Li Xiaojun, Bai Jintao. Analyze on sine wave and rectangular wave magneto-optical modulation by comparing [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(s1): 192~197

李永安, 李小俊, 白晋涛. 正弦波与方波磁光调制的比较分析 [J]. *光子学报*, 2007, **36**(s1): 192~197

7 Li Xiaojun, Li Yongan, Wang Yuanyuan *et al.*. Magneto-optical modulation method for polarization measurement based on rectangular wave signal [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **28**(8): 1533~1537

李小俊, 李永安, 汪源源等. 基于矩形波信号的磁光调制偏振测量方法 [J]. *光子学报*, 2008, **28**(8): 1533~1537

8 Dong Xiaona, Gao Limin, Shen Xiaojun *et al.*. Passing azimuth vertically with the technique of magneto-optic modulation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(11): 1389~1391

董晓娜, 高立民, 申小军等. 利用磁光调制实现方位角垂直传递 [J]. *光子学报*, 2001, **30**(11): 1389~1391

9 Shen Xiaojun, Ma Caiwen, Dong Xiaona *et al.*. A kind of disconnected mechanically azimuth measuring and synchronizing system [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(7): 892~896

申小军, 马彩文, 董晓娜等. 一种无机机械连接的方位测量同步系统 [J]. *光子学报*, 2001, **30**(7): 892~896

10 Wu Yiming, Gao Limin, Chen Liangyi *et al.*. Precision measurement and transmission of azimuthal information based on polarization modulated light [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, **37**(3): 525~529

吴易明, 高立民, 陈良益等. 基于偏振光的精密角度测量及传递技术 [J]. *红外与激光工程*, 2008, **37**(3): 525~529

11 Shen Xiaojun. The Research on Technique of Signal Detecting and Controlling in a Kind of Passing Azimuth Angle Vertically System [D]. Xi'an: Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2001. 11

申小军. 方位垂直传递装置中的信号检测与控制技术研究 [D]. 西安: 中国科学院西安光学精密机械研究所, 2001. 11

栏目编辑: 何卓铭