

一种基于瞳面相位差的波前传感器相位恢复

杨慧珍 龚成龙

(淮海工学院电子工程学院, 江苏 连云港 222005)

摘要 根据瞳面相位差波前传感器的特点, 提出把模式分解和随机并行梯度下降算法结合起来实现波前相位的恢复。以 32 单元变形镜的初始面形和 Roddier 提出的相位生成方法随机产生的一帧相屏为研究对象, 分析所提出的相位恢复算法的性能。结果表明, 两种情况下的畸变波前都得到了很好的恢复。当像差仅含有低阶成分时, 使用模式分解法就可获得令人满意的效果。高阶成分较多时, 各阶之间的耦合使得模式分解法的误差增大。采用模式分解法得到初始解, 在初始解的基础上继续采用随机并行优化算法进行优化, 可以得到精确解。对噪声情况下的相位恢复结果表明, 该相位恢复算法具有较强的抗噪能力。

关键词 测量; 波前传感器; 相位差法; 相位恢复算法; Zernike 模式; 随机并行梯度下降 (SPGD); 噪声

中图分类号 TP273.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.1112002

Phase Retrieval for a Kind of Wavefront Sensor Based on Pupil Phase Diversity

Yang Huizhen Gong Chenglong

(Department of Electronic Engineering, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang, Jiangsu 222005, China)

Abstract A kind of phase retrieval algorithm, which combines Zernike-mode decomposition with stochastic parallel gradient descent (SPGD), is raised to realize wavefront phase recovery based on pupil phase diversity (PPD). The performance of phase retrieval algorithm is analyzed through two different aberrated wavefronts. One is an initial shape of 32-element deformable mirror sampled by the interferometer; the other is generated through the method proposed by Roddier. Simulation results show that above two aberrated wavefronts can be restored successfully. For relatively small aberrations, satisfactory results are obtained only using the mode decomposition. When the aberrated wavefronts include many high frequency components, the algorithm only using the mode decomposition does not fit for this situation because of coupling among different orders. The results of the mode decomposition are used as the initial solution of SPGD algorithm, which searches the optimum solution. Simulation results under noise show the phase retrieval algorithm has strong anti-noise ability.

Key words measurement; wavefront sensor; phase diversity (PD); phase retrieval; Zernike mode; stochastic parallel gradient descent (SPGD); noise

OCIS codes 120.5050; 010.7350; 110.1080

1 引 言

由光学系统内不同平面上的光强分布来重构波前相位的算法最早由 Gerchberg-Saxton 等^[1,2] 提出, 即 GS 算法。1973 年 Misell 仿照 GS 算法方案提出 Misell 算法, 利用两个具有不同离焦值的离焦像的强度分布恢复波前。相位差法 (PD) 则是基于 GS 算法和 Misell 算法原理, 通过类似 GS 的迭代方

法利用两幅或多幅图像的强度分布来实现波前的重构^[3,4]。目前 PD 方法主要用于大型地面望远镜和空间望远镜的像差检测及高分辨率图像恢复等领域^[5~7]。国内多家单位也分别进行了由光学系统内不同平面上的光强分布来重构波前相位^[8,9] 及传统 PD 方法的分析和应用研究^[10~12]。

Campbell 等^[13] 于 2004 年提出了瞳面相位差法

收稿日期: 2011-04-12; **收到修改稿日期**: 2011-06-13

基金项目: 中国科学院自适应光学重点实验室 (LAOF201102) 和江苏省高校自然科学基金 (11KJB510001) 资助课题。

作者简介: 杨慧珍 (1973—), 女, 博士, 副教授, 主要从事自适应光学技术及其应用等方面的研究。

E-mail: yanghz526@126.com

(PPD)用于波前传感。该方法使用了一对符合一定条件的像差作为滤波核函数对待测波前分别进行滤波,得到两幅图像,再将两幅图像做差运算得到传感器输出信息,这里的一定条件是指滤波核函数傅里叶变换的实部和虚部分别满足偶对称条件,如离焦、球差等等。与传统 PD 方法和曲率传感器最大的区别在于利用了待测波前的像进行波前传感,而前两者都是利用待测波前的远场光斑信息。该传感器对待测波前是否连续没有要求,因此既可用于连续波前测量,也可用于非连续波前的测量。文献[13]采用了 GS 迭代算法进行波前的恢复,该方法计算量大、收敛速度慢,且没有充分利用该传感器的特点。本文在介绍瞳面相位差法的原理基础上,尝试先进行 Zernike 模式分解,再用随机并行优化的方法求解波前。

2 瞳面相位差法波前传感原理

瞳面相位差法使用一对符合一定条件的像差作为滤波核函数对待测波前分别进行滤波,得到两幅图像,再将两幅图像做差运算得到传感器输出信息。如图 1 所示,传感器主要由透镜 L1、光栅透镜组合、CCD 相机、图像采集卡等组成。待测波前 $\phi(r)$ 经透镜 L1、光栅透镜组合滤波后在 CCD 上成像,由于光栅透镜组合的特殊作用,在 CCD 上可同时得到 +1

阶和 -1 阶的衍射图像^[14],将两幅图像进行减运算,得到瞳面相位差波前传感器输出信息 D_r 。

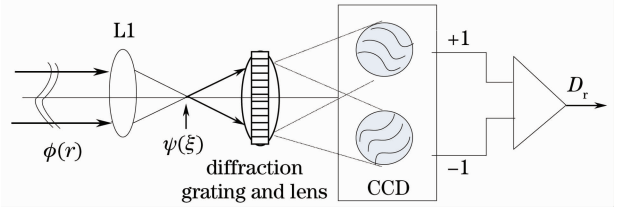


图 1 瞳面相位差波前传感器原理图

Fig. 1 Schematic of the wavefront sensor based on pupil phase diversity

由图 1 得到传感器输出信息 D_r 为

$$D_r = |\mathcal{F}\{\mathcal{F}\{\exp[i\phi(r)]\}\exp(i\phi_{d+})\}|^2 - |\mathcal{F}\{\mathcal{F}\{\exp[i\phi(r)]\}\exp(i\phi_{d-})\}|^2 = |\exp[i\phi(r)] * \mathcal{F}\{\exp(i\phi_{d+})\}|^2 - |\exp[i\phi(r)] * \mathcal{F}\{\exp(i\phi_{d-})\}|^2, \quad (1)$$

式中符号 \mathcal{F} 表示傅里叶变换, $*$ 表示卷积, $||$ 表示取模, ϕ_d 为滤波核函数。

图 2 中给出了滤波核函数为离焦像差时,几个单阶像差和其对应的传感器输出信息,其中(a)~(d)为单阶像差,色条的单位为 rad,(e)~(h)为(a)~(d)中相应列的传感器输出信息,色条的单位为光强度对比度。从图 2 可以看出传感器输出信息一定程度上表征了输入波前的方向和大小。

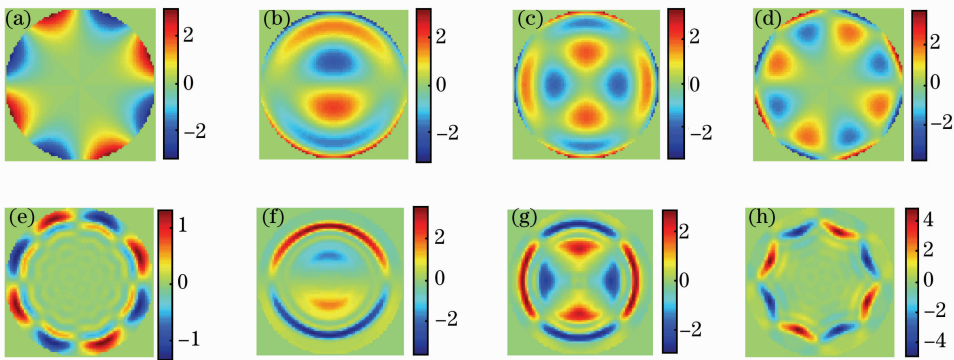


图 2 几种单阶像差及相应的 GPD 波前传感器输出信息。(a)~(d)为待测的原始波前,单位为弧度,(e)~(h)为(a)~(d)的输出信息

Fig. 2 Several input wave-fronts and output signals of the pupil phase diversity by a focal aberration filter function. (a)~(d) Input wave-fronts (the scale of colorbar is rad) and (e)~(f) output signals of (a)~(d) respectively

3 基于模式分解和随机并行优化的相位恢复算法及实现

3.1 基于模式分解和随机并行优化算法的相位恢复算法

瞳面相位差波前传感的最大特点是传感器输出

信息在一定程度上可以表征待测波前的方向和大小。理论分析中,常常采用圆域的泽尼克(Zernike)多项式来描述波前,针对由 Zernike 多项式描述的波前,待测波前 $\phi(r)$ 可以看作是各阶 Zernike 多项式的线性组合:

$$\phi(r) = \sum_{j=1}^M a_j Z_j(r), \quad (2)$$

$$a_j = \sum_{l=1}^M \phi(r) Z_l(r), \quad (3)$$

式中 M 为 Zernike 阶数, a_j 为第 j 阶 Zernike 系数, $Z_j(x, y)$ 为第 j 阶 Zernike 模式。每一阶 Zernike 模式都对应着一个独立的输出模式, 如图 2 所示。所以最直接的相位恢复方法则是将传感器信息按照每一阶的独立输出模式进行多项式分解。下面给出上述设想的理论基础。待测波前 $\phi(r)$ 的复振幅为

$$\exp[i\phi(r)] = \exp\left[i \sum_{j=1}^N \alpha_j Z_j(r)\right] \approx 1 + i\alpha_j Z_j(r). \quad (4)$$

使用 h_+ 表示 (1) 式中的 $\mathcal{F}[\exp(i\phi_{d+})]$, h_- 表示 $\mathcal{F}[\exp(i\phi_{d-})]$, 并将 (4) 式代入 (1) 式可得

$$D_r = \left| \left[1 + i \sum_{j=1}^N \alpha_j Z_j(r) \right] * h_+ \right|^2 - \left| \left[1 + i \sum_{j=1}^N \alpha_j Z_j(r) \right] * h_- \right|^2 = \left[\sum_{j=1}^N \alpha_j Z_j(r) * h_+ \right]^2 - \left[\sum_{j=1}^N \alpha_j Z_j(r) * h_- \right]^2, \quad (5)$$

(5) 式为完全平方式, 将其展开、移项, 并用 C 表示除平方项之外的所有余项, 即交叉项, 可得

$$D_r = C + \sum_{j=1}^N [(\alpha_j Z_j(r) * h_+)^2 - (\alpha_j Z_j(r) * h_-)^2] = C + \sum_{j=1}^N (\alpha_j)^2 D_j(r), \quad (6)$$

式中 $D_j(r) = [Z_j(r) * h_+]^2 - [Z_j(r) * h_-]^2$, 而 $D_j(r)$ 正是第 j 阶 Zernike 模式的输出信息。由 (6) 式可知, 待测波前对应的瞳面相位差波前传感器输出信息可以用各单阶模式对应的传感器输出信息的线性组合表示, 当然这种表示以一定的近似误差为前提, 即忽略了交叉项。 N 个 Zernike 模式对应的 N 个输出 $D_j(r)$ 可以事先计算或测量。以上就是将瞳面相位差波前传感器输出信息进行分解的理论根据。但这种分解存在一定的误差, 为保证相位恢复的精度, 在分解的基础上再用随机并行优化算法对分解后的结果进行优化, 以期得到最优解。本文采用随机并行梯度下降算法 (SPGD)^[15,16] 对 Zernike 分解后的结果进行寻优处理。

SPGD 算法利用系统性能指标测量值的变化量 ΔJ 与控制参数的变化量 $\Delta\alpha$ 来进行控制参数的梯度估计, 以迭代方式在梯度下降方向上进行控制参数的搜索, 其中性能指标 J 为控制参数 α 的函数, 这

里的 α 为 Zernike 系数向量。当输入波前为平面波时, 瞳面相位差波前传感器的输出信息为零, 即为一平面。且随着搜索的进行, 当前解 $\{\alpha_j\}$ 应逐步趋于最优解, 传感器输出信息 D_{curr} 也应逐步趋于初始的 D_{init} 。定义系统性能指标函数

$$J = \sum_{(x,y)} [D_{\text{init}}(x, y) - D_{\text{curr}}(x, y)]^2, \quad (7)$$

J 的值越小, 相位恢复效果越好。

第 k 次迭代时, Zernike 系数 $\{\alpha_j\}^{(k)}$ 的计算公式为

$$\alpha^{(k)} = \alpha^{(k-1)} + \gamma \Delta\alpha^{(k)} \Delta J^{(k)}, \quad (8)$$

式中 $\Delta\alpha^{(k)} = \{\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \dots, \Delta\alpha_n\}^{(k)}$ 为第 k 次迭代时施加的扰动系数向量, 单位为 rad, 各 $\Delta\alpha_i$ 相互独立且同为伯努利分布, 即各分量幅值相等 $|\Delta\alpha_j| = \delta$, 概率 $P_r(\Delta\alpha_j = \pm\delta) = 0.5$; γ 为增益系数, 性能指标向极小方向优化, γ 取负值。性能指标 J 的变化量 $\Delta J^{(k)}$ 为

$$\Delta J^{(k)} = J_+^{(k)} - J_-^{(k)}, \quad (9)$$

式中 $J_+^{(k)}$ 和 $J_-^{(k)}$ 的计算公式为

$$\begin{cases} J_-^{(k)} = J[\alpha^{(k)} - \Delta\alpha^{(k)}] - J[\alpha^{(k)}] \\ J_+^{(k)} = J[\alpha^{(k)} + \Delta\alpha^{(k)}] - J[\alpha^{(k)}] \end{cases} \quad (10)$$

SPGD 算法的执行过程 (第 k 次迭代时) 为

- 1) 随机生成扰动向量 $\Delta\alpha^{(k)} = \{\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \dots, \Delta\alpha_n\}^{(k)}$;
- 2) 使用 (9), (10) 式计算目标函数的变化量 $\Delta J^{(k)}$;
- 3) 利用 (8) 式更新控制参数, 进行第 $k+1$ 次迭代, 直至满足算法结束条件。

综上所述, 提出的相位恢复算法由两大部分组成。首先利用各单阶像差对应的输出模式进行分解, 得到各阶 Zernike 系数的初始解; 再将这个初始解作为优化算法的初始解, 传递给随机并行优化算法, 最后利用随机并行优化算法得到各阶 Zernike 系数的优化解。

为验证所提出的相位恢复方法, 分别以两种不同途径得到的原始波前作为研究对象, 即由干涉仪测得的 32 单元变形镜的初始面形和采用 Roddier 提出的方法随机生成的一帧波前畸变^[17], 其中后者的湍流条件为: $D/r_0 = 5$, D 望远镜孔径, r_0 为大气相干长度, 由前 65 阶像差组成 (不包括两个方向的倾斜)。得到原始波前经瞳面相位差传感的输出信息 D_r 后, 再对输出信息 D_r 使用本文提出的相位恢复方法进行波前相位恢复以考察恢复效果。

3.2 相位恢复算法数值模拟结果与分析

瞳面相位差传感器的滤波核函数采用球差像

差,峰谷(PV)值的大小为一个 λ ,且分解的阶数都取65阶(不包含两个方向的倾斜)。为衡量相位恢复效果,定义了一个类斯特雷尔比(Strehl Ration)误差指标 E ,定义如下:

$$\sigma^2 = \sum (\varphi_{\text{original}} - \varphi_{\text{retrieval}})^2 / M^2, \quad (11)$$

$$E \approx \exp(-\sigma^2),$$

式中 $\varphi_{\text{original}}$ 为待检测的原始相位, $\varphi_{\text{retrieval}}$ 为恢复的相位,两者单位均为弧度, M 为像素数。 E 的取值范围在0~1之间,并且当完全恢复时, E 值取最大为1。

考察了32单元变形镜的初始面形恢复情况,结果如图3所示。图3中的结果仅仅使用了模式分解

法,即相位恢复算法的第一步。图3(a)为初始面形,PV值为2.77 rad,均方根(RMS)值为0.53 rad,图3(b)为相应的瞳面相位差法波前传感器输出信息,图3(c)是图3(b)信息使用相位恢复算法恢复的结果,图3(d)为恢复残差,即图3(a)和图3(c)的差值。图3(a),(c)和(d)的色条单位为rad,图3(b)的单位为光强对比度。从图3(b)可以看出,传感器输出信息和原始波前的位置和形状有非常好的相似性。图3(c)和(d)的结果说明待测波前得到了很好的恢复。根据(11)式,此时 E 值为1。

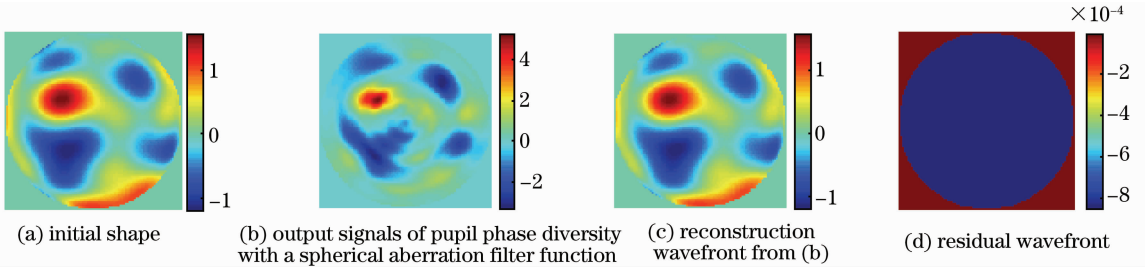


图3 32单元变形镜初始面形及相位恢复情况

Fig. 3 Initial shape and phase recovery situation of 32-element deformable mirror

图4给出了性能指标 J 的变化曲线。图中的指标变化曲线表明经过大约5次的模式分解性能指标值接近于零。对于变形镜初始面形的恢复,仅仅采用了模式分解就取得了很好的效果,这跟变形镜初始面形大部分为低阶像差、且像差较小有关系。由(6)式可知,像差中所包含的阶数越少,交叉项C所占的比重越小,则模式分解的误差就会越小。因此,对于系统中像差主要是由低阶像差组成时,仅仅模式分解算法就可以得到较好的相位恢复结果。

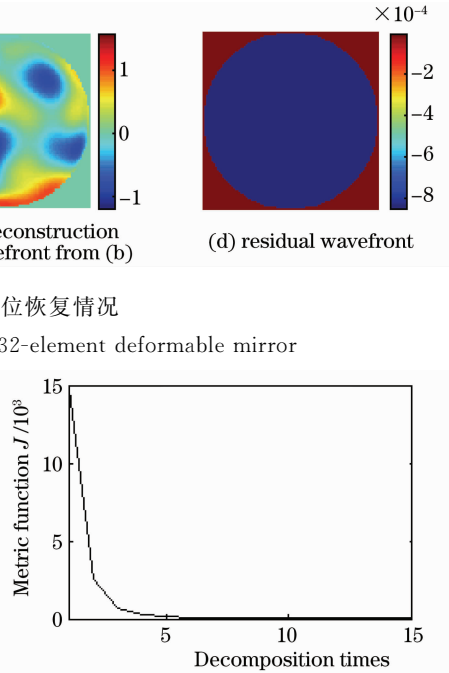


图4 性能指标 J 随迭代次数的变化曲线

Fig. 4 Evolution curve of the metric function J

采用Roddier提出的方法随机生成的一帧波前畸变和相应的恢复效果如图5所示,待测原始波前PV值为6.7 rad,RMS为1.32 rad。图5(a)为初始面形,图5(b)为相应的瞳面相位差波前传感器输出信息,图5(c)使用相位恢复算法恢复从图5(b)得到,图5(d)为恢复残余像差。图5(a),(c)和(d)的

色条单位为rad,图5(b)的单位为光强对比度。对比图5(b)和图5(a)可以发现,在像差中含有较多高频分量时,传感器输出信息和原始待测波前的相似度明显变弱,但原始波前的大致轮廓依然可以分辨。图5(d)的残差表明,恢复出的相位和原始待测波前

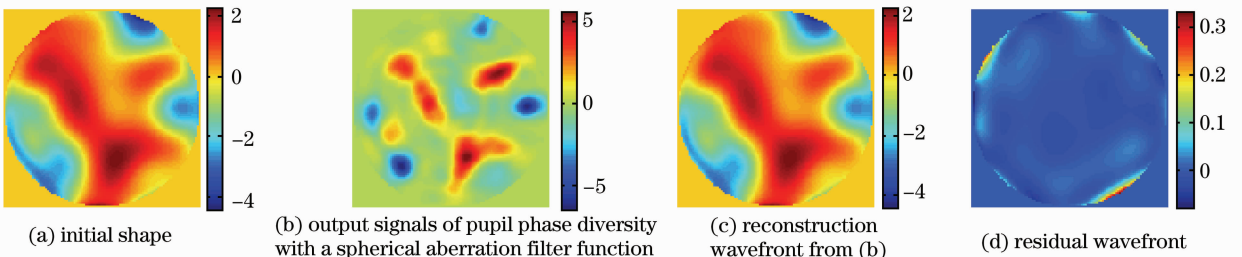


图5 $D/r_0=5$ 时随机生成的一帧像差和相位恢复结果

Fig. 5 A randomly generated a screen of aberration and phase recovery result when $D/r_0=5$

相比在边缘处仍有一定的误差,这些误差应当是由像差中的高频分量引起。此时 E 值为 0.9999。

图 6(a)给出了性能指标 J 的变化曲线,其中虚线为仅仅采用了随机并行优化算法的迭代曲线,实线为先分解再优化的指标迭代曲线;图 6(b)为恢复后的各阶 Zernike 系数与待测原始波前的 Zernike 系数对比,考虑到图的分辨率,仅给出了前 35 阶系数(不包括两个方向的倾斜)。从图 6(a)可以看出,单独使用随机并行优化算法也可以获得比较好的恢复结果(虚线),但收敛速度明显比实线慢得多,且精度不够高,性能指标值从开始的 3.07×10^4 降低到 850。同时,当输入的待测波前包含有相

对多的高频分量时,如果仅仅使用模式分解也会使相位恢复精度受到限制,如图中的性能指标值从开始的 3.07×10^4 降低到 8.2×10^3 (实线的起始点处)。此时(6)式中交叉项 C 所占的比重较大,所以模式分解的误差就会增大。图 6(a)中的实线表明当把模式分解法和随机并行优化算法结合起来使用后,不但加快了收敛速度而且恢复的精度也有一定程度的提高,实线中的性能指标值从开始的 3.07×10^4 降低到 0.9。从图 6(b)可以发现,恢复后的 Zernike 系数和初始的 Zernike 系数相比,相对低阶的系数基本一致,在高阶处出现了少量的误差。

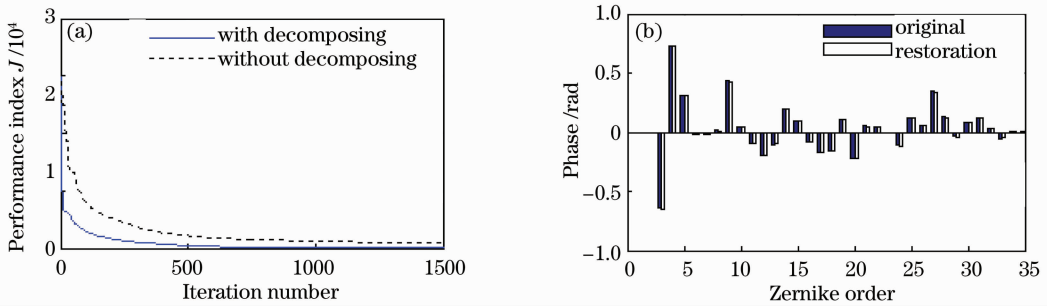


图 6 性能指标变化曲线(a)和恢复后的各阶 Zernike 系数与待测原始波前的 Zernike 系数对比(前 35 阶)(b)

Fig. 6 Evolution curves of performance index (a) and coefficient comparison between the input wavefront to be corrected and the restoration wavefront (b)

由于实际系统中,成像噪声无法避免,下面以图 5(a)中的原始待测波前为研究对象,给两幅 ± 1 阶图像分别添加不同的高斯噪声,然后计算两幅图像的差,得到含有噪声的传感器输出信息,再利用相位恢复算法进行相位恢复,以分析噪声情况下的相位恢复算法的性能。信噪比(SNR)计算公式为

$$R_{SN} = 10 \lg \left[\frac{\sum D_r(x,y)^2}{\sum N(x,y)^2} \right]. \quad (12)$$

图 7 给出了 SNR 分别为 5, 10, 15 和 20 dB 时的性能指标变化曲线。从图 7 中可以看出,噪声越强,计算出的初始指标值越大,波前恢复的精度越

小,其中 SNR 为 15 dB 和 20 dB 时,两条曲线接近于无噪声时,5 dB 时恢复效果相对最差。

图 8 为 SNR 分别为 10 dB 和 5 dB 时的传感器输出信息、恢复相位及未恢复的残余像差,其中图 8(a)~(c)为 $R_{SN}=10$ dB 时的情况,图 8(d)~(f)为 $R_{SN}=5$ dB 时的情况。

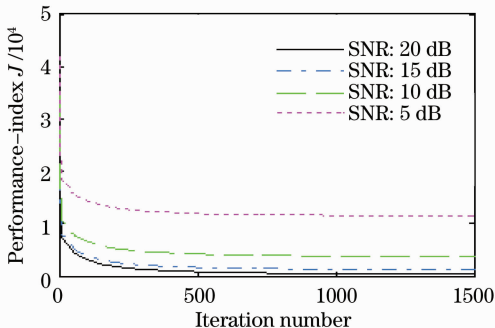


图 7 不同噪声情况下的性能指标变化曲线

Fig. 7 Performance-index evolution curves under different noise

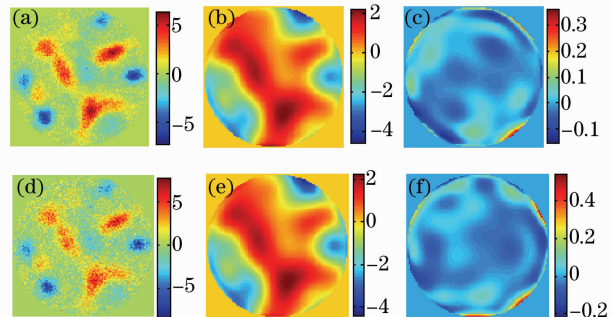


图 8 不同噪声情况下的瞳面相位差传感器输出信息和相应的相位恢复结果

Fig. 8 Output signals and phase restoration results of PPD under different noise

对比图 8 和图 5,可以看出,当噪声非常强(如 5 dB)时,相位恢复效果稍微变差。根据(11)式的计

算结果,此时 E 值为 0.9985,这表明在信噪比很低的情况下,使用本文中的相位恢复算法依然能够取得较好的结果。具有较强的抗噪能力可能来源于两个方面:1)相位恢复算法,2)传感器原理。观察图 1 中的瞳面相位差波前传感器实现原理可以发现,计算输出信息 D_r 的两个 ± 1 阶图像取自于同一个成像元件,两幅图像含有相同类型的噪声。在两幅图像做差运算的过程中,一定程度上减轻了光学系统的成像噪声对波前恢复效果的影响。

4 结 论

瞳面相位差法与传统 PD 方法和曲率传感器最大的区别在于利用了待测波前的像进行波前传感,而前两者都是利用待测波前的远场光斑信息。因此波前传感信息一定程度上表征了待测波前的大小和位置信息。本文根据该传感器的特点,提出把模式分解和随机并行梯度下降算法结合起来实现波前相位的恢复。分别以 32 单元变形镜的初始面形和采用 Roddier 提出的相位生成方法随机生成的一帧相屏为研究对象,分析本文所提出的相位恢复算法的性能。

结果表明,两种情况下的波前像差都得到了很好的恢复。当像差仅含有低阶成分时,仅仅使用模式分解法就可获得令人满意的效果。高阶成分较多,且像差增大时,则多阶之间的耦合使得模式分解法的误差增大。采用模式分解法得到初始解,在初始解的基础上继续采用随机并行优化算法进行优化,则可以得到精确解。对噪声情况下的相位恢复结果分析表明,瞳面相位差波前传感器使用本文所提出的相位恢复算法时具有较强的抗噪能力。

瞳面相位差波前传感无论在国内还是国外都是一种新型的波前传感器,仍有许多问题待进一步研究,如,瞳面相位差波前传感对连续波前和非连续波前都适用,那么适合非连续波前的相位恢复算法如何构造;如果采用图 1 中的原理图实现瞳面相位差波前传感,则由于光栅的色散作用,当待测波前为非单色光时,对相位恢复的效果产生的影响;当像差的高频分量进一步增多时,本文中的相位恢复算法是否适用等。这些也正是下一步研究工作的方向。

参 考 文 献

1 R. W. Gerchberg, W. O. Saxton. A practical algorithm for the

- determination of phase from image and diffraction plane pictures [J]. *Optik*, 1972, **35**(2): 237~246
- 2 J. Maeda, K. Murata. Retrieval of wave aberration from point spread function or optical transfer function data [J]. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(2): 274~279
- 3 J. R. Fienup, B. J. Thelen, R. G. Paxman *et al.*. Comparison of phase diversity and curvature wavefront sensing [C]. *SPIE*, 1998, **3353**: 630~940
- 4 J. R. Fienup. Phase retrieval algorithms: a comparison [J]. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(15): 2758~2769
- 5 M. R. Bolcar, J. R. Fienup. Sub-aperture piston phase diversity for segmented and multi-aperture systems [J]. *Appl. Opt.*, 2009, **48**(1): A5~A12
- 6 J. J. Dolne, P. Menicucci, K. Widen *et al.*. Advanced image processing and wavefront sensing with real-time phase diversity [J]. *Appl. Opt.*, 2009, **48**(1): A30~A34
- 7 N. Baba, K. Mutoh. Measurement of telescope aberrations through atmospheric turbulence by use of phase diversity [J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(4): 544~552
- 8 Xi Fengjie, Jiang Zongfu, Xu Xiaojun *et al.*. High-diffractive-efficiency defocus grating for wavefront curvature sensing [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(11): 3444~3448
- 9 Li Xinyang, Li Min. Preliminary analysis on principle and performance of a linear phase-retrieval wave front measuring method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1211~1216
- 李新阳, 李 敏. 一种线性相位反演波前测量方法的原理和性能初步分析 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(7): 1211~1216
- 10 Liang Shitong, Yang Jianfeng, Xue Bin. A new phase diversity wave-front error sensing method based on genetic algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(4): 1015~1019
- 梁士通, 杨建峰, 薛 彬. 基于遗传算法的改进相位差法波前误差传感技术研究 [J]. *光学学报*, 2010, **30**(4): 1015~1019
- 11 Li Qiang, Shen Mangzuo. Measurement of telescope aberrations using phase-diversity method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9): 1553~1557
- 李 强, 沈忙作. 利用相位差法测量望远镜像差 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(9): 1553~1557
- 12 Wang Zongyang, Wang Jianli, Wang Bin *et al.*. Image restoration based on phase diversity [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2010, **37**(12): 25~29
- 汪宗洋, 王建立, 王 斌 等. 基于相位差异的图像复原方法 [J]. *光工程*, 2010, **37**(12): 25~29
- 13 H. I. Campbell, S. J. Zhang, A. H. Greenaway. Generalized phase diversity for wave-front sensing [J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(23): 2707~2709
- 14 P. M. Blanchard, A. H. Greenaway. Simultaneous multiplane imaging with a distorted diffraction grating [J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(32): 6692~6699
- 15 Yang Huizhen, Chen Bo, Li Xinyang *et al.*. Experimental demonstration of stochastic parallel gradient descent control algorithm for adaptive optics system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 205~210
- 杨慧珍, 陈 波, 李新阳 等. 自适应光学系统随机并行梯度下降控制算法实验研究 [J]. *光学学报*, 2008, **28**(2): 205~210
- 16 M. A. Vorontsov, G. W. Carhart. Adaptive optics based on analog parallel stochastic optimization: analysis and experimental demonstration [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, **17**(8): 1440~1453
- 17 N. Roddier. Atmospheric wave-front simulation using Zernike polynomials [J]. *Opt. Engng.*, 1990, **29**(10): 1174~1180