# 波前重建中的高通滤波消零级衍射干扰研究

张亚萍1,2 张建强1 许 蔚3 桂进斌1 楼宇丽1 张永安1

1 昆明理工大学理学院物理系,云南昆明 650500
 2 浙江大学数学系博士后流动站,浙江杭州 310027
 3 昆明理工大学建筑工程学院,云南昆明 650500

摘要 根据可变放大率物光波前重建过程中球面波照射下数字全息图频谱的分析,提出在重建波照射前对全息图 进行高通滤波消零级衍射干扰的方法。对物体表面为散射及非散射面情况的波前重建进行理论模拟及实验研究。 结果表明,当物体表面是散射面时,可以获得有效消除干扰的重建图像,但是,当物体表面是光学平滑表面时,为得 到完整的重建图像,要求将更为严格。

关键词 数字全息;频谱;滤波窗;零级衍射干扰

中图分类号 TB877 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201131.1109002

# Eliminaton of the Influence of Zero-Order Diffraction Using Highpass **Filter in Wavefront Reconstruction**

Zhang Yaping<sup>1,2</sup> Zhang Jianqiang<sup>1</sup> Xu Wei<sup>3</sup> Gui Jinbin<sup>1</sup> Lou Yuli<sup>1</sup> Zhang Yong'an<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Faculty of Science, Kunning University of Science and Technology,

Kunming, Yunnan 650500, China

<sup>2</sup> Postdoctoral Research Station, Department of Mathematics, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China

<sup>3</sup> Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China

Abstract Based on the spectrum analysis of digital hologram illuminated with spherical wave in the course of object wavefront reconstruction with selectable magnification, the method of eliminating the influence of zero-order diffraction is proposed, which uses highpass filter before illuminating hologram with reconstruction wave. The theoretical simulation and experimental result of wavefront reconstruction are given from two aspects: scattering and undiffused light from object surface. The result shows that the interference of the reconstructed image can be eliminated effectively when scattering occurs on the surface. However, when the surface is a smooth plane, much stricter condition should be needed in order to get a completely reconstructed image.

**Key words** digital holography; spectrum; filter window; zero-order diffraction interference OCIS codes 090.1995; 260.1960

1 引 言

随着计算机、CCD及 CMOS 技术的进步,用 CCD 或 CMOS 代替全息感光板的数字全息逐渐成 为研究热点<sup>[1~3]</sup>。然而,由于 CCD 和 CMOS 面阵 尺寸及分辨率显著小于传统全息感光板,如何充分 利用 CCD 及 CMOS 获取的物光场信息就成为一项 基本研究内容。

与普通光学全息一样,数字全息的再现像也包 括零级像、真实像和共轭像。在物光波与参考光波 强度比为1:1的条件下,记录的全息图具有最好的 对比度[4],用参考光波照射全息图再现的光波,真实 能量占总衍射能量的 1/6,光共轭像占 1/6,零级像

收稿日期: 2011-05-11; 收到修改稿日期: 2011-07-06

基金项目:国家自然科学基金(61007061)和博士后自然科学基金(20090461386)资助课题。

作者简介:张亚萍(1978-),女,博士,副教授,主要从事数字全息方面的研究。E-mail: yaping.zhang@gmail.com

占 4/6。因此,有效消除零级衍射光及共轭物光的 干扰,对于高质量地重建物光场极为重要。

在物光场的重建过程中,菲涅耳衍射积分是基本的重建计算工具。菲涅耳衍射积分可以表示为傅 里叶变换及卷积两种形式,通常采用一次快速傅里 叶变换(S-FFT)及两次快速傅里叶变换(D-FFT)两 种重建算法。由于 S-FFT 法计算量小,从而被广泛 使用,其重建计算中如何消除零级衍射干扰已经有 大量研究<sup>[1~3,5~8]</sup>。然而,S-FFT 重建场的尺寸是波 长、物体到 CCD 距离以及取样数的函数,对于彩色 数字全息波面重建会造成不便<sup>[9,10]</sup>。最近的研究表 明<sup>[11,12]</sup>,用球面波为重建波的可变放大率 D-FFT 重建是实现彩色数字全息的一种有效途径。但是, 可变放大率 D-FFT 重建中零级衍射干扰具有与 S-FFT重建完全不同的形式,因此如何消除零级衍 射干扰成为了新的研究课题。

对球面波照射下全息图频谱分布的研究结果表 明<sup>[13]</sup>,物光、共轭物光及零级衍射光频谱的分布范 围随重建波的波面半径减小而增大,容易形成强烈 的相互混淆,较难通过滤波窗充分获取物光或共轭 物光频谱。本文提出在重建波照射前对全息图高通 滤波再进行波前重建的消零级衍射干扰的方法。通 过理论及实验研究,指出当物光波是光学平滑<sup>[4]</sup>的 波面时,CCD或 CMOS 还必须按照几何光学原理 充分接收来自物体的反射或透射光,才能完整重建 消除零级衍射干扰的物体图像。

# 2 理论研究

#### 2.1 可变放大率数字全息的重建理论

图 1 是理论研究坐标定义图。定义 x<sub>0</sub> y<sub>0</sub> 为与被 测量物体相切的平面, x<sub>i</sub>y<sub>i</sub> 为球面波为重现光时物 体的像平面, 两平面到 CCD 窗口平面 xy 的距离分 别是 z<sub>0</sub> 和 z<sub>i</sub>。为简明起见, 图中未标出再现照明光。





Fig. 1 Definition of the coordinate system for theoretical investigation

振幅为 $A_r(x,y)$ 的球面波,波束中心为 $(a,b,-z_r)$ ,傍 轴近似下表示为<sup>[14]</sup>

$$R(x,y) = A_{r}(x,y) \exp\left\{\frac{jk}{2z_{r}}\left[(x-a)^{2} + (y-b)^{2}\right]\right\},$$
(1)

式中  $k = 2\pi/\lambda, \lambda$  为光波长。

xy平面上物光及参考光干涉场强度为  $I(x,y) = |U(x,y)|^2 + A_r^2(x,y) + R(x,y)U^*(x,y) + R^*(x,y)U(x,y).$  (2) 理论研究指出<sup>[13]</sup>,用单位振幅球面波  $R_c(x,y) =$ 

 $\exp\left[j\frac{k}{2z_{c}}(x^{2}+y^{2})\right]$ 照射数字全息图,并使重建距离  $z_{i}$ 满足

$$z_{i} = \left(\frac{1}{z_{0}} - \frac{1}{z_{c}} - \frac{1}{z_{r}}\right)^{-1},$$
 (3)

通过菲涅耳衍射计算能得到放大率为 $M = z_i/z_0$ 的物光场的重建像。

#### 2.2 重建球面波照射下全息图的频谱研究

D-FFT 重建计算需要知道透过全息图光波场的频谱<sup>[11,12]</sup>。设 CCD 面阵窗口函数为 w(x,y),定 义 u,v 为频域坐标,透射场在 xy 平面的频谱可通 过傅里叶变换计算得到,因此可引用傅里叶变换符 号 *F*表示为

$$\mathcal{F}\{R_{c}(x,y)I(x,y)w(x,y)\} = G_{0}(u,v) + G_{+}(u,v) + G_{-}(u,v), \qquad (4)$$

式中

$$G_0(u,v) = \mathscr{F} \begin{cases} R_c(x,y) \left[ \left| U(x,y) \right|^2 + \\ A_r^2(x,y) \right] w(x,y) \end{cases}, \qquad (5)$$

$$G_{+}(u,v) = \mathscr{F}\{R_{c}(x,y)R(x,y)U^{*}(x,y)w(x,y)\},$$
(6)

$$G_{-}(u,v) = \mathscr{F}\{R_{c}(x,y)R^{*}(x,y)U(x,y)w(x,y)\},$$
(7)

依次是零级衍射光频谱、中心在 $\left(-\frac{a}{\lambda z_{r}}, -\frac{b}{\lambda z_{r}}\right)$ 的 共轭物光频谱以及中心在 $\left(\frac{a}{\lambda z_{r}}, \frac{b}{\lambda z_{r}}\right)$ 的物光频谱。

重建物光场可以引入傅里叶逆变换符号 *F*<sup>-1</sup> 用 角谱衍射公式表示为<sup>[11,13]</sup>

$$U_{i}(x,y) = \mathscr{F}^{-1}\left\{p_{+}\left(u - \frac{a}{\lambda z_{r}}, v - \frac{b}{\lambda z_{r}}\right)\right\}$$
$$G_{+}\left(u - \frac{a}{\lambda z_{r}}, v - \frac{b}{\lambda z_{r}}\right) \exp\left[jkz_{i}\sqrt{1 - \lambda^{2}(u^{2} + v^{2})}\right],$$
(8)

式中  $p_+(u,v)$  为频率平面取出共轭物光频谱的窗口函数。理论及实验研究已经表明<sup>[11]</sup>, $G_+(u,v)$ ,

 $G_{-}(u,v)$ 及 $G_{0}(u,v)$ 将随着重建波面半径的变化 而不同程度地展宽,其中共轭物光及物光频谱展宽 量是 $|L/\lambda z_{\star}|$ ,零级衍射光频谱宽度是  $\mathcal{F}\{U(x,y)\}$ 2 倍宽度与 $|L/\lambda z_c|$ 之和,在频谱中央有一个宽度为 |L/λz。|的衍射斑。由于零级衍射频谱宽度随着重 建波面半径 z。的减小而增大,在许多情况下将可能 与共轭物光频谱混叠。这个研究结果给出一个启 示:可以预先消除全息图的零级衍光频谱,形成无零 级衍射干扰的全息图,然后再进行期待放大率的图 像重建。

### 2.3 预先消除零级衍射干扰进行图像重建的理论 研究

预先消除零级衍射干扰重建图像的步骤如下:

1) 利用快速傅里叶变换(FFT)对 N×N 点全 息图作傅里叶变换获得全息图频谱:

2) 根据频谱图确定出  $\mathcal{F}{U(x,y)}$ 分布宽度  $D_{U}$ ;

3) 在频谱图中央令宽度略大于 2Du 的方形区 域频谱为零,通过快速傅里叶逆变换(IFFT)获得无 零级衍射干扰的全息图;

4) 选择放大率 M,利用(3) 式求出重建波的波 面半径z。,再通过FFT获得重建球面波照射下的无 零级衍射干扰的全息图频谱;

5) 设计宽度略大于  $|L/\lambda z_c| + D_U$  的滤波窗, 获得共轭物光频谱;

6) 以共轭物光频谱为中心,周围补零形成 N× N 点频谱,并乘以衍射传递函数:

7) 利用(8)式重建图像。

理论模拟及实验研究 3

#### 3.1 数字全息图

为证明上述研究结果,进行了相应的理论模拟及

约10 mm的中文字符("物"字),当研究物体表面是 散射面的情况时,在透光孔("物"字)前面放置一毛 玻璃。物体到 CCD 距离为  $z_0 = 564 \text{ mm}$ , CCD 像素 宽度 0.00465 mm,取样数 N=1024,即 CCD 面阵 宽度 L=4.76 mm。到达 CCD 的参考光是波面半 径 z<sub>r</sub>=889 mm 的均匀球面波。由于物体表面是散 射面的情况较普遍,首先对这种情形进行研究。模 拟数字全息图的步骤为:1)令单位振幅平面波照射 光阑,分别让透射光相位为随机相位,用 S-FFT 计 算到达 CCD 上物光场的能量;2)使到达 CCD 的参 考光能量与物光场的能量相等,求出参考光振幅;3) 计算物光及参考光的干涉场强度,按照0~255级灰 度对计算结果归一化获得数字全息图。图 2(a), (b)是模拟数字全息图及实验测量的全息图(图中 自左向右为 x 轴正向,自下向上是 y 轴正向)。参

实验研究。实验研究中,物体是用波长  $\lambda = 532$  nm 的

平面波照明一透光孔形成的光阑,透光孔形状是宽度

与实验记录的数字全息图的频谱来确定「见图 3(a) 及图 4(a)]。

考光倾斜参数 a,b 主要通过比较模拟全息图的频谱

(a) simulated  $(4.76 \text{ mm} \times 4.76 \text{ mm})$ 

(a) experimental  $(4.76 \text{ mm} \times 4.76 \text{ mm})$ 

图 2 模拟数字全息图及实验测量全息图 Fig. 2 Simulated and experimental hologram

图 3 不同球面波照射下模拟数字全息图频谱强度图像。取样数 1024×1024;图像尺寸 215 mm<sup>-1</sup>×215 mm<sup>-1</sup> Fig. 3 Simulation results of digital hologram spectrograms irradiated with different spherical waves. Sampling number 1024 $\times$ 1024; image size 215 mm<sup>-1</sup> $\times$ 215 mm<sup>-1</sup>











(a)  $z_c \sim \infty$ 



图 4 不同球面波照射下实测数字全息图频谱强度图像。取样数 1024×1024;图像尺寸 215 mm<sup>-1</sup>×215 mm<sup>-1</sup> Fig. 4 Experimental results of digital hologram spectrograms irradiated with different spherical waves. Sampling number 1024 $\times$ 1024: image size 215 mm<sup>-1</sup> $\times$ 215 mm<sup>-1</sup>

#### 3.2 数字全息图透射波的频谱分析

选择放大率 M=0.2,0.6,根据(3)式求得 z。= -433.5 mm,-121.7 mm。图 3(a)~(c)分别给出  $z_c \sim \infty, z_c = -433.5 \text{ mm} \ \mathcal{B} \ z_c = -121.7 \text{ mm} \ 3 \ \mathcal{P}$ 球面波照射模拟数字全息图后得到的全息图频谱强 度图像( $z_c = \infty$ 的频谱图即原全息图的频谱)。 图 4(a)~(c)分别给出相应的实验全息图频谱强度图 像(图自左向右为 u 轴正向,自下向上是 v 轴正向)。 可以看出,各级衍射光频谱随重建波面半径数值的减 小而展宽,与文献[11]的理论预计吻合。对于所研究 的情况,当放大率 M=0.2 时,零级衍射光频谱与物 光及共轭物光频谱有重叠,较难完整地分离出共轭物 光频谱。然而,很容易设计滤波窗从原全息图的频谱 中滤除零级衍射光频谱「见图 3(a) 及图 4(a) ],再通过 IFFT 获得无零级衍射干扰的全息图。

#### 3.3 图像重建

以 M=0.2 的情况为例,基于图 2 给出理论模 拟及实验重建图像实例。根据图 3(a) 及图 4(a) 可 知, $\mathcal{F}{U(x,y)}$ 以像素为单位的宽度  $D_{U} \approx 160$ ,令图 3(a)中央 320 pixel 宽度的方形区域内频谱值为零,



(a) spectrum after eliminating the influence of zero-order diffraction  $(215 \text{ mm}^{-1} \times 215 \text{ mm}^{-1})$ 



(b) reconstruction image by eliminating the influence of zero-order diffraction  $(4.76 \text{ mm} \times 4.76 \text{ mm})$ 



(c)  $M=0.2, z_c=-121.7 \text{ mm}$ 

通过 IFFT 求出无零级衍射干扰的数字全息图。用  $z_{c} = -121.7 \text{ mm}$ 的球面波照射全息图并用 FFT 计 算获得的频谱图示于图 5(a)。与图 3(c)比较不难 看出,零级衍射光的谱已经消失。以第三象限为滤 波窗取出共轭物光频谱后,利用(8)式重建的图像示 于图 5(b)。为了解消零级衍射干扰的效果,图 5(c)

给出用图 4(c)第三象限的频谱重建的图像。

按照同样的步骤,图6给出与图5相对应的实 验重建图像。

#### 3.4 物平面是非散射面的情况

物体表面视为散射面的讨论原则上可以推广到 物平面是非散射面的情况。利用本文的讨论,可以 同样设计滤波窗重建抑制零级衍射干扰的图像。然 而,理论模拟及实验研究表明[14],由于物光具有明 显的方向性,CCD 接收的物光主要与 CCD 窗口沿 光传播方向投影到物平面的那一部分物光相对应, 只能清楚地重建这一部分物平面的图像。图7给出 放大率 M=0.2 时的模拟及实验全息图。不难看 出,重建图像中央的明亮区域正是 CCD 窗口沿光传 播方向投影到物平面的物体图像。而图像周边亮度



(c) reconstruction image with zeroorder diffraction influence  $(4.76 \text{ mm} \times 4.76 \text{ mm})$ 

图 5 放大率 M=0.2 的模拟重建图像 Fig. 5 Simulation results of image reconstruction with magnification M=0.2



(a) spectrum after eliminating the influence of zero-order diffraction  $(215 \text{ mm}^{-1} \times 215 \text{ mm}^{-1})$ 



(b) reconstruction image by eliminating the influence of zero–order diffraction (4.76 mm×4.76 mm)



(c) reconstruction image with zeroorder diffraction influence (4.76 mm×4.76 mm)

图 6 放大率 M=0.2 的实验重建图像 Fig. 6 Experimental results of image reconstruction with magnification M=0.2



(a) simulated hologram



(d) experimental hologram



(b) simulated spectrum



(e) experimental spectrum



(c) simulated reconstruction



(f) experimental reconstruction

图 7 物平面为平滑波面时 M=0.2 的消零级衍射干扰理论模拟及实验比较 Fig. 7 Comparison between theoretical simulation and experiment of eliminating the influence of zero-order diffraction with smooth object plane when M=0.2

较低的图像是侧面物体高频分量(轻微偏离光轴的 物光)所成之像。

因此,当物光波是光学平滑的波面时,CCD 必须按照几何光学原理放置,充分接收来自物体的反射或透射光,才能有效重建物体图像,当物体的投影尺寸大于 CCD 窗口时,不能清楚地重现整个物体的图像。

# 4 结 论

基于参考光及重建光均为球面波时数字全息图 透射光频谱的研究,提出在球面重建波照射全息图 前预先设计滤波窗在频率平面滤除零级衍射光频 谱,形成无零级衍射干扰的数字全息图,再进行可变 放大率波前重建。将物体表面视为散射面及光学平 滑表面,分别给出了波面重建的理论模拟及实验证 明。本文工作为卷积重建物光场的研究提供了有益 的参考。

#### 参考文献

- 1 Kreis Thomas. Handbook of Holographic Interferometry Optical and Digital Methods[M]. New York: Wiley, 2004
- 2 Wang Bo, Li Chongguang. Object wave reconstruction by using single in-line digital Fresnel hologram [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(8): 2104~2108
- 王 波,李重光.利用单幅同轴菲涅耳数字全息图重构物光波面 [J]. 光学学报,2009,**29**(8):2104~2108
- 3 Weng Jiawen, Zhong Jingang, Hu Cuiying. Digital

reconstruction of Fresnel hologram with a ridge of Gabor wavelet transform[J]. Acta Optica Sinica, 2009, **29**(8): 2109~2114 翁嘉文, 钟金钢, 胡翠英. 菲涅耳数字全息图的 Gabor 小波变换 再现法[J]. 光学学报, 2009, **29**(8): 2109~2114

- 4 J. W. Goodman. Introduction to Fourier Optics (2nd ed.) [M]. New York: McGraw-Hill, 1996
- 5 Cheng Liu, Yinzhu Li, Xiaotian Cheng et al.. Elimination of zero-order diffraction in digital holography [J]. Opt. Engng., 2002, 41(10): 2434~2437
- 6 Yimo Zhang, Qieni Lü, Baozhen Ge. Elimilation of zero-order diffraction in digital off-axis holography [J]. Opt. Commun., 2004, 240(4-6): 261~267
- 7 Domenico Alfieri, Giuseppe Coppola, Sergio De Nicola *et al.*. Method for superposing reconstructed images from digital holograms of the same object recorded at different distance and wavelength[J]. Opt. Commun., 2006, 260(1): 113~116
- 8 J. L. Zhao, H. H. Jiang, J. L. Di. Recording and reconstruction of a color holographic image by using digital lensless Fourier transform holography[J]. Opt. Express, 2008, 16(4): 2514~2519
- 9 Junchang Li, Patrice Tankam, Zujie Peng et al.. Digital holographic reconstruction of large objects using a convolution approach and adjustable magnification [J]. Opt. Lett., 2009, 5 (34): 572~574
- 10 Pascal Picart, Patrice Tankam, Denis Mounier et al.. Spatial

bandwidth extended reconstruction for digital color Fresnel holograms[J]. Opt. Express, 2009, **17**(11): 9145~9156

- 11 Li Junchang, Peng Zujie, Tankam Patrice *et al.*. Study of color digital holographic optical system and wavefront reconstruction algorithm[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(7): 4646~4655 李俊昌,彭祖杰, Tankam Patrice 等. 散射光彩色数字全息光学系统及波面重建算法研究[J]. 物理学报, 2010, **59**(7): 4646~4655
- 12 Chen Jiabi, Su Xianyu. Optical Information Technique-Principes & Applications[M]. Beijing : Higher Education Press, 2002. 368

陈家璧,苏显渝.光学信息技术原理及应用[M].北京:高等教 育出版社,2002.363

- 13 Li Junchang. FFT computation of angular spectrum diffraction formula and its application in wavefront reconstruction of digital holography[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(5): 1163~1167 李俊昌. 角谱衍射公式的快速傅里叶变换计算及在数字全息波 面重建中的应用[J]. 光学学报, 2009, 29(5): 1163~1167
- 14 Zeng Chunping, Qian Xiaofan, Zhang Yong'an et al.. Study of recording and reconstruction synthetic aperture digital holography utilize traditional hologram [J]. Laser Journal, 2009, 30(4): 37~39

曾春平,钱晓凡,张永安等.利用传统全息片实现合成孔径数字 全息的研究[J].激光杂志,2009,**30**(4):37~39

栏目编辑:韩 峰