

压缩感知重建数字同轴全息

吴迎春 吴学成 王智化 陈玲红 周 昊 岑可法

(浙江大学能源清洁利用国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

摘要 数字重建是数字全息技术的关键步骤。传统的重建算法存在共轭像、聚焦物体与背景离焦物体相互干扰等问题。应用新兴的压缩感知技术,研究了全息图像的稀疏重建。基于衍射的线性运算,导出了利用压缩感知重建数字同轴全息三维空间的算法。利用该算法对颗粒的模拟全息图和数字显微全息实验全息图进行了重建,并将重建结果与传统的卷积重建结果进行了对比。结果表明,压缩感知技术能有效提高数字全息重建截面图像质量,利用 25% 全息图数据也能实现较好的重建,且具有较好的聚焦和抗噪声干扰能力。

关键词 全息术;压缩感知;稀疏;三维重建

中图分类号 O438.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.1109001

Reconstruction of Digital Inline Hologram with Compressed Sensing

Wu Yingchun Wu Xuecheng Wang Zhihua Chen Linghong Zhou Hao Cen Kefa

(State Key Laboratory of Clean Energy Utilization, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract Numerical reconstruction is a key procedure of digital holography. Classical reconstruction algorithms are characterized by the twin images, superimposition of in-focus and out-of-focus object, and so on. Application of the new compressive sensing theory to sparsity reconstruction of digital inline holography is investigated. Based on the linear operator of diffraction model, the algorithm for the reconstruction of digital inline holography using compressive sensing is derived. Holograms of particle field from both simulation and micro digital inline holography are reconstructed, and the reconstructed particle field with compressive sensing algorithm is compared with that of convolution algorithm. Results show that the compressive sensing algorithm can improve the quality of reconstructed planes, and can reconstruct the particle field with good accuracy with even 25% of the hologram. It also shows potential in focusing performance and robustness to noise.

Key words holography; compressive sensing; sparsity; three-dimensional reconstruction

OCIS codes 090.1995; 100.3010; 100.3190

1 引 言

全息是一种三维照相技术,包括记录和重建两个步骤。携带物体信息的物光与参考光相互干涉,其干涉花样被记录介质(全息干板或 CCD)记录而形成全息图。数字全息具有能用计算机对全息图进行数字重建、物体自动聚焦和智能识别等优点^[1,2],因而被广泛应用于颗粒流场诊断^[3~6]、微机电系统(MEMS)^[7]以及生物流体^[8]等方面。多年来,对数

字全息重建的研究发展出大量的重建算法。传统的数字全息重建方法主要有三种^[9,10]:基于菲涅耳近似的菲涅耳重建方法,基于卷积理论的卷积重建方法以及基于波的频谱传播的角谱重建方法。基于全息图像的多尺度特性,小波变换被应用到数字全息重建中^[11~13]。Coëtmellec 等^[14,15]利用分数傅里叶变换来重建数字同轴全息,通过扫描分数傅里叶变换的阶次来定位物体的三维位置。Liebling 等^[16,17]

收稿日期: 2011-04-27; **收到修改稿日期**: 2011-06-14

基金项目: 国家自然科学基金(50806067)、国家 973 计划(2009CB219802)和高等学校学科创新引智计划(B08026)资助课题。

作者简介: 吴迎春(1986—),男,博士研究生,主要从事多相流和燃烧光学诊断技术等方面的研究。

E-mail: wycgsp@zju.edu.cn

导师简介: 吴学成(1978—),男,副教授,博士生导师,主要从事多相流和燃烧光学诊断技术等方面的研究。

E-mail: wuxch@zju.edu.cn(通信联系人)

提出一种新的小波——Fresnelet 来重建数字全息, 并利用全息图在 Fresnelet 上分解的稀疏度作为判据来实现重建全息图的自动聚焦。基于反问题求解思想, Soulez 等^[18]采用迭代方法重建数字全息, 并重建了全息图视场外的三维物体。Sotthivirat 等^[19]采用罚函数方法对数字全息进行了重建。全息图数据具有较大的冗余度, 由于这些重建过程都是基于全息图的全部数据进行的, 因而存在较大的计算冗余。

压缩感知^[20]是近年来在信号处理领域产生的一种不同于传统 Nyquist 均匀采样定理的新的采样理论。该理论表明: 对于稀疏的或可压缩的信号, 利用测量矩阵将高维信号投影到一个低维空间上进行观察, 根据少量的观测值, 通过最优化问题求解可实现原始信号的稀疏精确重构。该技术在信号尤其是高维图像信号的稀疏表示与重建领域具有广阔前景, 并被应用于数字全息重建。Denis 等^[21]采用稀疏约束对数字同轴全息进行了重建, 发现能很好地去除共轭像噪声。Stern 等^[22~24]基于标量衍射的角谱理论, 从全息图的形成出发, 用压缩感知重建了菲涅耳全息图。Marim 等^[25,26]把压缩感知应用到相移离轴显微全息中。

本文基于惠更斯衍射原理, 从数字同轴全息在卷积理论下的形成, 推导用压缩感知技术重建数字同轴全息的算法框架。利用该算法对颗粒场的模拟和数字显微实验全息图进行重建, 并将重建结果与卷积重建结果进行对比。

2 压缩感知技术

对于一个长度为 N 的离散信号 \mathbf{X} , 记为空间 \mathbb{R}^N 的 $N \times 1$ 列向量, 用一组基 $\boldsymbol{\psi} = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N\}$ 来表示 \mathbf{X} 为

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^N S_i \psi_i = \boldsymbol{\psi} \mathbf{S}, \quad (1)$$

式中 \mathbf{S} 为 $N \times 1$ 列向量, $\boldsymbol{\psi}$ 为 $N \times N$ 矩阵。若 \mathbf{S} 具有 K ($K < N$) 个非零系数, 那么信号 \mathbf{X} 是 K 稀疏的。现实过程中其余 $(N - K)$ 个系数并非严格为零, 而是很小。小系数的丢弃不会影响对具有稀疏性的原始信号的高概率重构。

压缩感知的核心是线性测量过程。对信号 \mathbf{X} 进行传统均匀采样得到长度为 N 的信号。压缩感知线性测量用一个 $M \times N$ 的矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 对信号 \mathbf{X} 进行观测, 得到长度为 M ($M < N$) 的观测值 \mathbf{Y} 为

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{X} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\psi} \mathbf{S} = \boldsymbol{\Theta} \mathbf{S}, \quad (2)$$

式中 $\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\psi}$ 为 $M \times N$ 矩阵, 称为感知矩阵。测量过程并不是自适应的, 即矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 是固定的, 不依赖于 \mathbf{X} 。

压缩感知通过求解(2)式的逆问题, 即通过 \mathbf{Y} 求解稀疏矩阵 \mathbf{S} 。从 $M \times N$ 个观测值 \mathbf{Y} 中重构长度为 N 的 \mathbf{S} 是一个病态问题, 为了保证求解过程的准确性, 矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 需满足

$$1 - \delta \leq \frac{\|\boldsymbol{\Phi} \mathbf{v}\|_2^2}{\|\mathbf{v}\|_2^2} \leq 1 + \delta, \quad (3)$$

式中 $0 < \delta < 1$, \mathbf{v} 为任意 K 稀疏矢量, $\|\cdot\|$ 表示范数; 该条件称为约束等距特性(RIP)。压缩感知的稀疏重建问题可以转化为求解 l_1 范数最小化问题

$$\begin{cases} \mathbf{S}_c = \arg \min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{S}\|_1 \\ \mathbf{O}' = \arg \min_{\mathbf{O}'} \|\mathbf{O}'\|_1 \quad \text{subject to } \mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\psi} \mathbf{S} \end{cases} \quad (4)$$

3 压缩感知重建全息

同轴全息是最常见的一种全息, 如图 1 所示, 被物体衍射的物光与参考光发生干涉, 其干涉图像被记录在 CCD 上形成全息图。CCD 记录平面的光场分布 $U(x, y)$ 为

$$\begin{aligned} U(x, y) = & 1 + \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} o(x_0, y_0) h(x - x_0, y - y_0) dx_0 dy_0 = \\ & 1 + \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} o(x_0, y_0) \times \\ & \frac{\exp\left[-i \frac{2\pi \sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}}{\lambda}\right]}{\sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}} \times \\ & dx_0 dy_0 = 1 + (o * h)(x - x_0, y - y_0), \end{aligned} \quad (5)$$

式中

$$h_z(x, y) = \frac{i}{\lambda \sqrt{z^2 + x^2 + y^2}} \exp\left(-i \frac{2\pi \sqrt{z^2 + x^2 + y^2}}{\lambda}\right), \quad * \text{ 表}$$

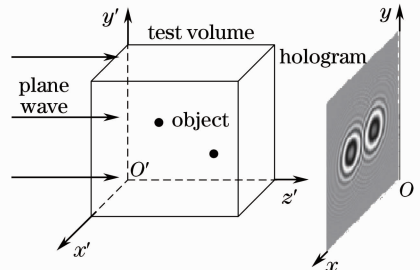


图 1 同轴全息示意图

Fig. 1 Schematic of inline holography

示卷积运算。(5)式描述一个空间不变线性系统。CCD上的光强分布 $I(x, y)$ 为

$$I(x, y) = \alpha |U(x, y)|^2 + I_0(x, y) = (\alpha + I_0) + 2\alpha \text{Re}(o * h) + \alpha(o * h)(o * h)^*, \quad (6)$$

式中 α 表示 CCD 量子系数, I_0 表示 CCD 背景噪声。式中第一项 $(\alpha + I_0)$ 表示全息图中的直流分量, 可以忽略; 第二项 $2\alpha \text{Re}(o * h)$ 表示物体的衍射形成的全息图; 第三项 $\alpha(o * h)(o * h)^*$ 表示物体相互之间对衍射的影响, $\alpha(o * h)(o * h)^* \ll 2\alpha \text{Re}(o * h)$, 因而

可以忽略。因而全息图可以简化为

$$I(x, y) = \text{Re}(o * h) = \text{Re}\{F^{-1}[F(O)F(h)]\}, \quad (7)$$

式中 F, F^{-1} 分别表示二维傅里叶变换和傅里叶逆变换。

假设 CCD 的分辨力为 $N_x \times N_y$, 像素大小为 $\Delta x \times \Delta y$, 被记录的目标空间 $o(x_0, y_0, z_0)$ 被划分为步长为 $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ 的 $N_x \times N_y \times N_z$ 个采样区间。对(7)式进行离散化, 得

$$I(k\Delta x, l\Delta y) = \sum_q \sum_n \sum_m O(m\Delta x, n\Delta y, q\Delta z) * h_{q\Delta z}(k\Delta x - m\Delta x, l\Delta y - n\Delta y) = F^{-1}\left\{\sum_q F[O(m\Delta x, n\Delta y, q\Delta z)]F[h_{q\Delta z}(k\Delta x - m\Delta x, l\Delta y - n\Delta y)]\right\}. \quad (8)$$

为了适应压缩感知方程, 将目标空间三维矩阵与全息图化为一维向量, 定义 $O'_{(q-1) \times N_x \times N_y + (n-1) \times N_x + m} = O(m, n, q)$, $h'_{(q-1) \times N_x \times N_y + (n-1) \times N_x + m} = h_{q\Delta z}(m\Delta x, n\Delta y)$, $I'_{(l-1) \times N_x + k} = I(k, l)$, 则(8)式化简为

$$\mathbf{I}' = \mathbf{T}_{2D} \mathbf{W} \mathbf{Q} \mathbf{B} \mathbf{O}' = \mathbf{H} \mathbf{O}', \quad (9)$$

式中 $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{2D} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{F}_{2D} & & \vdots \\ \vdots & & & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} & \mathbf{F}_{2D} \end{bmatrix}$ 是大小为 $(N_x \times N_y \times N_z) \times (N_x \times N_y \times N_z)$ 二维分块对角矩阵, \mathbf{B} 中子阵 \mathbf{F}_{2D}

大小为 $(N_x \times N_y) \times (N_x \times N_y)$, 表示二维离散傅里叶变换。 $\mathbf{B} \mathbf{O}'$ 对应(8)式中 $F[O(m\Delta x, n\Delta y, q\Delta z)]$ 。 \mathbf{Q} 为 $(N_x \times N_y \times N_z) \times (N_x \times N_y \times N_z)$ 的对角矩阵, 其中 $[(q-1) \times N_x \times N_y + (n-1) \times N_x + m]$ 处为 $F[h_{q\Delta z}(k\Delta x - m\Delta x, l\Delta y - n\Delta y)]$ 矩阵的第 n 行第 m 列元素, $F[h_{q\Delta z}(k\Delta x - m\Delta x, l\Delta y - n\Delta y)]$ 表示 $q\Delta z$ 平面处菲涅耳变换核 $h_{q\Delta z}(m\Delta x, n\Delta y)$ 的离散傅里叶变换, $\mathbf{W} = [\mathbf{I}_1 \quad \mathbf{I}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{I}_{N_z}]$, 其中 \mathbf{I}_j ($j = 1, 2, \dots, N_z$) 为 $(N_x \times N_y) \times (N_x \times N_y)$ 单位矩阵, 对应为式中对 q 求和, 其物理含义为全息图像为离散目标空间内各个平面的衍射图样之和。 \mathbf{T}_{2D} 大小为 $(N_x \times N_y) \times (N_x \times N_y)$, 表示二维离散傅里叶逆变换。 $\mathbf{H} = \mathbf{T}_{2D} \mathbf{W} \mathbf{Q} \mathbf{B}$, 大小为 $(N_x \times N_y) \times (N_x \times N_y \times N_z)$ 。

在目标空间中被测物体与背景往往差别较大, 在边缘处具有较大的梯度, 可以采用整体变分(TV)求整个空间内梯度的 l_1 范数, (9)式的解为

$$\hat{\mathbf{O}}' = \arg \min_{\mathbf{O}' \in \mathbb{R}^{(N_x \times N_y \times N_z)}} \|\mathbf{O}'\|_{\text{TV}} = \arg \min_{\mathbf{O}' \in \mathbb{R}^{(N_x \times N_y \times N_z)}} \|\nabla \mathbf{O}'\|_{l_1} \quad \text{subject to} \quad \mathbf{I}' = \mathbf{H} \mathbf{O}', \quad (10)$$

式中 $\|\nabla \mathbf{O}'\|_{l_1} = \sum_{q=1}^{N_z} \sum_{n=1}^{N_y-1} \sum_{m=1}^{N_x-1} \sqrt{[O'_q(m+1, n) - O'_q(m, n)]^2 + [O'_q(m, n+1) - O'_q(m, n)]^2}$ 。

通过优化求解, 可以得到 $\hat{\mathbf{O}}'$, 实现数字全息目标空间的重建。

4 结果与讨论

基于米氏散射理论, 模拟直径为 $150 \mu\text{m}$ 的颗粒在 4 cm 处被分辨力为 $128 \text{ pixel} \times 128 \text{ pixel}$ 的 CCD(像素大小为 $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$) 记录的散射全息图, 如图 2(a) 所示。利用压缩感知技术和卷积算法, 分别对 100% 和 25% 的颗粒模拟全息图进行重建, 重建结果如图 2(b)~(e) 所示。压缩感知重建的全息重建截面背景平稳, 在颗粒与背景之间梯度很高。而卷积算法重建截面具有条纹状背景噪声, 波动从颗粒边缘到远处递减, 如图 3 所示。值得一提的是, 用压缩感知重建 25% 的颗粒全息图效果很好。

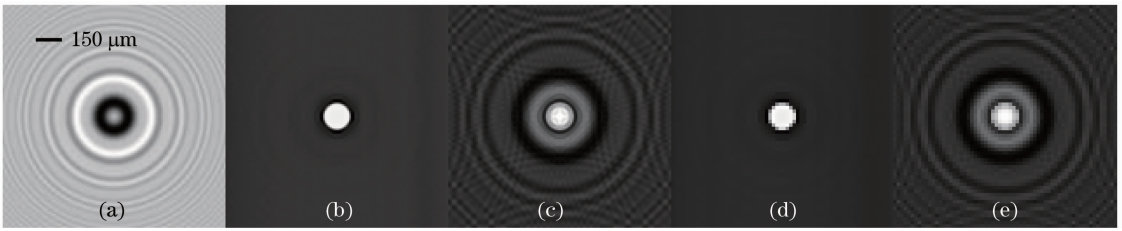


图 2 模拟颗粒全息图及其重建截面光强。(a)模拟颗粒全息图;(b)100%全息图压缩感知重建截面;(c)100%全息图卷积重建截面;(d)25%全息图压缩感知重建截面;(e)25%全息图卷积重建截面

Fig. 2 Simulated particle hologram and the intensity of the reconstructed plane. (a) Simulated particle hologram; (b) reconstructed plane of 100% hologram with compressive sensing; (c) reconstructed plane of 100% hologram with convolution; (d) reconstructed plane of 25% hologram with compressive sensing; (e) reconstructed plane of 25% hologram with convolution

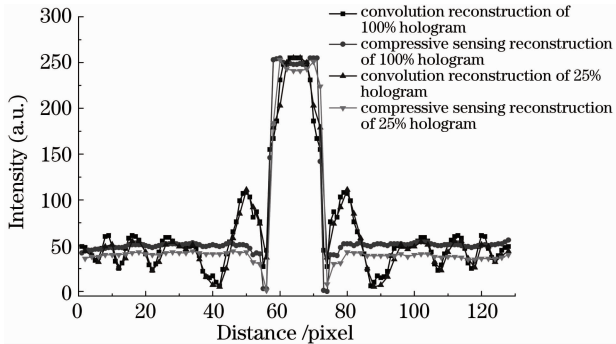


图 3 重建截面横向亮度分布图

Fig. 3 Lateral intensity profile in the reconstructed plane

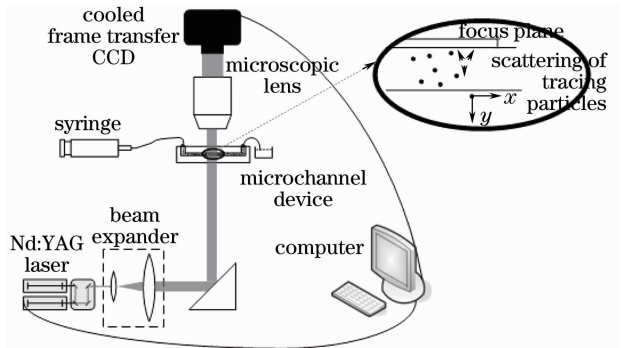


图 4 数字显微同轴全息实验系统示意图

Fig. 4 Schematic of digital inline micro holography experimental system

图 4 为数字显微全息测量微通道实验系统示意图。双脉冲 Nd:YAG 激光器发出的波长为 532 nm 的激光,经扩束镜进行准直放大后被全反镜反射到微通道流场中。微通道宽为 200 μm ,深为 40 μm ,通过微流注射泵注射带有直径为 2.9 μm 荧光示踪粒子的去离子水形成微流场。被微流场中示踪颗粒散射的物光与没有被干扰的参考光干涉,其干涉图像经过大数值孔径($d_{\text{NA}} = 0.65$)的物镜(63 \times)收集并放大投影到 CCD(Lavision ImagePro,分辨率为 2048 pixel \times 2048 pixel,像素大小为 7.4 $\mu\text{m} \times$ 7.4 μm)上形成全息图。放大后的全息图像素的等效大小通过显微测微标尺(尺度总长为 1 mm,分为 100 等分,每一分度值为 10 μm)来确定,其大小为 0.104 μm 。

图 5(a)为裁去微通道边缘后大小为 1024 pixel \times 2048 pixel 的微通道流场数字全息图。图 5(b)为从图 5(a)中裁剪的一个 512 pixel \times 512 pixel 的全息图。用图 5(b)全息图的 100%数据进行压缩感知重建和卷积算法重建,图 5(c)和图 5(d)分别表示其重建空间的一个截面,从图中可以看出,压缩感知重建时聚焦颗粒很亮,离焦颗粒的信号远小于聚焦颗粒,具有良好的信噪比。

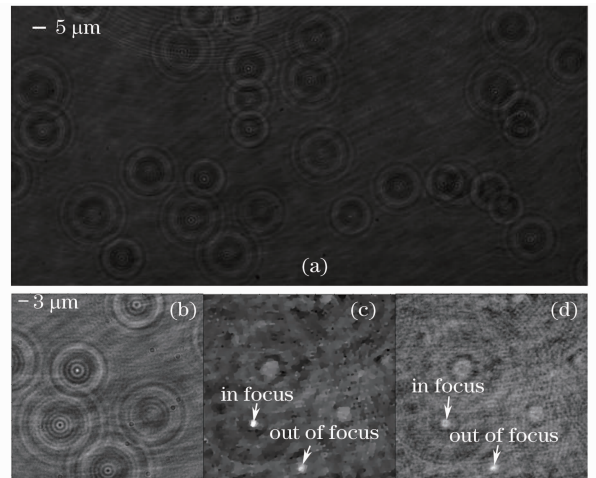


图 5 微通道颗粒全息图及其重建截面光强。(a)微通道颗粒显微全息图;(b)全息图部分截图;(c)100%全息图截图压缩感知重建截面;(d)100%全息图截图卷积重建截面

Fig. 5 Hologram of particles in microchannel and the intensity of the reconstructed plane. (a) Micro hologram of particles in microchannel; (b) tailored hologram; (c) reconstructed plane of 100% hologram with compressive sensing; (d) reconstructed plane of 100% hologram with convolution

对微通道数字显微全息图进行均匀欠采样,得到大小为 $256 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 的欠采样全息图像。利用压缩感知技术和传统的卷积重建算法对欠采样全息图进行重建,结果如图 6 所示。由图可以看出,

压缩感知重建在 z 轴方向上聚焦较好,在聚焦的重建截面上,颗粒与周围环境亮度梯度很大,周围背景较平稳,与卷积重建相比,其条纹状噪声(方差)更小。

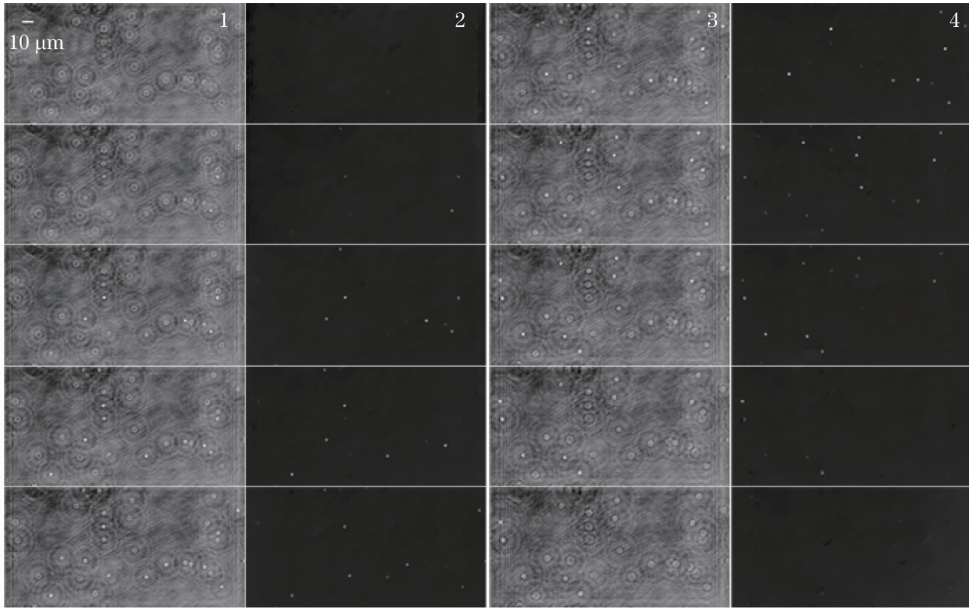


图 6 卷积算法与压缩感知重建截面光强比较(25%全息图数据,重建截面距离从 $35 \mu\text{m}$ 到 $85 \mu\text{m}$ 逐列递增,间距 $5 \mu\text{m}$,第 1,3 列为卷积重建,第 2,4 列为压缩感知重建)

Fig.6 Comparison of the light intensity of the reconstructed plane with compressing sensing and convolution (25% hologram is reconstructed from $35 \mu\text{m}$ to $85 \mu\text{m}$ progressively increased with a step of $5 \mu\text{m}$, columns 1, 3 for convolution and columns 2, 4 for compressing sensing)

在利用压缩传感重建数字全息的过程中,由于 H 矩阵是巨大、稀疏的,在内存中直接存储对硬件有太高要求,如对一个 $256 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 的全息图重建 10 个截面, H 的大小为 $(256 \times 512) \times (256 \times 512 \times 10)$,约占 170 GB 内存。一般直接计算 HO 乘积就可以,这样就大大降低了对计算机的硬件要求。本文计算过程在 64 位 Win7, AMD Athlon X4, RAM 4 GB 的计算机上用 Matlab 2009b 实现。

5 结 论

本文研究了将一种不同于 Nyquist 采样定理的新采样理论——压缩感知技术应用于全息图像重建。基于数学全息成像系统的线性系统特性,将数字同轴全息成像过程改写成适合压缩感知的框架形式,利用压缩感知技术对全息图进行稀疏重建。对颗粒的模拟全息图和实验全息图的重建表明,压缩传感技术重建数字全息能有效提高重建截面图像质量,利用 25% 全息图数据也能实现较好的重建,并且能实现很好的聚焦和抗噪声干扰能力。压缩感知的“欠采样”重建对数字全息重建具有重要意义。

参 考 文 献

- 1 U. Schnars, W. P. O. Juptner. Digital recording and numerical reconstruction of holograms[J]. *Meas. Sci. Technol.*, 2002, **13**(9): R85~R101
- 2 U. Schnars, W. Juptner. Direct recording of holograms by a CCD-target and numerical reconstruction[J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(2): 179~181
- 3 S. Murata, N. Yasuda. Potential of digital holography in particle measurement[J]. *Opt. & Laser Technol.*, 2000, **32**(7-8): 567~574
- 4 X. Wu, G. Gréhan, S. Meunier-Guttin-Cluzel *et al.*. Sizing of particles smaller than $5 \mu\text{m}$ in digital holographic microscopy[J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(6): 857~859
- 5 J. Katz, J. Sheng. Applications of holography in fluid mechanics and particle dynamics[J]. *Ann. Rev. Fluid Mechanics*, 2010, **42**: 531~555
- 6 Lü Qieni, Zhao Chen, Ma Zhibin *et al.*. Digital holography experiment on the measurement of particle size and size distribution of diesel spray[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(3): 779~783
吕且妮, 赵 晨, 马志彬 等. 柴油喷雾场粒子尺寸和粒度分布的数字全息实验[J]. *中国激光*, 2010, **37**(3): 779~783
- 7 Vijay Raj Singh, Anand Asundi. In-line digital holography for dynamic metrology of MEMS[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(12): 1117~1122
- 8 L. L. Taixé, M. Heydt, A. Rosenhahn *et al.*. Automatic tracking of swimming microorganisms in 4D digital in-line holography data[C]. *IEEE, Workshop on Motion and Video Computing*, 2009. 1~8

- 9 X. Song, B. Zhao, A. Qin. Comparison of three basic reconstruction algorithms in digital holography[C]. *SPIE*, 2009, **7283**: 728340
- 10 Li Junchang. FFT computation of angular spectrum diffraction formula and its application in wavefront reconstruction of digital holography[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(5): 1163~1167
李俊昌. 角谱衍射公式的快速傅里叶变换计算及在数字全息波面重建中的应用[J]. *光学学报*, 2009, **29**(5): 1163~1167
- 11 J. Widjaja, S. Soontaranon. All wavelet analysis of in-line particle holograms [J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2009, **47**(12): 1325~1333
- 12 C. Buraga-Lefebvre, S. Coetmellec, D. Lebrun *et al.*. Application of wavelet transform to hologram analysis; three-dimensional location of particles[J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2000, **33**(6): 409~421
- 13 Weng Jiawen, Zhong Jingang, Hu Cuiying. Digital reconstruction of Fresnel hologram with a ridge of Gabor wavelet transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(8): 2109~2114
翁嘉文, 钟金钢, 胡翠英. 菲涅耳数字全息图的 Gabor 小波变换再现法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(8): 2109~2114
- 14 S. Coetmellec, D. Lebrun, C. Özkul. Application of the two-dimensional fractional-order Fourier transformation to particle field digital holography[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(8): 1537~1546
- 15 Y. Zhang, G. Pedrini, W. Osten *et al.*. Applications of fractional transforms to object reconstruction from in-line holograms[J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(15): 1793~1795
- 16 M. Liebling, T. Blu, M. Unser. Fresnelets: new multiresolution wavelet bases for digital holography[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2003, **12**(1): 29~43
- 17 M. Liebling, M. Unser. Autofocus for digital Fresnel holograms by use of a Fresnelet-sparsity criterion[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2004, **21**(12): 2424~2430
- 18 F. Soulez, L. Denis, C. Fournier *et al.*. Inverse-problem approach for particle digital holography: accurate location based on local optimization[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(4): 1164~1171
- 19 S. Sotthivirat, J. A. Fessler. Penalized-likelihood image reconstruction for digital holography[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2004, **21**(5): 737~750
- 20 D. L. Donoho. Compressed sensing [J]. *IEEE Trans. Information Theory*, 2006, **52**(4): 1289~1306
- 21 L. Denis, D. Lorenz, E. Thiébaud *et al.*. Inline hologram reconstruction with sparsity constraints[J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(22): 3475~3477
- 22 A. Stern, Y. Rivenson, B. Javidi. Efficient compressive Fresnel holography[C]. *IEEE*, 2010, 9th Euro-American Workshop on Information Optics, 2010. 1~2
- 23 D. J. Brady, K. Choi, D. L. Marks *et al.*. Compressive holography[J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(15): 13040~13049
- 24 Y. Rivenson, A. Stern, B. Javidi. Compressive Fresnel holography[J]. *Display Technol.*, 2010, **6**(10): 506~509
- 25 M. M. Marim, M. Atlan, E. Angelini *et al.*. Compressed sensing with off-axis frequency-shifting holography [J]. *Opt. Lett.*, 2010, **35**(6): 871~873
- 26 M. M. Marim, M. Atlan, E. D. Angelini *et al.*. Compressed sensing for digital holographic microscopy [C]. *IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: from Nano to Macro*, 2010. 684~687

栏目编辑:何卓铭