

测距光束光斑漂移的数值仿真

李荣旺 常 翔 熊耀恒

(中国科学院国家天文台云南天文台, 云南 昆明 650011)

摘要 针对远距离激光测距,如地球同步卫星测距、激光测月,利用基于傅里叶变换的分步传播方法对测距光束在湍流大气中的上行传播进行数值仿真。根据大气结构常数廓线,采用等 Rytov 指数间隔法分布相位屏,与理论值比对的结果表明相位屏的分布合理。在此基础上,对光束的光斑漂移进行分析,得到光斑漂移量与准直测距光束束腰的定量关系,为测距激光倾斜修正系统的设计提供理论依据。通过对轴上点的闪烁指数分析,发现消除漂移效应后,存在使轴上闪烁指数最小的条件。

关键词 大气光学;数值仿真;光斑漂移;远距离激光测距

中图分类号 P425.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.1101001

Numerical Simulation of Wander of Ranging Laser Beam

Li Rongwang Chang Xiang Xiong Yaoheng

(Yunnan Observatory of National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences,
Kunming, Yunnan 650011, China)

Abstract For the application of long-distance laser ranging, such as geosynchronous satellite laser ranging and lunar laser ranging, the uplink beam is simulated by using split-step numerical method (or fast-Fourier-transform beam propagation method). Using unequal interval phase screen distribution according to the profile of atmosphere structural constant, the average propagation intensity is in good agreement with theoretical value. Based on this, the effect of beam wander is analyzed, which is the main reason of intensity decrease on axis. So after the removal of beam wander, without pointing error, the intensity on axis increases roughly. This improves the probability of detecting echo of laser ranging. It is found that there is a proper initial beam waist to minimize the on-axis scintillation index. The simulation results are very useful to the design of tip-tilt correction system.

Key words atmospheric optics; numerical simulation; beam wander; long-distance laser ranging

OCIS codes 010.1300; 010.1330; 140.3295

1 引 言

随机介质中的光传播问题涵盖了众多的工程和科研领域。而湍流大气导致的折射率随机起伏对光传播的影响则是天文成像、激光测距、激光雷达、光通信和高能激光传输研究中最常遇到的问题^[1]。由于经典湍流微扰理论在计算高阶统计矩时的困难,尤其是在强起伏湍流条件下,光传播数值仿真实验独特的优越性得以体现,成为目前研究大气湍流光传播的一种重要方法^[2,3]。其优点主要体现在参数的可控性和统计系综平均的可实现性上。通过对光

波场的传播进行模拟,可以直接求解光波场的分布特征。在以分步法为基础的光传播仿真方法上^[4,5],利用蒙特卡罗方法对光波场统计特性作进一步分析。通过运用新方法对沿垂直传播路径上的相位屏分布位置和相位屏生成方法作出改进,得到了更准确的湍流大气多相位屏分层模型。在此基础上针对测距激光束设计数值仿真实验,进而分析湍流大气对其光斑漂移的影响。

卫星激光测距的原理是通过精确测定激光脉冲在地面观测站与卫星之间的往返时间间隔,从而解

收稿日期: 2011-05-18; **收到修改稿日期**: 2011-06-07

基金项目: 国家自然科学基金(10778705)资助课题。

作者简介: 李荣旺(1984—),男,博士研究生,助理研究员,主要从事激光测距方面的研究。E-mail: lirw@ynao.ac.cn

导师简介: 熊耀恒(1955—),男,博士,研究员,主要从事自适应光学和激光测月等方面的研究。E-mail: xyh@ynao.ac.cn

算出地面观测站到卫星的距离^[6,7]。在远距离激光测距应用中(如距离为 36000 km 的地球同步卫星激光测距,激光测月),以提高回波光光子数为目标,而回波光光子数与到达反射器的光子数成正比,因此也就需要提高到达反射器的光子数。望远镜的跟踪抖动会导致光斑的附加扩展^[8],若不考虑望远镜的跟踪指向误差,则需要提高轴上点的光强。光斑漂移对于轴上点的光强变化起主导作用,若能减小或消除漂移效应,则轴上点的光强将能显著提高,从而提高测距成功率^[9]。

本文首先对所用大气光传播仿真方法进行介绍,随后对仿真方法进行验证,最后给出针对光斑漂移影响分析的上行测距光束的仿真实验设计,通过分析仿真结果闪烁指数,得到对测距光束发射进行倾斜修正情况下的最优准直束腰大小。

2 测距光束传播仿真

在数值方法中,分步法是一种利用傅里叶变换(FT)的伪谱方法,常在对非线性薛定谔方程的求解中应用。通过将随机 Helmholtz 方程化为抛物方程,并把对光波场的求导项和介质折射率有关项进行相加性分离^[3,4],来近似求解化为标准抛物方程形式的随机 Helmholtz 方程:

$$\frac{\partial U(\mathbf{r})}{\partial z} = \frac{1}{2ik} \nabla_{\perp}^2 U(\mathbf{r}) - ikn_1(\mathbf{r})U(\mathbf{r}), \quad (1)$$

式中 $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ 为拉普拉斯算子^[10]。将上式写为算子形式得到

$$\frac{\partial U(\mathbf{r})}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{R})U(\mathbf{r}), \quad (2)$$

式中 $\hat{D} = \nabla_{\perp}^2 / 2ik$ 为表示真空中光波衍射的线性微分算子,也称为衍射算子;而 $\hat{R} = -ikn_1(\mathbf{r})$ 则是与沿传播路径折射率起伏有关的折射率算子^[10]。

设初始光波场为 $U(\mathbf{r}, z)$, 则(2)式的解用算子简单表述为

$$U(\mathbf{r}, z + \Delta z) = \exp(-i\phi) \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F} [\exp(\Delta z \hat{D})] \mathcal{F} [U(\mathbf{r}, z)] \}. \quad (3)$$

设传播距离 z 位于第 i 个传播平面, $z + \Delta z$ 位于第 $i+1$ 个传播平面, 相位起伏是折射率起伏沿传播路径的累积:

$$\phi(\mathbf{r}_i) = k \int_{z_i}^{z_{i+1}} n_1(\mathbf{r}_i) dz. \quad (4)$$

通过对(3)式作步进传播求解,就可以得到最终的光场分布。这种方法被广泛用于大气相干光的传播仿真^[11~13]。上述就是大气光传播过程数值仿真的数

理描述和基础。

分步传播方法用一个简单的统计模型来描述沿光传播路径上的介质,即把大气划分为由有限数目的离散层组成。这种近似既有数学上的简单性,也更符合实际大气情况。而分步传播方法中无论是光波场衍射贡献与折射率贡献相互独立假设,还是薄相位屏假设,都是基于弱起伏湍流情况。在此前提下,数值仿真的有效性就取决于仿真中所设置的大气分层模型是否与湍流介质折射率起伏统计性质相符。这主要体现在两个方面:首先,模拟生成的相位屏是否准确反应了相应折射率随机起伏的统计特性;其次,由多相位屏组成的大气分层模型是否准确反映了所要模拟的大气湍流模型特征。前者主要取决于相位屏模拟方法的使用,后者由传播路径上相位屏的分布决定。

基于傅里叶变换的谱反演相位屏生成法(在此简称 FT 方法)最初由 McGlamery^[14] 提出。假设湍流影响下的相位是一组傅里叶变换序列,将相位写为一组傅里叶序列的形式^[15,16]:

$$\phi(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{n,m} \exp[i2\pi(u_n x + v_m y)], \quad (5)$$

式中 (u_n, v_m) 为离散频率坐标,系数 $c_{n,m}$ 的方差为

$$\langle |c_{n,m}|^2 \rangle = \Phi_{\phi}(u_n, v_m) \Delta u_n \Delta v_m, \quad (6)$$

式中 $\Phi_{\phi}(u_n, v_m)$ 为湍流大气相位功率谱密度 $\Phi_{\phi}(\kappa)$ 等效的二维离散形式。

通过上述方法,生成高斯随机数得到系数 $c_{n,m}$, 并利用快速傅里叶变换(FFT)算法就得到数值模拟的随机相位屏。尽管这一方法效率很高,但生成的相位屏却有不准的缺点。由于有限的空间采样,生成的随机相位屏无法准确描述波前起伏的低阶模式。很多文献都提出了针对这个缺陷的改进和补偿。本文所使用的方法是由 Lane 等^[15] 提出的,通过非等间隔采样加入低频补偿的一类次谐波低频补偿方法^[16,17]。经 Frehlich^[13] 验证,使用次谐波低频补偿法补偿了相位屏的低频不足,在大气光传播模拟中可得到较准确的结果。在利用 FT 方法生成的相位屏基础上,由 N_p 个相位屏叠加得到的次谐波低频补偿相位屏为

$$\phi_{SH}(x, y) = \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 c_{n,m} \exp[i2\pi(u_n x + v_m y)], \quad (7)$$

式中每个序数 p 代表的次谐波相位屏对应不同的采样网格。在本文的模拟中,对使用 3×3 的网格划

分次谐波相位屏,共有 $N_p = 3$ 个不同采样网格使用。每个分次谐波网格对应的频率采样间隔为

$$\Delta f_p = \frac{1}{3^p L},$$

式中 L 为谱反演生成的相位屏网格大小。

此外,相位屏的数值模拟结果与所选用的相位功率谱密度及设定的参数有很大关系。在使用数值模拟方法时,需要针对具体应用和使用环境,来选择合适的参数得到适合的相位屏模拟结果。本文的仿真计算基于激光测距应用,依据云南天文台的实际观测环境,将湍流大气层重新划分,建立多相位屏湍流大气分层模型。以云南天文台夜间实际观测条件经验,选用乘以 12 倍率的 HV 10/10 折射率结构常数模型,模型描述为

$$C_n^2(h) = 4.5 \times 10^{-15} \exp(-h/0.1) + 9 \times 10^{-17} \exp(-h/1.5) + 2 \times 10^{-53} h^{10} \exp(-h), \quad (8)$$

其中海拔高度 h 的单位为 km。通过使用等 Rytov

指数间隔的方法来确定湍流层高度 h_i 和厚度 Δh_i , 并确定相位屏位置^[18]。等 Rytov 指数间隔,即根据弱起伏湍流性质,设置湍流层间 Rytov 指数间隔为常数 c_1 ,并由此计算得出层间距 Δh_i ,再计算得出相位屏间距。在计算 Δh_i 时,设层间 C_n^2 为常数,且光波为平面波。于是根据 Rytov 指数定义有^[10]

$$\sigma_R^2(\Delta z_i) = 1.23 C_n^2(h_{i-1}) k^{7/6} (\Delta h_i)^{11/6} = c_1. \quad (9)$$

计算得出 Δh_i ,并由 $h_i = h_{i-1} + \frac{\Delta h_i}{2}$ 确定相位屏位置,最终得到描述湍流大气的分层模型,式中 $k = 2\pi/\lambda$ 为真空中波数。由于是非均匀湍流路径,每一层大气对应的 Fried 常数通过路径积分获得^[19]

$$r_0 = \left[0.423 k^2 \int_{h_i}^{h_{i+1}} C_n^2(h) dh \right]^{-3/5}. \quad (10)$$

据此,设定波长为 532 nm, Rytov 指数间隔 $c_1 = 0.012$,有效湍流大气为 2~20 km,得到 12 层湍流大气模型。相位屏位置、各层间隔及等效 Fried 常数如图 1 所示。

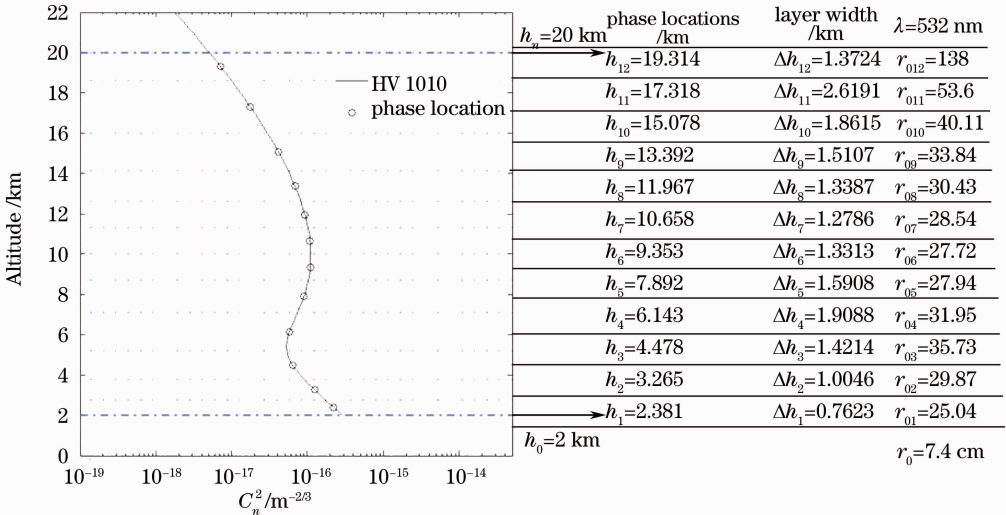


图 1 云南天文台的分层大气模型

Fig. 1 Layered atmosphere model at Yunnan Observatory

3 仿真结果验证

为了验证上述数值模拟方法的正确性以及相位屏分布的合理性,以垂直传输为例,从海拔为 2 km 的地基站传输到 20 km 位置(即经过整个大气湍流层),传输距离为 18 km,波长为 532 nm,随机相位屏由 3 级次谐波叠加法获得,采用 Kolmogorov 谱:

$$\Phi_p^K(\kappa) = 0.49 r_0^{-5/3} \kappa^{-11/3}. \quad (11)$$

初始光场为准直高斯光束,光束半径为 10 cm,发射面的采样间隔为 6 mm,接收面的采样间隔为

7 mm,采样点数为 256,模拟传播 300 frame 进行平均获得平均光强 $\langle I(\mathbf{r}, L) \rangle$ 。

上述传输设定中,整个传输路径的平面波和球面波的 Rytov 指数分别为 0.7404 和 0.4051,属于弱湍流。在弱湍流情况下,用 Rytov 近似方法求得平均光强为^[10]

$$\langle I(\mathbf{r}, L) \rangle = \frac{W_0^2}{W^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{W^2}\right) \exp[2\sigma_r^2(\mathbf{r}, L) - T], \quad (12)$$

式中

$$T = 4.35k^{7/6}L^{5/6}\Lambda^{5/6}\int_{h_0}^H C_n^2(h)\left(1 - \frac{h-h_0}{H-h_0}\right)^{5/3} dh, \quad (13)$$

$$\sigma_r^2(\mathbf{r}, L) = 3.62k^{7/6}L^{5/6}\Lambda^{5/6}\frac{r^2}{W^2} \times \int_{h_0}^H C_n^2(h)\left(1 - \frac{h-h_0}{H-h_0}\right)^{5/3} dh, \quad (14)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$ 为真空中波数, W_0 为初始光束半径, $W = \sqrt{\Theta_0^2 + \Lambda_0^2}$ 为真空传播后的光束半径, $\Theta_0 = 1 - L/F_0$, $\Lambda_0 = 2L/(kW_0^2)$, $\Lambda = 2L/(kW^2)$, h_0 为激光发射器海拔高度, H 为接收器海拔高度。

图 2 显示了数值模拟获得的平均光强和理论计算值。由图 2 可见, 数值模拟获得的平均光强与理论值吻合非常好, 表明光传播的数值模拟方法正确, 随机相位屏生成正确, 相位屏分布合理。

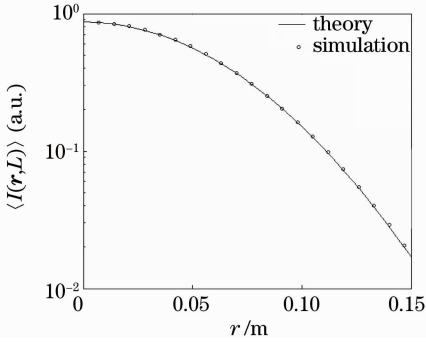


图 2 聚焦高斯光束的平均光强分布

Fig. 2 Average intensity distribution of a focused Gaussian beam

4 测距光斑漂移分析

在激光测距中, 对于远距离测量(如地球同步卫星激光测距, 激光测月), 若不考虑望远镜的跟踪指向误差, 则需要提高轴上点的光强。由于大气湍流的影响, 产生光束扩展和光斑漂移, 对于轴上点的光强变化, 光斑漂移起主导作用, 若能减小或消除漂移效应, 则轴上点的光强将能显著提高, 从而提高测距成功率。

针对地基站与地球同步卫星间的激光垂直传输应用进行数值仿真, 地基站的海拔为 2 km, 地球同步卫星的高度为 36000 km, 有效湍流大气为 2~20 km, 亦即 20 km 以上为真空中传输。波长为 532 nm, 随机相位屏由 3 级次谐波叠加法获得, 采用内外尺度分布为 3 mm 和 100 m 的修正 von Kármán 谱:

$$\Phi_\delta^{mK}(\kappa) = 0.49r_0^{-5/3}\frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{11/6}}, \quad (15)$$

式中 $0 \leq \kappa \leq \infty$ 为空间波数, 且有 $\kappa_m = 5.92/l_0$, $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ 分别对应湍流内尺度 l_0 和外尺度 L_0 。

初始光场为准直高斯光束, 最大初始光斑半径为 10 cm, 采样点数为 256, 发射面的采样间隔为 6 mm, 20 km 处的采样间隔为 7 mm, 地球同步卫星处的采样间隔为 10 m, 模拟 300 frame 进行统计。对每一帧, 设光强分布为 $I(x, y)$, 光斑质心由下式计算:

$$\beta_x = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xI(x, y) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dx dy}, \quad (16)$$

$$\beta_y = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} yI(x, y) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dx dy}, \quad (17)$$

则光斑质心相对于光轴的偏移量为

$$\beta_c = \sqrt{\beta_x^2 + \beta_y^2}. \quad (18)$$

光斑质心偏移的均方根(RMS)误差与光斑漂移方差的关系为^[20]

$$\sqrt{\langle \beta_c^2 \rangle} = \sqrt{0.56 \langle r_c^2 \rangle}. \quad (19)$$

这样根据光斑质心的偏移即可得到光斑漂移量。准直高斯光束的光斑漂移方差为^[20, 21]

$$\langle r_c^2 \rangle = 7.25L^2W_0^{-1/3}\int_{h_0}^H C_n^2(h)\left(1 - \frac{h-h_0}{H-h_0}\right)^2 dh, \quad (20)$$

式中 W_0 为初始光斑半径, L 为总的传输距离, $C_n^2(h)$ 为高度为 h 处的大气折射率结构常数。

图 3 显示了未进行倾斜改正情况下的光斑漂移的数值仿真结果及其理论值随初始光斑半径的变化, 图中同时画出了真空中传播后的光斑半径, 可见随着初始光斑半径的增加, 真空传播后的光斑半径迅速减小, 而光斑漂移量则减小缓慢, 数值仿真结果与理论值吻合较好, 尤其当初始光斑半径较大时。对于地球同步卫星, 光斑漂移量高达 100 m, 很有必要进行倾斜修正。

若对测距光束发射进行倾斜修正, 理想情况下完全移除光斑漂移效应, 则可以显著增大轴上点的光强。图 4 显示了进行倾斜修正前后的轴上点的平均光强随初始光斑半径的变化。“Tracked”表示倾

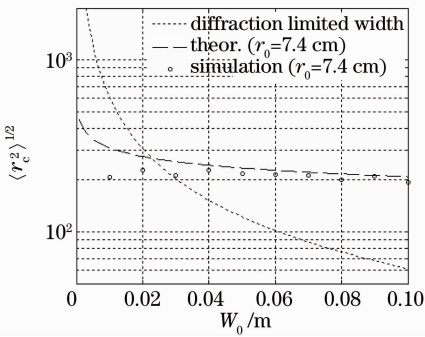


图3 未进行倾斜修正的光斑漂移方差

Fig. 3 Second-order moment of the beam wanders without tip-tilt correction

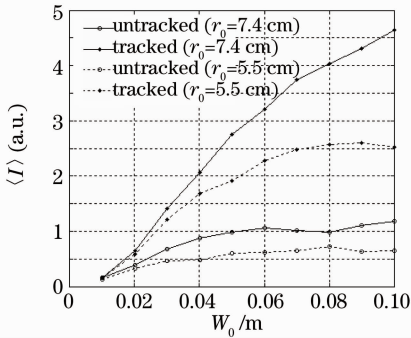


图4 轴上点的平均光强

Fig. 4 Mean intensity at the points on axis

斜修正后的结果。Fried 常数 7.4 cm 对应倍率为 12 的 HV 10/10 模型, Fried 常数 5.5 cm 对应倍率为 20 的 HV 10/10 模型, 分层模型相同。可见, 进行倾斜修正后, 光强显著增大, 且湍流越弱修正效果越好。

除了平均光强外, 强度起伏是另一个衡量标准, 用归一化的光强方差表征(亦即闪烁指数), 其定义为

$$\sigma_I^2(\mathbf{r}, L) = \frac{\langle I(\mathbf{r}, L)^2 \rangle - \langle I(\mathbf{r}, L) \rangle^2}{\langle I(\mathbf{r}, L) \rangle^2}. \quad (21)$$

图 5 显示了进行倾斜修正前后的轴上点的闪烁

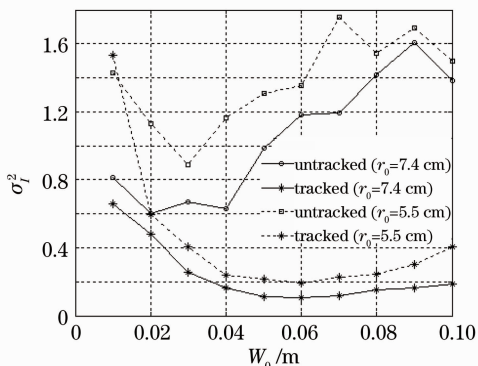


图5 轴上点的闪烁指数

Fig. 5 Scintillation index at the points on axis

指数随初始光斑半径的变化。由图可见, 对测距光束发射进行倾斜修正后, 轴上点的闪烁指数明显小于倾斜修正前的闪烁指数, 且存在一个轴上点闪烁指数最小的初始光斑半径, 其值为 6 cm, 此即初始光斑半径的最优值。

5 结 论

对于激光测距上行光束, 使用分步传播模拟方法, 相位屏生成方式采用次谐波叠加法, 结合云南天文台的实际观测经验, 根据非均匀湍流的大气折射率结构常数廓线 HV 10/10 按等 Rytov 指数间隔法进行大气分层, 将数值模拟的平均光强与理论值对比, 结果表明数值模拟方法正确、相位屏生成正确、相位屏的分布合理。针对远距离激光测距应用——地球同步卫星的激光测距, 通过数值模拟仿真, 其光斑漂移量高达 100 m。进行倾斜修正后, 轴上点的平均光强显著增加, 对提高测距成功率作用明显; 闪烁指数亦明显减小, 存在使轴上闪烁指数最小的条件, 在设定的数值仿真条件下使闪烁指数最小的初始光斑半径约为 6 cm。

参 考 文 献

- Ji Xiaoling, Zhang Tao, Chen Xiaowen *et al.*. Spectral properties of flat-topped beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 12~16
季小玲, 张涛, 陈晓文等. 平顶光束通过湍流大气传输的光谱特性[J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 12~16
- B. H. Tatarskii. *Wave Propagation in a Turbulent Medium* [M]. Wen Jingsong, Song Zhengfang, Zeng Zongyong Transl.. Beijing: Science Press, 1978
B. H. 塔塔尔斯基. 湍流大气中波的传播理论[M]. 温景嵩, 宋正方, 曾宗泳译. 北京: 科学出版社, 1978
- Rao Ruizhong. *Optical Propagation in Turbulent Atmosphere* [M]. Hefei: Anhui Science Press, 2005
饶瑞中. 光在湍流大气中的传播[M]. 合肥: 安徽科学技术出版社, 2005
- V. I. Tatarskii, A. Ishimaru. *Wave Propagation and Scattering in Random Media (Scintillation)* [M]. Bellingham: SPIE Press, 1999
- V. P. Lukin, B. V. Fortes. *Adaptive Beaming and Imaging in the Turbulent Atmosphere* [M]. Bellingham: SPIE Press, 2002
- Ye Shuhua, Huang Cheng. *Astrogeodynamics* [M]. Jinan: Shandong Science and Technology Publishing House, 2000. 91~118
叶叔华, 黄城. 天文地球动力学[M]. 济南: 山东科学技术出版社, 2000. 91~118
- Jia Fangxiu, Ding Zhenliang, Yuan Feng *et al.*. All-phase Fourier transform spectrum analysis [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(10): 2928~2934
贾方秀, 丁振良, 袁峰等. 基于全相位快速傅里叶变换谱分析的激光动态目标实时测距系统[J]. *光学学报*, 2010, **30**(10): 2928~2934
- Huang Yinbo, Wang Yingjian. The effect of tracking jitter on the beam spreading induced by atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(2): 152~156

- 黄印博, 王英俭. 跟踪抖动对激光湍流大气传输光束扩展的影响 [J]. *光学学报*, 2005, **25**(2): 152~156
- 9 Wu Zhibo, Zhang Zhongping, Yang Fumin *et al.*. Statistical analysis of successful detection probability of the returns in satellite laser ranging [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2006, **31**(3): 28~29
- 吴志波, 张忠萍, 杨福民 等. 卫星激光测距回波探测成功概率统计分析 [J]. *测绘科学*, 2006, **31**(3): 28~29
- 10 L. C. Andrews, R. L. Phillips. *Laser Beam Propagation Through Random Media* [M]. Bellingham; SPIE Press, 2005
- 11 J. M. Martin, S. M. Flatté. Simulation of point-source scintillation through three-dimensional random media [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1990, **7**(5): 838~847
- 12 W. A. Coles, J. P. Filice, R. G. Frehlich *et al.*. Simulation of wave propagation in three-dimensional random media [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(12): 2089~2101
- 13 R. Frehlich. Simulation of laser propagation in a turbulent atmosphere [J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(3): 393~397
- 14 B. L. McGlamery. Restoration of turbulence-degraded images [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1967, **57**(3): 293~296
- 15 R. G. Lane, A. Glindemann J. Dainty. Simulation of a Kolmogorov phase screen [J]. *Waves in Random Media*, 1992, **2**(3): 209~224
- 16 B. M. Welsh, C. Dainty. Fourier-series-based atmospheric phase screen generator for simulating anisoplanatic geometries and temporal evolution [C]. *SPIE*, 1997, **3125**: 327~338
- 17 R. J. Eckert, M. E. Goda. Polar phase screens: a comparative analysis with other methods of random phase screen generation [C]. *SPIE*, 2006, **6303**: 630301
- 18 Qian Xianmei, Zhu Wenyue, Rao Ruizhong. Phase screen distribution for simulating laser propagation along an inhomogeneous atmospheric path [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(9): 6633~6639
- 钱仙妹, 朱文越, 饶瑞中. 非均匀湍流路径上传播数值模拟的相位屏分布 [J]. *物理学报*, 2009, **58**(9): 6633~6639
- 19 Qian Xianmei, Zhu Wenyue, Rao Ruizhong. Selection of C_n^2 between phase screens for simulating laser propagation along an inhomogeneous turbulent path [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(10): 1856~1860
- 钱仙妹, 朱文越, 饶瑞中. 非均匀湍流路径光传播数值模拟中相位屏间 C_n^2 的选取 [J]. *光学学报*, 2008, **28**(10): 1856~1860
- 20 J. H. Churnside, R. J. Lataitis. Wander of an optical beam in the turbulent atmosphere [J]. *Appl. Opt.*, 1990, **29**(7): 926~930
- 21 M. I. Charnotskii. Asymptotic analysis of finite-beam scintillations in a turbulent medium [J]. *Waves in Random Media*, 1994, **4**(3): 243~273

栏目编辑: 谢 婧