

中能 X 射线光栅相衬显微成像分析及模拟

黄建衡 林丹樱 刘振伟 杨 强 郭金川 牛憨笨

(深圳大学光电子学研究所教育部和广东省光电子器件与系统重点实验室, 广东 深圳 518060)

摘要 理论分析了基于相位光栅分数塔尔博特效应的 X 射线相衬显微成像原理, 采用菲涅耳衍射公式推导出相位光栅在两个不同距离处的成像结果公式。然后建立一个水合蛋白质细胞模型, 对成像系统进行了参数设计, 得出 1~2 keV 的中能波段 X 射线是兼顾大景深和高成像衬度的最优选择。针对 10 μm 厚的细胞模型, 选取 1.5 keV 的中能 X 射线做模拟计算, 采用多步相移法从模拟条纹图中恢复出了细胞模型的相位信息。模拟结果表明在相同信噪比下采用中能 X 射线得到的相衬图像比吸收图像具有更好的衬度和细节分辨率, 为今后相关的实验奠定了基础。

关键词 X 射线光学; 中能 X 射线显微术; 分数塔尔博特效应; 相位衬度

中图分类号 O434.19 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.1034001

Analysis and Simulation of Mid-Energy X-Ray Grating Phase Contrast Microscopy Imaging

Huang Jianheng Lin Danying Liu Zhenwei Yang Qiang Guo Jinchuan Niu Hanben

(Key Laboratory of Optoelectronic Devices and Systems of Ministry of Education and Guangdong Province, Institute of Optoelectronics, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China)

Abstract A theoretical analysis of X-ray microscopy based on the fractional Talbot effect of phase grating and two different imaging formulas when the grating is placed in different locations is given. A cell model of water and protein is established. According to the imaging formulas and the cell model, a set of system parameters are designed and a conclusion which can be made is that mid-energy X-ray between 1 and 2 keV will be the optimal choice considering long focal depth and high image contrast. Then the imaging results with 1.5 keV X-ray is simulated and the phase distribution of the model is recovered by the phase stepping method. Simulation results show that the phase contrast image with mid-energy X-ray is much better than the absorption contrast one in contrast and resolution under the same signal-to-noise ratio.

Key words X-ray optics; mid-energy X-ray microscopy; fractional Talbot effect; phase contrast

OCIS codes 340.7440; 180.7460; 050.1950

1 引 言

从 20 世纪 90 年代至今, 人们在 X 射线成像领域开展了各种高分辨显微成像方法和相关器件的研究, 希望能够实现活细胞的无损三维成像, 为研究生物细胞内的生命过程提供依据^[1~10]。基于波带片的“水窗”软 X 射线显微镜已经获得了完整的酵母

细胞三维结构图像^[1], 但由于软 X 射线波长较长, 成像景深只有几微米, 限制了能获得清晰图像的细胞厚度。硬 X 射线显微镜波长短, 具有足够大的成像景深, 可以实现对大细胞的三维成像。然而, 人们至今未能在硬 X 射线显微镜上得到生物细胞的成像结果, 原因是这种传统的基于吸收的硬 X 射线显

收稿日期: 2011-03-18; **收到修改稿日期**: 2011-05-09

基金项目: 国家自然科学基金项目(61001184)、广东省高等学校创新团队项目(06CXTD009)和广东省教育厅育苗工程项目(LYM09120)资助课题。

作者简介: 黄建衡(1985—), 男, 硕士研究生, 主要从事微纳分辨的 X 射线相位衬度成像方面的研究。

E-mail: huangjianheng2011@yahoo.com.cn

导师简介: 牛憨笨(1940—), 男, 研究员, 主要从事光电子成像原理和系统等方面的研究。E-mail: hbniu@szu.edu.cn (通信联系人)

显微镜不能为细胞样品提供足够高的吸收衬度图像。人们由此提出了硬 X 射线相位衬度显微镜,它在原理上可以为生物样品提供高得多的图像衬度,因为生物细胞样品主要是由轻元素构成的,轻元素所组成的物质对硬 X 射线具有的相移因子 δ 是其吸收因子 β 的一千倍以上^[11],比如,对于波长为 0.1 nm 的 X 射线,需要穿透 4.8 mm 厚的蛋白质才能使其光强衰减一半,而只需穿透 25 μm 就能使其波面产生 π rad 的相移。

泽尼克早在 1935 年就提出并构建了可见光相衬显微镜,它利用透射光和衍射光的干涉实现了样品相位的探测^[12]。后来,人们将这一原理应用于 X 射线波段,采用菲涅耳波带片聚焦,构建 X 射线泽尼克相衬显微镜^[13,14]。然而,虽然硬 X 射线显微镜的相位衬度比其吸收衬度高 3 个数量级以上,但它并不比“水窗”软 X 射线的吸收衬度高,难以获得细胞样品的相衬图像。于是,X 射线显微成像领域的研究人员提出了各种记录相位信息的方法,主要有微分干涉法^[15~17]和离轴全息法^[18,19],并从实验上做了验证分析。近年来,日本东京大学的 A. Momose 研究小组^[20,21]将相位光栅塔尔博特效应引入硬 X 射线显微成像领域,希望利用相位光栅主次级衍射光相干叠加实现对生物样品相位的探测。

本文首先解释了 X 射线相位光栅分数塔尔博特效应,并对基于相位光栅塔尔博特效应的显微成像方案进行了理论公式推导,然后建立水合蛋白质细胞的模型进行系统参数设计,分析得出中能波段 X 射线是兼顾大景深和高衬度成像的最优选择。细胞模型水背景总厚度为 10 μm ,其中随机分布了 4 个大小不一蛋白质小球,选用 1.5 keV 的中能 X 射线做模拟计算,给出相位光栅在两个不同距离处的成像条纹图,最后采用多步相移算法从条纹图中恢复出细胞模型的相位信息,模拟结果验证了该成像方案的可行性。

2 X 射线相位光栅分数塔尔博特效应

相干照明的任何周期性物体后面一定距离处,会周期性地出现该物体的像,称之为塔尔博特效应^[22]。对于周期为 d 的相位光栅,在理想点光源照明下,经过菲涅耳衍射在距离 z 处得到的复振幅和光强分布为

$$E(x, y) = \frac{K}{r+z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(-i\pi p n^2) \exp\left(i2\pi n \frac{x}{md}\right), \quad (1)$$

$$I(x, y) = \frac{1}{(r+z)^2} \sum_{n',n} c_{n'+n} c_n^* \times \exp\{i\pi p[-(n'+n)^2 + n'^2]\} \exp\left(i2\pi n \frac{x}{md}\right), \quad (2)$$

式中 r 是点源到光栅的距离, z 为光栅的成像距离, c_n 为光栅复振幅透过率函数的傅里叶变换系数。系数 K 含常相因子和二次相因子,与光强分布无关。 m 为光栅自成像周期的放大倍率, $p = \frac{\lambda z}{md^2}$ 称为分数塔尔博特阶。当 p 取适当分数值时,在相应的距离 z 处就可以得到周期性的条纹分布,这就是相位光栅的分数塔尔博特效应。以相移为 π 的一维朗奇光栅做计算分析,其复振幅透过率函数的傅里叶展开零级和偶数级系数均为零,只存在奇数级。X 射线经光栅衍射后大部分能量集中在 ± 1 级,约占了总光能的 81%。取 X 射线点源中心波长能量为 8 keV,光栅周期 d 为 5.6 μm ,点源与光栅距离 r 为 1 m,利用(2)式可算得 p 取不同分数值时得到的归一化光强分布 I_n (图 1)。当 p 取 1/4, 1/2, 3/4 和 1 时,得到的几乎是一片均匀亮场;当 p 取 1/8, 3/8, 5/8 和 7/8 时,得到形状和对比度最好的条纹分布,其周期为 $md/2$,就是分数塔尔博特像。P. Cloetens 等^[23]在欧洲同步辐射源上做了硬 X 射线相位光栅的分数塔尔博特效应实验,与上述分析的结论一致。

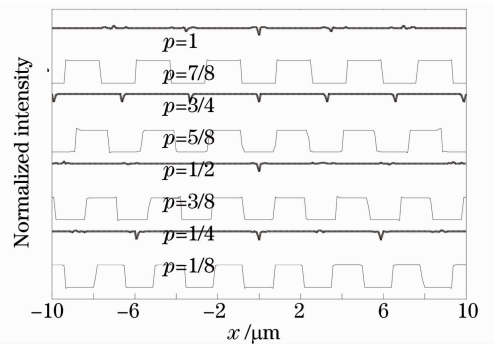


图 1 归一化光强分布

Fig. 1 Distribution of normalized light intensity

3 成像方案理论分析

X 射线透过物体时,物体的透过率函数由复合折射率 $n = 1 - \delta + i\beta$ 决定^[9], δ, β 可分别称为相移因子和吸收因子。当物体的厚度 t 足够薄,X 射线穿过物体的复振幅透过率函数表示为

$$t_o(x, y) = \exp(ikt) \exp(-ik\delta t) \exp(-k\beta t), \quad (3)$$

式中 $\exp(ikt) \exp(-ik\delta t)$ 导致透过的 X 射线的相位变化, $\exp(-k\beta t)$ 引起 X 射线的强度在损耗介质中

的衰减(即物体对 X 射线的吸收)。基于相位光栅塔尔博特效应的显微成像示意图如图 2 所示, E_0 和 E_2 分别为物面和像面位置, L 为非涅耳波带片, 其焦距为 f , 距离 s, s' 满足物像共轭关系 $1/f = 1/s + 1/s'$, M 为物像放大倍率。相位光栅 G 位于距后焦面 r 处, 成像面到光栅距离为 z 。非涅耳波带片的作用与可见光透镜的成像原理相似, X 射线平行光穿透物体后, 经非涅耳波带片衍射, 在一级成像面上得到其放大倒立的像。在距波带片后焦面 r 处放置相位光栅, 由于相位光栅的多级衍射作用, 使成像面上产生物体多级衍射像的相干叠加。相位光栅的周期和位置决定了物体多级衍射像的叠加结果。

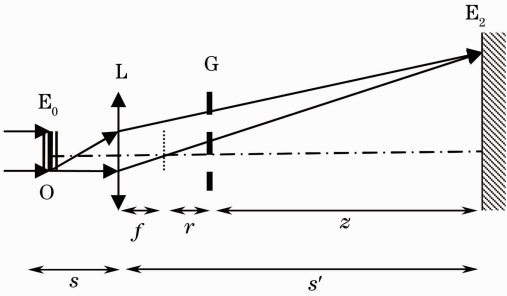


图 2 显微成像示意图

Fig. 2 Schematic diagram of micro-imaging

在相干照明下, 根据惠更斯-基尔霍夫衍射理论, 采用非涅耳衍射公式可以推导出物体成像处的复振幅分布为

$$E'_2(x_2, y_2) = \frac{K'}{M} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(-i\pi p n^2) \times \exp\left(i2\pi \frac{n}{md} x_2\right) t_g\left(x_2 - \frac{n\lambda z}{d}, y_2\right), \quad (4)$$

式中 $t_g(x_2, y_2)$ 为物体放大 M 倍的倒立像复振幅分布函数, 光栅的每一级衍射使物体产生一个放大的倒立像, 该像的中心在 x_2 轴方向相对原点有 $\frac{n\lambda z}{d}$ 的偏移。与(1)式对比可知, 当未放上物体时, 这与球面波相位光栅的分数塔尔博特效应公式是一致的, 系数 K 含常相因子和二次相因子, 与光强分布无关。由此可得如下关系式:

$$r + z = r + \frac{rpd^2/\lambda}{r - pd^2/\lambda} = \frac{r^2}{r - pd^2/\lambda}, \quad (5)$$

在已知后焦面与像面距离 $r_2 = r + z$ 和分数塔尔博特阶 p 值的情况下, 可得到 $r = \frac{r_2}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4pd^2}{\lambda r_2}}\right)$ 两种情况, 分别对应一大一小两个 m 值, 即分别得到放大倍率一大一小的光栅自成像结果。

对于弱吸收的相位物体, 以 π 相位光栅为例, 可

只取 ± 1 级衍射近似, 物体 ± 1 级衍射像产生 $\pm \frac{\lambda z}{d}$ 的空间位移, 在成像面上相干叠加。当 m 取小值时, 用 $\varphi_g(x_2, y_2)$ 表示物体理想像的相位分布函数, 在相位缓变的条件下做微分近似, 代入(4)式得到成像公式如下(推导过程见附录):

$$I_2(x_2, y_2) \approx \frac{8}{\pi^2 M^2} \left\{ 1 - \cos \left[2\pi \frac{2}{md} \times \left[x_2 - \frac{zm\lambda}{2\pi} \frac{\partial \varphi_g(x_2, y_2)}{\partial x_2} \right] - 2\varphi_0 \right] \right\}, \quad (6)$$

可知此时在光栅自成像的条纹中包含了物体理想像沿 x_2 方向的相位微分。当 m 取大值时, 做弱吸收近似, 同样代入(4)式得到成像公式为

$$I'_2(x_2, y_2) \approx \frac{8}{\pi^2 M^2} \left\{ 1 - \cos \left[2\pi \frac{2}{md} x_2 + \varphi_g\left(x_2 - \frac{\lambda z}{d}, y\right) - \varphi_g\left(x_2 - \frac{\lambda z}{d}, y\right) - 2\varphi_0 \right] \right\}, \quad (7)$$

此时在光栅自成像的条纹中加载的是彼此相距 $\frac{2\lambda z}{d}$ 的 ± 1 级衍射像的反相位叠加, 即两者的相位差值。(6), (7)式中 $2\varphi_0$ 是由相位光栅初始位置决定的自成像条纹初相位, 通过横向移动相位光栅的位置, 可以得到不同初相位的自成像条纹。

4 系统参数设计及数值模拟

4.1 水合蛋白质细胞模型建立和系统参数设计

设想一个水背景下的蛋白质细胞模型对成像系统进行模拟计算。细胞模型如图 3 所示, 设细胞水背景厚度为 $10 \mu\text{m}$, 其中随机分布了 4 个大小不一的蛋白质小球, 半径分别为 250, 100, 50 和 25 nm。水密度为 1 g/cm^3 , 蛋白质($\text{C}_{94} \text{H}_{139} \text{N}_{24} \text{O}_{31} \text{S}$)密度为 1.35 g/cm^3 。可以查到水和蛋白质的复合折射率^[11]随 X 射线波长 λ 的变化曲线如图 4(其中 δ_p 和 β_p 分别为蛋白质复合折射率的相移因子和吸收因子, δ_w 和 β_w 分别为水复合折射率的相移因子和吸收因子), 在波长为 2.3 nm 附近两者的相移因子差别最大, 此波长处得到的相位衬度最好。波长越短, 相位衬度越小。考虑到成像系统的焦深, 最外环宽度为 50 nm 成像波带片的焦深随波长 λ 变化曲线如图 5 所示。波带片的焦深与波长成反比例关系, 要实现 $10 \mu\text{m}$ 厚度细胞的三维成像, 则需选择 1 nm 以下波长的 X 射线, 可见 1~2 keV 的中能波段 X 射线是实现厚样品大景深、高衬度成像的最优选择。这里选用 1.5 keV 的 X 射线, 对应波长为 0.827 nm。设系统采用成像波带片的最外环宽度

为 50 nm, 直径 160 μm , 则其焦距约 9.68 mm。由于 X 射线探测器分辨率(通常在 1 μm 以上)的限制, 故系统需要一个较大的物像放大倍率 M , 考虑实际实验条件和波带片的分辨率极限, 这里取 $M=200$ 。为最大限度使用 X 射线的辐射能量, 选用 π rad 相位光栅, 对应的分数塔尔博特阶 p 取 1/8。光栅的周期 d 由光源的相干性和物体 ± 1 级衍射像的空间位移 $\pm s_1$ 决定, 这里取 8 μm , 由此可从(5)式计算得到系统各

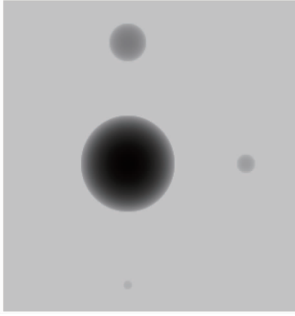


图 3 水合蛋白质细胞模型截面图

Fig. 3 Cross section of water and protein cell model

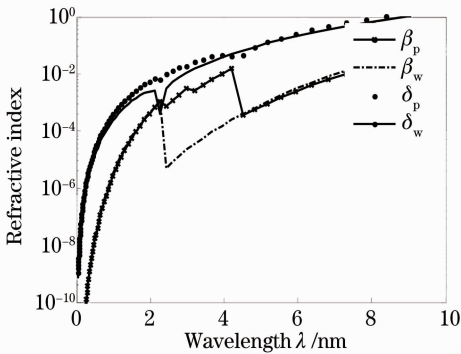


图 4 水合蛋白质的复合折射率随波长 λ 变化曲线图

Fig. 4 Composite refractive index curve of water and protein with X-ray wavelength λ

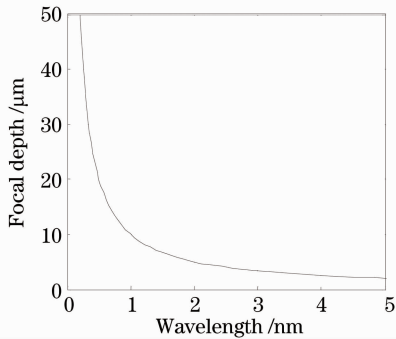


图 5 成像波带片的焦深随 X 射线波长 λ 变化曲线图

Fig. 5 Focal depth of zone plate with X-ray wavelength λ

个距离参数。由上述(6),(7)式并结合图 2 可得, 当 $m=1.005$ 时, 光栅与后焦面距离 r 为 1925.67 mm, 光栅与像面距离 z 为 9.726 mm, 此时物体 ± 1 级衍射像产生的相对空间位移约为 2.01 μm , 近似得到物理想像的相位微分。当 $m=199$ 时, r 为 9.726 mm, z 为 1925.67 mm, 物体 ± 1 级衍射像产生的相对空间位移约为 398 μm , 对应得到的是两者的相位差值。

4.2 数值模拟及讨论

采用上述设计的系统参数, X 射线探测器单个像素大小取 1 $\mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$, 像素数为 1001 pixel \times 1001 pixel, 对所建立的水合蛋白质细胞模型进行成像数值模拟, 并对成像结果添加信噪比为 25 的白噪声。当 $m=1.005$ 时, 得到自成像条纹周期约为 4 μm , 受限于 X 射线探测器的分辨率, 需要使用相同周期的吸收光栅, 在自成像后形成周期较大的叠栅条纹, 就可以通过探测叠栅条纹的形变来获取物体的相变信息。当 $m=199$ 时自成像条纹周期达到了 796 μm , 可以直接探测到成像条纹分布, 如图 6 所示。由上述成像理论分析可知, 自成像条纹中加载的是蛋白质小球 ± 1 级衍射像的相位差值信息, 它们在自成像条纹中形成两组相位相反的倒立像叠加, 中心相距约 398 μm 。由于蛋白质小球像的相位信号比较弱, 从模拟图像中难以直接观察到其成像效果, 如图 7 所示。

利用多步相移法^[24,25], 横向移动相位光栅在 x 方向不同位置得到多幅图像, 分别计算出放置物体前后每个像点处的相位值, 两者之差就可以得到物体每个像点的相位信息。本文采用五步相移法, 取 $m=199$ 时进行模拟计算。相位光栅周期为 8 μm , 沿 x 轴方向在光栅的半个周期内移动光栅 4 次, 每次步进 4/5 μm , 分别得到放置细胞模型前后的 5 幅图像(图 6,7)。利用相移算法公式^[20], 计算出每个像点的相位信息[图 8(a)], 得到两组相位相反的蛋白质小球倒立像, 正是细胞模型 ± 1 级衍射像的相位叠加结果。再做进一步的图像分离和放大处理, 最后可恢复出其 $+1$ 级像的相位分布图像[图 8(b)]。图 8(c)为相同条件下模拟得到的吸收成像图。比较图 8(b),(c)可以看到, 相位图比吸收图具有高得多的衬度, 在相同信噪比情况下, 相位衬度图中可以清晰地分辨半径为 50 nm 的蛋白质小球, 而吸收衬度图则一片模糊。

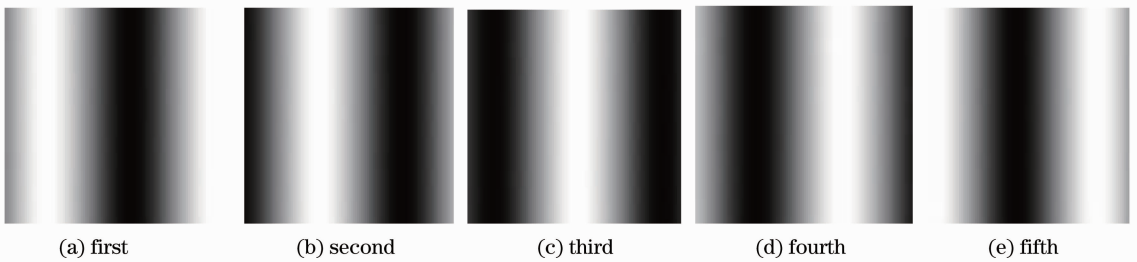


图 6 放置样品前五步相移条纹图

Fig. 6 Fringe by five-step phase shift method (no modeled cell)

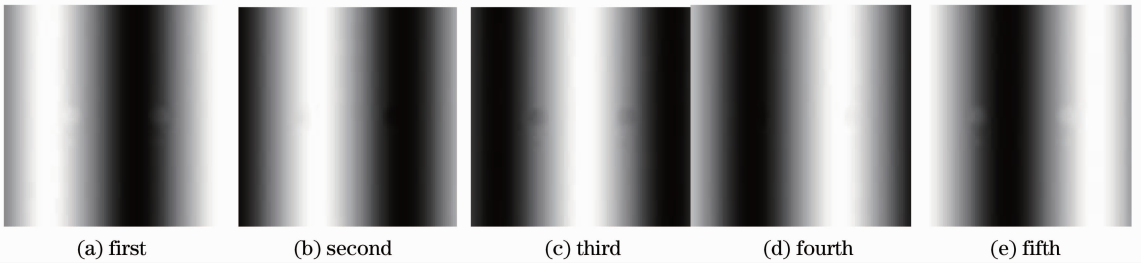


图 7 放置样品后五步相移条纹图

Fig. 7 Fringe by the five-step phase shift method (placing modeled cell)

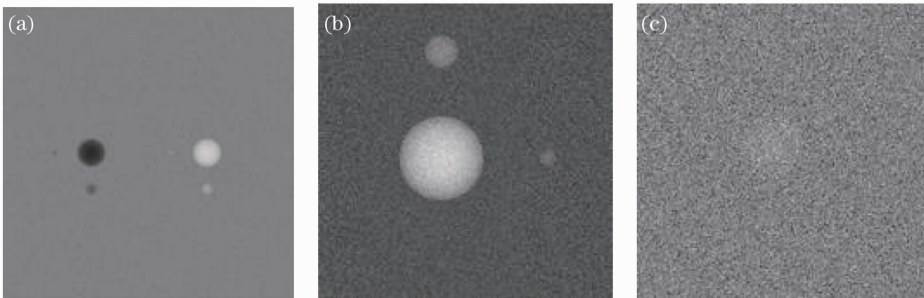


图 8 相移算法恢复得到的相位分布图。(a) ± 1 级衍射像的相位分布图；(b) $+1$ 级衍射像的相位分布图；(c) 吸收衬度图

Fig. 8 Phase distribution recovered by the phase shift algorithm. (a) Phase distribution of ± 1 diffraction image;

(b) phase distribution of $+1$ diffraction image; (c) absorption contrast distribution of modeled cell

5 结 论

基于相位光栅塔尔博特效应的 X 射线显微成像方法将细胞样品的相位信息加载在光栅的自成条纹中, 尽管细胞样品内部的相位信号很弱, 从单幅成像条纹图中无法直接观察到, 但通过多步相移法可以从多幅图像中将其准确恢复出来。理论分析和模拟计算得出 $1\sim 2$ keV 的中能波段 X 射线是实现细胞样品大景深和高衬度三维成像的最优选择, 在相同信噪比条件下其相位图比吸收图具有更好的衬度和细节分辨率, 这为探测生物细胞内部结构提供了新的途径。由于本文所做分析和模拟都是在 X 射线相干照明的条件下进行的, 今后将进一步讨论实际光源相干性对成像结果的影响, 并考虑实验条件建立一套合适的像质评价体系, 为相衬显微成像实验提供了理论依据和参考。

参 考 文 献

- 1 C. A. Larabell, M. A. Le Gros. X-ray tomography generates 3-D reconstructions of the yeast, *saccharomyces cerevisiae*, at 60-nm resolution[J]. *Molecular Biology of the Cell*, 2004, **15**(3): 957~962
- 2 D. Attwood. Nanotomography comes of age[J]. *Nature*, 2006, **442**(7103): 642~643
- 3 Liu Longhua, Liu Gang, Chen Jie *et al.*. The design of X-ray imaging beamline and endstation on Hefei light source[J]. *J. University of Science and Technology of China*, 2007, **37**(1): 93~98
柳龙华, 刘刚, 陈洁等. 合肥光源 X 射线成像光束线和实验站设计[J]. *中国科学技术大学学报*, 2007, **37**(1): 93~98
- 4 Chen Jie, Liu Longhua, Liu Gang *et al.*. High resolution X-ray microscopy and its new developments[J]. *Physics*, 2007, **36**(8): 588~594
陈洁, 柳龙华, 刘刚等. 高分辨率 X 射线显微成像及其进展[J]. *物理*, 2007, **36**(8): 588~594
- 5 Y. Yang, W. Li, G. Liu *et al.*. 3D visualization of subcellular structures of *Schizosaccharomyces pombe* by hard X-ray

- tomography[J]. *J. Microscopy*, 2010, **240**(1): 14~20
- 6 Yang Min, Liu Jinghua, Li Baolei *et al.*. Measurement method of X-ray focus projection coordinates of three-dimensional micro-computerized tomography scanning system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(5): 1275~1280
 杨 民, 刘静华, 李保磊等. 三维显微 CT 扫描系统的 X 射线源焦点投影坐标测量方法 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(5): 1275~1280
- 7 Yi Tao, Dong Jianjun, Zhu Xiaoli *et al.*. Study on the imaging performance of spiral zone plate[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(3): 753~757
 易 涛, 董建军, 朱效立等. 螺旋型波带片成像特性研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(3): 753~757
- 8 Le Zichun, Dong Wen, Liu Wei *et al.*. Theoretical and experimental study of extremely long compound refractive X-ray lenses[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2696~2702
 乐孜纯, 董 文, 刘 魏等. X 射线长组合折射透镜的理论和实验研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(9): 2696~2702
- 9 Chen Rongchang, Xie Honglan, Du Guohao *et al.*. Experimental investigation on X-ray micro-computed tomography by phase retrieval with born approximations[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(4): 1106~1111
 陈荣昌, 谢红兰, 杜国浩等. 基于玻恩近似相位恢复的 X 射线显微 CT 实验研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(4): 1106~1111
- 10 Tan Xingxing, Liu Haigang, Guo Zhi *et al.*. Simulation of coherent diffraction imaging based on scanning transmission X-ray microscopy of Shanghai synchrotron radiation facility[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 0418001
 谭兴兴, 刘海岗, 郭 智等. 基于上海光源扫描透射 X 射线显微术的相干衍射成像模拟[J]. *光学学报*, 2011, **31**(4): 0418001
- 11 http://henke.lbl.gov/optical_constants/getdb2.html, 2010. 12. 05
- 12 Su Xianyu, Li Jitao. Information Optics[M]. Beijing: Science Press, 1999. 218~219
 苏显渝, 李继陶. 信息光学[M]. 北京: 科学出版社, 1999. 218~219
- 13 G. Schneider. Cryo X-Ray Microscopy with High Spatial Resolution in Amplitude and Phase Contrast [M]. *Ultramicroscopy*, 1998, **75**(2): 85~104
- 14 D. Attwood. Soft X-Rays and Extreme Ultraviolet Radiation; Principle and Applications [M]. Zhang Jie Transl. Beijing: Science Press, 2003. 356~371
 阿特伍德. 软 X 射线与极紫外辐射的原理和应用[M]. 张杰译. 北京: 科学出版社, 2003. 356~371
- 15 B. Kaulich, T. Wilhein, E. D. Fabrizio *et al.*. Differential interference contrast X-ray microscopy with twin zone plates[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(4): 797~804
- 16 M. C. Bertilson, O. von Hofsten, M. Lindblom *et al.*. Compact high-resolution differential interference contrast soft X-ray microscopy[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2008, **92**(6): 064104
- 17 O. von Hofsten, M. Bertilson, U. Vogt. Theoretical development of a high-resolution differential-interference-contrast optic for X-ray microscopy[J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(2): 1132~1141
- 18 T. Koyama, Y. Kagoshima, I. Wada *et al.*. High-spatial-resolution phase measurement by micro-interferometry using a hard X-ray imaging microscope[J]. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 2004, **43**(3B): 421~423
- 19 T. Koyama, T. Tsuji, K. Yoshida *et al.*. Hard X-ray nano-interferometer and its application to high-spatial-resolution phase tomography[J]. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 2006, **45**(43): 1159~1161
- 20 Y. Takeda, W. Yashiro, T. Hattori *et al.*. Differential phase X-ray imaging microscopy with X-ray talbot interferometer[J]. *Appl. Phys. Express*, 2008, **1**(11): 117002-1
- 21 W. Yashiro, Y. Takeda, A. Takeuchi *et al.*. Hard-X-ray phase-difference microscopy using a Fresnel zone plate and a transmission grating[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2009, **103**(18): 180801-1
- 22 J. W. Goodman. Introduction to Fourier Optics (Third Edition) [M]. Qin Kecheng, Liu Peisen, Chen Jiabi *et al.*. Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006. 78~82
 古德曼. 傅里叶光学导论(第三版)[M]. 秦克诚, 刘培森, 陈家璧等译 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2006. 78~82
- 23 P. Cloetens, J. P. Guigay, C. D. Martino *et al.*. Fractional Talbot imaging of phase gratings with hard x rays[J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(14): 1059~1061
- 24 T. Weitkamp, A. Diaz, C. David *et al.*. X-ray phase imaging with a grating interferometer [J]. *Opt. Express*, 2005, **13**(16): 6296~6304
- 25 Liang Ruisheng, Lü Xiaoxu. Information Optics [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008. 258~263
 梁瑞生, 吕晓旭. 信息光学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008. 258~263

附录

X 射线经空比为 1/2 的 π rad 相位光栅衍射后大部分能量集中在 ± 1 级, 约占了总光能的 81%, 只取其 ± 1 级系数 $c_{\pm 1} = \mp \frac{2}{\pi} \exp(\mp i\varphi_0)$, φ_0 由光栅的初始横向位置决定, 同时分数塔尔博特阶取 $p = \frac{1}{8}$, 对成像物体做弱吸收近似物体 $t_g(x_2, y_2) = \exp[i\varphi_g(x_2, y_2)]$, 代入(4)式得

$$E'_2(x_2, y_2) \approx \frac{K \exp(-i\pi/8)}{M} \left\{ -\frac{2}{\pi} \exp(-i\varphi) \exp\left(i2\pi \frac{x_2}{md}\right) \exp\left[i\varphi_g\left(x_2 - \frac{\lambda z}{d}, y_2\right)\right] + \frac{2}{\pi} \exp(-i\varphi) \exp\left(i2\pi \frac{-x_2}{md}\right) \exp\left[i\varphi_g\left(x_2 + \frac{\lambda z}{d}, y_2\right)\right] \right\}, \quad (8)$$

对(8)式求模方, 即可得光强公式为

$$I'_2 \approx \frac{8}{\pi^2 M^2} \left\{ 1 - \cos\left[2\pi \frac{2}{md} x_2 + \varphi_g\left(x_2 - \frac{\lambda z}{d}, y\right) - \varphi_g\left(x_2 + \frac{\lambda z}{d}, y\right) - 2\varphi_0\right] \right\}, \quad (9)$$

光栅自成像放大倍率 m 取小值时, 可做如下的微分近似:

$$\frac{\partial \varphi_g(x_2, y)}{\partial x_2} \approx \frac{\varphi_g(x_2 - \frac{\lambda z}{d}, y) - \varphi_g(x_2 + \frac{\lambda z}{d}, y)}{-\frac{2\lambda z}{d}}, \quad (10)$$

将(10)式代入(9)式, 即可得到成像公式为

$$I_2(x_2, y_2) \approx \frac{8}{\pi^2 M^2} \left\{ 1 - \cos\left[2\pi \frac{2}{md} \left[x_2 - \frac{mz\lambda}{2\pi} \frac{\partial \varphi_g(x_2, y)}{\partial x_2}\right] 2\varphi_0\right] \right\}, \quad (11)$$