

柱矢量光束在透射时的自旋霍尔效应

李寒星 杨双燕

(上海大学理学院物理系, 上海 200444)

摘要 有限光束矢量特性可以由全局化的特征单位矢量和广义琼斯矢量完整地描述,特征单位矢量平行于传播轴的光束为柱矢量光束。通过这种表示理论描述了在近轴近似条件下柱矢量光束的透射情况。在透射过程中光束的特征单位矢量发生了变化,透射光束的特征单位矢量既不平行于传播轴,也不垂直于传播轴。特征单位矢量的变化导致光束产生了一个与入射面垂直的横向位移,同时这个横向位移和光束的偏振椭圆率有关,不同圆偏振态(左旋和右旋)的透射光束所产生的横向位移的方向相反。这一结果和近年来在实验中检测到的均匀偏振光束的自旋霍尔效应类似,表明柱矢量光束在透射过程后也会产生光的自旋霍尔效应。

关键词 物理光学;自旋霍尔效应;特征单位矢量;柱矢量光束

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.1026001

Spin Hall Effect of Cylindrical Vector Beams in the Transmission

Li Hanxing Yang Shuangyan

(Department of Physics, College of Sciences, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract Vectorial properties of finite electromagnetic beams are described by a global characteristic unit vector and the generalized Jones vector. A parallel characteristic unit vector to the propagation axis corresponds to the cylindrical vector beam. The cylindrical vector beams in the transmission are described by the representation theory in the paraxial approximation. It is found that the characteristic unit vector changes in the transmission, which is neither parallel nor perpendicular to the propagation axis. The change of the characteristic unit vector causes a displacement perpendicular to the incidence plane, and the displacement depends on the polarization ellipticity. The differently circularly (left and right) polarized light beams undergo opposite displacement. Similar to the previously observed so-called spin Hall effect of uniformly polarized beam, spin Hall effect of cylindrical vector beam could also be generated in the transmission.

Key words physical optics; spin Hall effect; characteristic unit vector; cylindrical vector beams

OCIS codes 260.2110; 140.3295; 260.5430

1 引 言

圆偏振光束在经电介质界面反射和折射时,反射和折射光束会在垂直于入射面的方向上产生一个相对于入射光束的位移^[1],这个原来被称为 Imbert-Fedorov 效应^[2]的横向位移现在被认为是光的自旋霍尔效应的一个重要表现^[3]。随着实验技术的进步,这个在理论上预言的有限光束的效应^[4]近年来获得了实验上的支持^[5~7]。但是需要指出的是,有限光束是一个受横向性条件约束的矢量场,它的矢量性如何表述依然是当前学术界争论的一个焦点问

题^[8,9]。所谓的圆偏振光束其实是一种特殊的光束,这样的光束在近轴近似下是均匀偏振的^[8]。但并不是所有的光束在近轴近似下都是均匀偏振的,事实上近年来学术界十分关注的所谓圆柱矢量光束^[10~13]就是这样一类光束,它的局域偏振呈圆柱对称分布。为了进一步理解光的自旋霍尔效应,有必要分析这类光束在电介质界面上反射或折射时横向位移的特点。本文的目的是在文献[14]的基础上研究圆柱矢量光束在电介质界面折射时的横向位移,这对表征有限光束的矢量性有一定的启示。

收稿日期: 2011-04-08; **收到修改稿日期**: 2011-05-11

基金项目: 国家自然科学基金(60877055,60806041)、上海市科委基金(08JC1409701,08QA14030)、上海市教育发展基金(2007CG52)和上海市重点学科(S30105)资助课题。

作者简介: 李寒星(1985—),男,硕士,主要从事波束物理学方面的研究。E-mail: lihxyj@sina.com

2 在透射过程中单位矢量 \mathbf{I} 的变化

考虑反射发生在两个不同的电介质界面上, 折射率分别为 $n_1 = 1, n_2 = 1.515$ 。如图1所示, XYZ 为入射光束的参考坐标系, xyz 为入射光束的伴随坐标系, $x'y'z'$ 坐标系为透射光束的伴随坐标系, θ_0 和 θ'_0 分别为入射角和透射角。

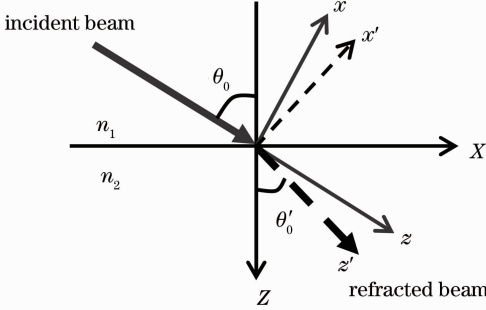


图1 电介质界面上的反射和折射

Fig. 1 Reflection and refraction of beam on the interface of the dielectric

2.1 入射光束在 xyz 坐标系下的描述

自由空间内, 一束沿着 z 方向传播的柱矢量光束的场强 $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ 可以用角谱法表示为^[4,13,15]

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \int_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} \mathbf{f}(k_\rho, \phi) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) dk_x dk_y, \quad (1)$$

式中矢量角谱 $\mathbf{f}(k_\rho, \phi)$ 可以表示为

$$\mathbf{f}(k_\rho, \phi) = m\bar{\alpha}f(k_\rho, \phi) = m\bar{\alpha}f_l(k_\rho) \exp(i\phi),$$

式中 $m = [\mathbf{u} \ \mathbf{v}]$ 是映射矩阵^[9], 表明从类琼斯矢量空间投影向一个三分量的空间。波矢 $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda, \lambda$ 是波长。单位矢量 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 可由波矢 \mathbf{k} 和特征单位矢量 \mathbf{I} 来定义:

$$\mathbf{v} = \mathbf{k} \times \mathbf{I} / |\mathbf{k} \times \mathbf{I}|, \quad \mathbf{u} = \mathbf{v} \times \mathbf{k} / k.$$

单位矢量 \mathbf{I} 可以由极角 Θ 和方位角 ϕ 来描述。假设单位矢量 \mathbf{I} 位于 xoz 平面上, 则 $\mathbf{I} = \sin \Theta \hat{x} + \cos \Theta \hat{z}$ 。 $\bar{\alpha}$ 是广义的琼斯矢量, $\bar{\alpha} = [\alpha_u \ \alpha_v]^T$, 满足归一化条件 $\bar{\alpha}^* \bar{\alpha} = 1, f(k_\rho, \phi)$ 是角谱的标量振幅。在近轴近似下, 波矢 $\mathbf{k} = [k_x, k_y, k_z]^T$ 。对于柱矢量光束来说 $\Theta = 0$, 柱矢量光束的映射矩阵表示为

$$m = \frac{1}{k_\rho} \begin{bmatrix} -k_x & k_y \\ -k_y & -k_x \\ \frac{k_\rho^2}{k} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中 $k_\rho^2 = k_x^2 + k_y^2, k_x = k_\rho \cos \phi, k_y = k_\rho \sin \phi$ 。

2.2 入射光束在 XYZ 坐标系下的描述

入射波矢量 \mathbf{k} 在 XYZ 坐标系下可以表示为

$$\mathbf{k}_{XYZ} = \mathbf{R}_y(-\theta_0)[k_x, k_y, k_z]^T = [k_x \cos \theta_0 + k \sin \theta_0, k_y, -k_x \sin \theta_0 + k \cos \theta_0]^T, \quad (3)$$

式中 $\mathbf{R}_y(-\theta_0)$ 是绕 y 轴旋转 $-\theta_0$ 的旋转矩阵:

$$\mathbf{R}_y(-\theta_0) = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & 0 & \sin \theta_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_0 & 0 & \cos \theta_0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

同样地映射矩阵可以由 $m'_{XYZ} = \mathbf{R}_y(-\theta_0)m'_{xyz}$ 得到

$$m'_{XYZ} = \frac{1}{k_\rho} \begin{bmatrix} \sin \theta_0 \frac{k_\rho^2}{k} - \cos \theta_0 k_x & \cos \theta_0 k_y \\ -k_y & -k_x \\ \cos \theta_0 \frac{k_\rho^2}{k} + \sin \theta_0 k_x & -\sin \theta_0 k_y \end{bmatrix}. \quad (5)$$

透射的电场具有两个本征态, p 偏振态和 s 偏振态, 可以根据这两个本征态来表示映射矩阵 m'_{XYZ} 。对于每一个入射的波矢来说, 入射的波平面由波矢 \mathbf{k} 和 Z 轴构成。入射角 θ 可以定义为

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{k}_{XYZ} \cdot \mathbf{e}_z}{|\mathbf{k}_{XYZ}|} = \cos \theta_0 - \frac{k_x}{k} \sin \theta_0. \quad (6)$$

取 $\delta = \theta - \theta_0$, 在 1 阶近似条件下由(6)式可知

$$\cos \delta = 1, \quad \sin \delta = \frac{k_x}{k}. \quad (7)$$

因而可以获得

$$\sin \theta = \sin \theta_0 + \frac{k_x}{k} \cos \theta_0. \quad (8)$$

在 XYZ 坐标系下, 垂直于入射面的单位矢量 \mathbf{s} 和平行于入射面的单位矢量 \mathbf{p} 分别定义为 $\mathbf{s} = \mathbf{e}_z \times \mathbf{k}_{XYZ} / |\mathbf{e}_z \times \mathbf{k}_{XYZ}|, \mathbf{p} = \mathbf{s} \times \mathbf{k}_{XYZ} / k$ 。在近轴近似下 \mathbf{p} 和 \mathbf{s} 表示为

$$[\mathbf{p} \ \mathbf{s}] = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 - \frac{k_x}{k} \sin \theta_0 & -\frac{k_y}{k \sin \theta_0} \\ \frac{k_y}{k} \cot \theta_0 & 1 \\ -\sin \theta_0 - \frac{k_x}{k} \cos \theta_0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

由这两个本征的偏振矢量, 映射矩阵可以表示为

$$m_{XYZ} = [\mathbf{p} \ \mathbf{s}]Q, \quad (10)$$

式中

$$Q = \frac{1}{k_\rho} \begin{bmatrix} -k_x - \frac{k_x k_y}{k} \cot \theta_0 & k_y - \frac{k_x^2}{k} \cot \theta_0 \\ -k_y + \frac{k_x^2}{k} \cot \theta_0 & -k_x - \frac{k_x k_y}{k} \cot \theta_0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

由矢量角谱(10)式, 在 XYZ 坐标系下入射光的矢

量角谱可以表示为

$$\mathbf{f}_{XYZ} = [\mathbf{p} \quad \mathbf{s}] \mathbf{Q} \bar{\mathbf{a}} f(k_\rho, \phi). \quad (12)$$

2.3 透射光束在 XYZ 坐标系下的描述

定义折射角为 θ' 。由 Snell 定律可得

$$\sin \theta' = \sin \theta'_0 - \frac{n_1 k_x}{n_2 k} \cos \theta_0. \quad (13)$$

取 $\delta' = \theta' - \theta'_0$ ，又有 $\frac{\sin \theta_0}{\sin \theta'_0} = \frac{n_2}{n_1}$ ，在 1 阶近似条件下由

(13)式可知

$$\cos \delta' = 1, \quad \sin \delta' = \frac{n_1 \cos \theta_0}{n_2 \cos \theta'_0} \sin \delta. \quad (14)$$

定义 $\Delta\theta = \theta' - \theta$ ，入射波矢量 \mathbf{k}_{XYZ} 在 XYZ 坐标下绕 \mathbf{s} 旋转角度 $\Delta\theta$ 可以获得透射光的波矢量 \mathbf{k}'_{XYZ} 。在透

射过程中波数变为 $k' = \frac{n_2}{n_1} k$ ，透射光的波矢量在 XYZ 坐标系下表示为

$$\mathbf{k}'_{XYZ} = \mathbf{R}_s(\Delta\theta) \mathbf{k}_{XYZ}, \quad (15)$$

式中旋转矩阵为

$$\mathbf{R}_s(\Delta\theta) = \begin{bmatrix} \cos \Delta\theta & \frac{-k_y}{k \sin \theta_0} (1 - \cos \Delta\theta) & \sin \Delta\theta \\ \frac{-k_y}{k \sin \theta_0} (1 - \cos \Delta\theta) & 1 & \frac{k_y}{k \sin \theta_0} \sin \Delta\theta \\ -\sin \Delta\theta & -\frac{k_y}{k \sin \theta_0} \sin \Delta\theta & \cos \Delta\theta \end{bmatrix}. \quad (16)$$

同样，入射光的矢量角谱在 XYZ 坐标下绕 \mathbf{s} 旋转角度 $\Delta\theta$ 可以获得透射光的矢量角谱，电场矢量振幅的改变可以由菲涅耳透射系数表示出来。所以在透射过程中，透射光的矢量角谱转化为

$$\mathbf{f}'_{XYZ} = \mathbf{R}_s(\Delta\theta) [\mathbf{p} \quad \mathbf{s}] \mathbf{T} \mathbf{Q} \bar{\mathbf{a}} f(k_\rho, \phi), \quad (17)$$

式中 $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_p & 0 \\ 0 & t_s \end{bmatrix}$ 为电场的透射矩阵， $t_p = \frac{2 \sin \theta'_0 \cos \theta_0}{\sin \theta_0 + \theta'_0 \cos(\theta_0 - \theta'_0)}$ ， $t_s = \frac{2 \sin \theta'_0 \cos \theta_0}{\sin(\theta_0 + \theta'_0)}$ 分别为 p 偏振态和 s 偏振态的菲涅耳透射系数。

2.4 透射光束在 $x'y'z'$ 坐标系下的描述

透波矢量 $\mathbf{k}'_{x'y'z'}$ 在反射光束的伴随坐标系 $x'y'z'$ 下转化为

$$\mathbf{k}'_{x'y'z'} = \mathbf{R}_y(\theta'_0) \mathbf{k}'_{XYZ} = \begin{bmatrix} \cos \theta'_0 & & \\ \cos \theta'_0 & k_x & k_y & k' \end{bmatrix}^T. \quad (18)$$

同样，在 $x'y'z'$ 坐标系下透射电场的矢量角谱 $\mathbf{f}'_{x'y'z'} = \mathbf{R}_y(\theta'_0) \mathbf{f}'_{XYZ}$ 可以表示为

$$\mathbf{f}'_{x'y'z'} = \mathbf{m}'_{x'y'z'} \bar{\mathbf{a}} f(k_\rho, \phi), \quad (19)$$

式中映射矩阵为

$$\mathbf{m}'_{x'y'z'} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{k'_y}{k'} \cot \theta'_0 \\ \frac{k'_y}{k'} \cot \theta'_0 & 1 \\ -\frac{k'_x}{k'} & -\frac{k'_y}{k'} \end{bmatrix} \mathbf{T} \mathbf{Q}. \quad (20)$$

在 $x'y'z'$ 坐标系下，矩阵 \mathbf{Q} 可以表示为

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} -\frac{\cos \theta'_0}{\cos \theta_0} \frac{k'_x}{k_\rho} - \frac{k'_x}{k_\rho} \frac{k'_y}{k'} \cot \theta'_0 & \frac{k'_y}{k_\rho} - \frac{\cos \theta'_0}{\cos \theta_0} \frac{k'_x}{k_\rho} \frac{k'_y}{k'} \cot \theta'_0 \\ -\left(\frac{k'_y}{k_\rho} - \frac{\cos \theta'_0}{\cos \theta_0} \frac{k'_x}{k_\rho} \frac{k'_y}{k'} \cot \theta'_0 \right) & -\frac{\cos \theta'_0}{\cos \theta_0} \frac{k'_x}{k_\rho} - \frac{k'_x}{k_\rho} \frac{k'_y}{k'} \cot \theta'_0 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

式中

$$k_\rho^2 = \frac{k_x'^2 \cos^2 \theta'_0 + k_y'^2 \cos^2 \theta_0}{\cos^2 \theta_0}. \quad (22)$$

考虑到以下关系

$$\mathbf{T} \mathbf{Q} - \mathbf{Q} \mathbf{T} = \frac{(t_p - t_s)}{k_\rho} \left(k'_y - \frac{\cos \theta'_0}{\cos \theta_0} \frac{k_x'^2}{k'} \cot \theta'_0 \right) \boldsymbol{\sigma}_2, \quad (23)$$

式中

$$\hat{\sigma}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

在近轴近似条件下, (19)式可以转化为

$$f'_{x'y'z'} = \left[m'_0 \mathbf{T} + (t_p - t_s) \frac{1}{k_\rho} \left(k'_{y'} - \frac{\cos \theta'_0}{\cos \theta_0} \frac{k'_{x'}}{k'} \cot \theta'_0 \right) m'_1 \hat{\sigma}_2 \right] \bar{\alpha} f(k_\rho, \phi), \quad (25)$$

式中

$$m'_0 = \begin{bmatrix} -\frac{k'_{x'}}{k_\rho} \frac{\cos \theta'_0}{\cos \theta_0} + \frac{k'_{y'}}{k_\rho} \frac{k'_{y'}}{k'} \sin \theta'_0 (\cos \theta'_0 - \cos \theta_0) & \frac{k'_{y'}}{k_\rho} + \frac{k'_{x'}}{k_\rho} \frac{k'_{y'}}{k'} \cot \theta'_0 \left(\frac{\cos \theta'_0}{\cos \theta_0} - 1 \right) \\ -\frac{k'_{y'}}{k_\rho} - \frac{k'_{x'}}{k_\rho} \frac{k'_{y'}}{k'} \cot \theta'_0 \left(\frac{\cos \theta'_0}{\cos \theta_0} - 1 \right) & -\frac{\cos \theta'_0}{\cos \theta_0} \frac{k'_{x'}}{k_\rho} + \frac{k'_{y'}}{k_\rho} \frac{k'_{y'}}{k'} \sin \theta'_0 (\cos \theta'_0 - \cos \theta_0) \\ \frac{k_\rho}{k'} \frac{n_2}{n_1} + \frac{k'_{x'}}{k_\rho} \frac{k'_{x'}}{k'} \left(1 - \frac{n_2 \cos \theta'_0}{n_1 \cos \theta_0} \right) + \frac{k'_{y'}}{k_\rho} \frac{k'_{y'}}{k'} \left(1 - \frac{n_2}{n_1} \right) & \frac{k'_{x'}}{k_\rho} \frac{k'_{y'}}{k'} \left(1 - \frac{n_2}{n_1} \right) - \frac{k'_{y'}}{k_\rho} \frac{k'_{x'}}{k'} \left(1 - \frac{n_2 \cos \theta'_0}{n_1 \cos \theta_0} \right) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$m'_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

由(25)式可以看出, 透射光束的矢量角谱可以分为两个部分, 其中第一部分是主要的部分, 它的映射矩阵为 m'_0 ; 第二部分是这个小量, 来源于(23)式, 与两个菲涅耳透射系数 $t_p \neq t_s$ 有关, 它的映射矩阵为 m'_1 。忽略第二部分, 并引入归一化的琼斯矢量 $\bar{\alpha}' = (\mathbf{T}/N)\bar{\alpha}$, 其中 $N^2 = (|t_p \alpha_u|^2 + |t_s \alpha_v|^2)$ 为归一化系数。(25)式变为

$$f'_{x'y'z'} = m'_0 \bar{\alpha}' f'(k_\rho, \phi), \quad (28)$$

式中振幅为

$$f'(k_\rho, \phi) = N f(k_\rho, \phi).$$

由(28)式可知, 柱矢量光束经过透射后, 单位矢量 \mathbf{I}' 不再平行于传播轴。任意偏振的光束可以表示成两种不同的圆偏振光束的叠加, 为了进一步研究光束的变化, 以左旋圆偏振光为例进行讨论。左旋圆偏振光的琼斯矢量为 $\bar{\alpha}_{\text{LHC}} = [1 \quad i]^T$ 。经过透射后, 归一化的琼斯矢量为 $\bar{\alpha}'_{\text{LHC}} = (\mathbf{T}/N)\bar{\alpha}_{\text{LHC}}$, 左旋圆偏振的透射光束的角谱矢量为

$$f'_{\text{LHC}, x'y'z'} = m'_0 \bar{\alpha}'_{\text{LHC}} f'(k_\rho, \phi). \quad (29)$$

把一个 2×2 的单位矩阵 $\mathbf{I} = \mathbf{D}^T \mathbf{D}$ 代入(29)式右边^[14], 可得

$$f'_{\text{LHC}, x'y'z'} = m'_0 \mathbf{D}^T \mathbf{D} \bar{\alpha}'_{\text{LHC}} f'(k_\rho, \phi), \quad (30)$$

式中 $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$ 是一个转换矩阵。定义映射矩阵 $m''_0 = m'_0 \mathbf{D}^T$, 广义琼斯矢量 $\bar{\alpha}''_{\text{LHC}} = \mathbf{D} \bar{\alpha}'_{\text{LHC}}$ 。由欧拉公式可知 $\bar{\alpha}''_{\text{LHC}} = \exp(-i\phi) \bar{\alpha}'_{\text{LHC}}$, 则透射光束的矢量角谱为

$$f'_{\text{LHC}, x'y'z'} = m''_0 \bar{\alpha}''_{\text{LHC}} f''_{\text{LHC}}(k_\rho, \phi), \quad (31)$$

式中 $f''_{\text{LHC}}(k_\rho, \phi) = -f'(k_\rho, \phi) \exp(-i\phi)$ ^[16], 映射矩阵 m''_0 为

$$m''_0 = - \begin{bmatrix} 1 & \frac{\cos \theta_0 - \cos \theta'_0}{\sin \theta'_0} \frac{k'_{y'}}{k'} \\ -\frac{\cos \theta_0 - \cos \theta'_0}{\sin \theta'_0} \frac{k'_{y'}}{k'} & 1 \\ -\frac{k'_{x'}}{k'} & -\frac{k'_{y'}}{k'} \end{bmatrix}. \quad (32)$$

这里定义 m''_0 所对应的单位矢量为 \mathbf{I}'' 。比较(29)和(31)式可知, 透射电场的矢量角谱既可以用映射矩阵 m'_0 和琼斯矢量 $\bar{\alpha}'_{\text{LHC}}$ 以及相对应的角谱的标量振幅 $f'(k_\rho, \phi)$ 表示, 也可以用映射矩阵 m''_0 和琼斯矢量 $\bar{\alpha}''_{\text{LHC}}$ 以及标量振幅 $f''_{\text{LHC}}(k_\rho, \phi)$ 表示; 在这一变换中单位矢量由 \mathbf{I}' 转化为了 \mathbf{I}'' 。同样, 右旋圆偏振的透射光束的矢量角谱为

$$f'_{\text{RHC}, x'y'z'} = m''_0 \bar{\alpha}'_{\text{RHC}} f''_{\text{RHC}}(k_\rho, \phi), \quad (33)$$

式中琼斯矢量 $\bar{\alpha}'_{\text{RHC}} = (\mathbf{T}/N)[1 \quad -i]^T$, 标量振幅 $f''_{\text{RHC}}(k_\rho, \phi) = -f'(k_\rho, \phi) \exp(i\phi)$ 。

将矢量角谱 $f(k_\rho, \phi)$ 和(31), (33)式比较可知, 对称轴 \mathbf{I}'' 位于 $x'o'z'$ 平面上。单位矢量 \mathbf{I}'' 与传播轴的夹角 θ' 定义为

$$\cot \theta' = \frac{\cos \theta_0 - \cos \theta'_0}{\sin \theta'_0}. \quad (34)$$

由(34)式可知, 对称轴 \mathbf{I}'' 既不平行于传播轴, 也不垂直于传播轴, 图2所示为 θ' 与入射角 θ_0 的关系。

3 柱矢量光束在透射时的自旋霍尔效应

透射光束质心位置的横向位移 y'_b 可以定义为 y' 坐标上的期望值:

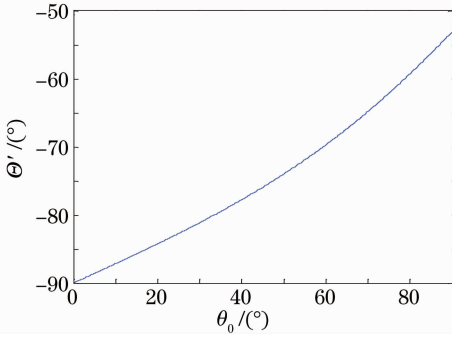

 图2 $n_1=1, n_2=1.515$ 时 Θ' 与入射角 θ_0 的关系

 Fig. 2 Dependence of Θ' on the incident angle θ_0 for

$$n_1=1 \text{ and } n_2=1.515$$

$$y'_b = \frac{\iint \mathbf{F}^* y' \mathbf{F} dx' dy'}{\iint \mathbf{F}^* \mathbf{F} dx' dy'} \quad (35)$$

将(1)式和(28)式代入(35)式,并注意到 $f_l(k_\rho)$ 是关于 k'_y 的偶函数,可得

$$y'_b = i \frac{\iint \tilde{\alpha}'^* m_0^T \frac{\partial m_0'}{\partial k'_y} \tilde{\alpha}' |f_l(k_\rho)|^2 dk'_x dk'_y}{\iint |f_l(k_\rho)|^2 dk'_x dk'_y} \quad (36)$$

将 m_0' 代入,可以得到透射光束的横向位移

$$y'_b = -\frac{t_B t_s}{N^2} \frac{\sigma \cot \Theta'}{k'} \quad (37)$$

式中 $\sigma = \tilde{\alpha}^* \hat{\sigma}_3 \tilde{\alpha}$ 为透射光角谱的偏振椭圆率, $\hat{\sigma}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ 。图3给出了当 $n_1=1, n_2=1.515$, 入射光的波长 $\lambda=633 \text{ nm}$, 在光束的偏振椭圆率为 $\sigma = \pm 1$ 时,横向位移 y'_b 与入射角 θ_0 的关系。由(37)式可知,和均匀偏振光的情况类似, y'_b 与单位矢量 \mathbf{I}'' 以及光束的偏振椭圆率有关,在透射过程中左旋圆偏振光束所产生的横向位移与右旋圆偏振光束的横向位移的方向相反,即光的自旋霍尔效应。

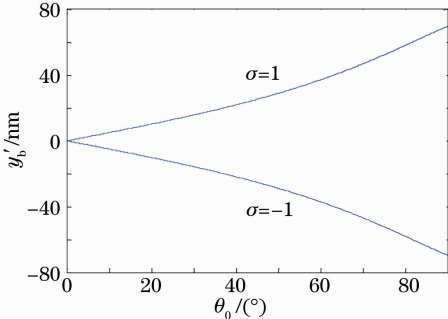

 图3 当 $n_1=1, n_2=1.515, \lambda=633 \text{ nm}$ 时横向位移 y'_b 与入射角 θ_0 的关系

 Fig. 3 Dependence of y'_b on the incidence angle

θ_0 for $n_1=1, n_2=1.515$, and $\lambda=633 \text{ nm}$

4 结 论

在近轴近似条件下,当入射光为柱矢量光束时,特征单位矢量 \mathbf{I} 平行于传播轴。柱矢量光束经过透射后,单位矢量 \mathbf{I}' 不再平行于传播轴。通过一个转换矩阵 \mathbf{D} ,把单位矢量由 \mathbf{I}' 转化为 \mathbf{I}'' ,同时角谱的标量振幅也发生了相应改变。 \mathbf{I}'' 与传播轴存在一个夹角 Θ' 。由于此倾斜的特征单位矢量,透射光束会产生一个与入射面方向垂直的横向位移。位移与光束的偏振椭圆率有关,不同圆偏振态(左旋和右旋)光束在透射过程中所产生的横向位移的方向相反。结果表明,与文献[6,14]中的均匀偏振光的情况类似,柱矢量光束在透射过程中同样具有光束的自旋霍尔效应。

参 考 文 献

- 1 V. G. Fedoseyev. Conservation laws and transverse motion of energy on reflection and transmission of electromagnetic waves [J]. *J. Phys. A*, 1988, **21**(9): 2045~2059
- 2 C. Imbert. Calculation and experimental proof of the transverse shift induced by total internal reflection of a circularly polarized light beam [J]. *Phys. Rev. D*, 1972, **5**(4): 787~796
- 3 M. Onoda, S. Murakami, N. Nagaosa. Hall effect of light [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(8): 083901
- 4 C. F. Li. Integral transformation solution of free-space cylindrical vector beams and prediction of modified Bessel-Gaussian vector beams [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(24): 3543~3545
- 5 F. Pillon, H. Gilles, S. Girard. Experimental observation of the Imbert-Fedorov transverse displacement after a single total reflection [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(9): 1863~1869
- 6 O. Hosten, P. Kwiat. Observation of the spin Hall effect of light via weak measurements [J]. *Science*, 2008, **319**(5864): 787~790
- 7 Y. Qin, Y. Li, H. Y. He *et al.*. Measurement of spin Hall effect of reflected light [J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(17): 2551~2553
- 8 D. N. Pattanayak, G. P. Agrawal. Representation of vector electromagnetic beams [J]. *Phys. Rev. A*, 1980, **22**(3): 1159~1164
- 9 C. F. Li. Representation theory for vector electromagnetic beams [J]. *Phys. Rev. A*, 2008, **78**(6): 063831
- 10 R. H. Jordan, D. G. Hall. Free-space azimuthal paraxial wave equation: the azimuthal Bessel-Gauss beam solution [J]. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(7): 427~429
- 11 K. Youngworth, T. Brown. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams [J]. *Opt. Express*, 2000, **7**(2): 77~87
- 12 Yin Hongfang, Luo Hailu, Wen Shuangchun. Study on influencing factors of transverse shift in spin Hall effect of light [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(3): 0326002
- 尹红芳, 罗海陆, 文双春. 光自旋霍尔效应中横移的影响因素研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(3): 0326002
- 13 Li Chunfang, He Ying, Yang Yanfang. Representation theory and physical properties of finite electromagnetic beams [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(7): 072601
- 李春芳, 何英, 杨艳芳. 有限光束的表示方法及物理性质 [J]. *激光与光电子学进展*, 2010, **47**(7): 072601
- 14 C. F. Li. Physical evidence for a new symmetry axis of electromagnetic beams [J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **79**(5): 053819
- 15 C. F. Li. Spin and orbital angular momentum of a class of nonparaxial light beams having a globally defined polarization [J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **80**(6): 063814
- 16 Q. Zhan. Properties of circularly polarized vortex beams [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(7): 867~869