

# 同轴电介质-金属-电介质结构表面 等离子元色散研究

彭 杨 侯 静\* 陆 启 生

(国防科学技术大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 从平面电介质-金属薄膜-电介质对称结构中表面等离子元的色散方程出发,建立模型推导得到了同轴电介质-金属薄膜-电介质结构中表面等离子元的色散方程,在这种结构中各阶模式都发生了分裂,形成了高折射率高损耗和低折射率低损耗的两种模式,该模型为理解同轴电介质-金属薄膜-电介质结构表面等离子元模式的传播提供了直观的图像。用色散方程计算了  $0.5\sim 1.5\ \mu\text{m}$  波长范围内各阶模式的等效折射率以及传输损耗,并将该结果与有限元方法数值模拟得到的结果进行对比分析,分析表明,两者吻合得很好。并分析了计算结果以及色散方程的适用范围。

**关键词** 表面光学;表面等离子元;长程表面等离子体波;色散关系;有限元法

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.1024001

## Dispersion of Surface Plasmon Modes in Coaxial Dielectric-Metal-Dielectric Structure

Peng Yang Hou Jing Lu Qisheng

(College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** The dispersion relation for coaxial dielectric-metal-dielectric structure by making an explicit connection with the planar dielectric-metal-dielectric structure is obtained. Each mode splits into a high effective refractive index branch and a low effective refractive index branch. An intuitive picture that allows for a qualitative understanding is provided. The effective refractive indexes and propagation losses of the modes are calculated by using the analytical dispersion expression. They fit well with the numerical simulation results obtained by using finite element method in the range of  $0.5\sim 1.5\ \mu\text{m}$ . The results the applicability of the dispersion equation are also analyzed.

**Key words** surfaces optics; surface plasmon polaritons; long-range surface-plasma wave; dispersion relation; finite element method

**OCIS codes** 240.6680; 240.6690; 260.2030

## 1 引 言

近些年来,随着金属表面等离子元(SPP)研究和应用的发展,同轴电介质-金属-电介质(DMD)结构越来越多的出现在微纳光学元件和光纤表面等离子体极化传感器<sup>[1~5]</sup>中,研究这种结构中的 SPP 模

式及其色散特性,对理解其在传感器等装置中的作用具有很大意义。

早在 1974 年 Pfeiffer 等<sup>[6]</sup>就对圆柱结构中的 SPP 模式进行了理论研究。1981 年, Sarid<sup>[7]</sup>从理论上研究了金属薄膜表面的等离子体模式:随着金属

收稿日期: 2011-04-25; 收到修改稿日期: 2011-05-30

基金项目: 教育部“新世纪优秀人才支持计划”(NCET-08-0142)资助课题。

作者简介: 彭 杨(1983—),男,博士研究生,主要从事表面等离子体极化方面的研究。E-mail: pynudt@yahoo.com.cn

导师简介: 陆启生(1942—),男,教授,博士生导师,主要从事激光物质相互作用和非线性光学等方面的研究。

E-mail: Luqsheng@2118.cn

\* 通信联系人。E-mail: houjing25@sina.com

膜厚度的减小, SPP 模式分裂成了两支, 其中一支的传输损耗随金属膜厚度减小而增大, 另一支则减小, 损耗低的这支被称为长程表面等离子体波(Long-range surface-plasma wave)。1992 年 Al-Bader 等<sup>[8-10]</sup>对电介质纤芯金属柱上的表面等离子体模式进行了理论研究。2008 年 Schmidt 等<sup>[11]</sup>提出了金属圆柱 SPP 的螺旋线模型(spiralling model), 假设 SPP 的波矢由轴向和角向两个分量合成, SPP 在圆柱表面螺旋形传播, 并由该模型得到了金属圆柱 SPP 的色散方程。2009 年 Catrysse<sup>[12]</sup>采用和螺旋线模型一样的近似, 研究了共轴等离子结构与金属-绝缘体-金属(MIM)对称平面结构中 SPP 色散之间的关系, 建立了简单的理论模型, 其计算得到的各阶模式的色散和损耗与用 FDTD 方法数值模拟得到的结果吻合得很好。本文从平面电介质-金属-电介质结构中 SPP 模式的色散方程出发, 利用螺旋线模型对同轴 DMD 结构中的 SPP 模式进行了研究。

## 2 同轴电介质-金属-电介质结构

如图 1 所示, 同轴 DMD 内部材料介电常数为  $\epsilon_1$ , 内圈半径  $r_1$  为微米量级, 金属薄膜介电常数为  $\epsilon_2$ , 厚度  $d$  为数十纳米量级,  $d$  远小于 SPP 的波长,

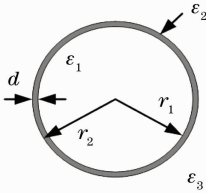


图 1 同轴电介质-金属-电介质结构示意图

Fig. 1 Schematic of coaxial dielectric-metal-dielectric structure

同时  $r_1 \gg d$ , 金属圆环外为电介质 2, 外圈半径  $r_2 = r_1 + d$ , 圆环内外电介质的介电常数相同则为对称结构, 不同则为非对称结构, 本文将主要对对称结构进行研究。

## 3 同轴电介质-金属-电介质对称结构色散方程

对于平面 DMD 结构, 当金属膜厚度远小于 SPP 波长时, 在 DMD 结构中能够激发 TM 模式表面等离子体波沿界面方向传播, 传播常数为  $\beta_{\text{IMI}}$ , 其色散方程为<sup>[13,14]</sup>

$$\tanh(k_2 d) = - \left( \frac{\epsilon_2 k_1}{\epsilon_1 k_2} + \frac{\epsilon_2 k_3}{\epsilon_3 k_2} \right) / \left( 1 + \frac{\epsilon_2 k_1}{\epsilon_1 k_2} \cdot \frac{\epsilon_2 k_3}{\epsilon_3 k_2} \right), \quad (1)$$

式中  $k_i^2 = \beta_{\text{IMI}}^2 - k_0^2 \epsilon_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ),  $\epsilon_{1,2,3}$  分别为电介质 1、金属、电介质 2 的介电常数,  $k_0 = \omega/c$  为自由空间中的波矢。对于共轴 DMD 结构中的 SPP 模式, 假设其总的传播常数与平面 DMD 结构中的传播常数相等,

$$\beta^2 + k_\theta^2 = \beta_{\text{IMI}}^2, \quad (2)$$

式中  $\beta$  为波矢沿轴向(垂直于横截面方向)的分量,  $k_\theta$  为波矢在横截面内角向的分量, 波矢没有横截面内径向的分量。当横截面圆周长为角向波长的整数倍时, 同轴 DMD 结构中就能形成 SPP 模式,

$$k_\theta 2\pi r = 2\pi v, \quad (3)$$

式中  $v$  为整数, 圆周半径相比 SPP 的趋肤深度越大, 模型的近似就越准确。

利用(2)和(3)式, 将(1)式中  $k_i$  的分别替换为

$$\sqrt{\beta^2 + (v/r)^2 - k_0^2 \epsilon_i} \quad (i = 1, 2, 3),$$

式中  $r = (r_1 + r_2)/2$ ,  $v$  是表示角向波矢的整数, 这样就得到同轴 DMD 结构中 SPP 的色散方程

$$\tanh \left[ \sqrt{\beta^2 + (v/r)^2 - k_0^2 \epsilon_2} d \right] = - \left[ \frac{\epsilon_2 \sqrt{\beta^2 + (v/r)^2 - k_0^2 \epsilon_1}}{\epsilon_1 \sqrt{\beta^2 + (v/r)^2 - k_0^2 \epsilon_2}} + \frac{\epsilon_2 \sqrt{\beta^2 + (v/r)^2 - k_0^2 \epsilon_3}}{\epsilon_3 \sqrt{\beta^2 + (v/r)^2 - k_0^2 \epsilon_2}} \right] / \left[ 1 + \frac{\epsilon_2 \sqrt{\beta^2 + (v/r)^2 - k_0^2 \epsilon_1}}{\epsilon_1 \sqrt{\beta^2 + (v/r)^2 - k_0^2 \epsilon_2}} \cdot \frac{\epsilon_2 \sqrt{\beta^2 + (v/r)^2 - k_0^2 \epsilon_3}}{\epsilon_3 \sqrt{\beta^2 + (v/r)^2 - k_0^2 \epsilon_2}} \right]. \quad (4)$$

在分析中采用等效折射率  $n_{\text{eff}} = \beta/k_0$  代替轴向传播常数  $\beta$  来描述各模式的性质,  $n_{\text{eff}}$  的实部表示模式的色散, 虚部表示模式的损耗。在(1)式中, 当  $\epsilon_1 = \epsilon_3$  时, 为对称平面 DMD 结构, 金属膜很薄时, 上下两个界面上的 SPP 相互耦合, 模式分裂成两

支, 对应方程的两个解, 高频模式  $\omega^+$  和低频模式  $\omega^-$ 。高频模式等效折射率小, 损耗低; 低频模式等效折射率大, 损耗大<sup>[11]</sup>。和平面结构一样, 同轴 DMD 结构中的 SPP 模式, 每个  $v$  值也对应有两个解, 一个等效折射率小, 损耗低, 一个等效折射率大, 损耗大。

## 4 数值计算结果对比

为了验证(4)式对同轴 DMD 结构 SPP 模式计算的准确性,使用全矢量有限元软件 COMSOL 进行模拟,将数值模拟结果与方程求解结果进行比较。金属膜材料为银,其介电常数随波长的变化采用 CRC Handbook of Chemistry and Physics<sup>[15]</sup> 中的数据。银膜两侧的电介质材料为熔融石英,其折射率的变化采用文献[16]中的 Sellmeier 色散公式。

图 2 给出了  $r_1=10\ \mu\text{m}$ ,  $d=40\ \text{nm}$  时理论模型和数值模拟得到的结果,图 2 中的双划线分别表征金属和电介质平面结构间 SPP 的色散和损耗,其计算式为

$$n_{\text{spp}}^2 = \epsilon_1 \epsilon_2 / (\epsilon_1 + \epsilon_2), \quad (5)$$

实线分别表示理论模型得到的同轴 DMD 结构中第 0、4 阶模式的色散和损耗;双划线下方的实线对应于平面 DMD 结构中的高频模式  $\omega^+$ ;上方实线对应于平面 DMD 结构中的低频模式  $\omega^-$ ;圆点为数值模拟得到的结果,图 2(a),(c)中的虚线为熔融石英的色散曲线。从图 2 中可以看到,  $r_1=10\ \mu\text{m}$  时,由(4)式求得的结果与数值模拟的结果吻合得非常好。在  $0.5\sim 1.5\ \mu\text{m}$  波长范围内  $\text{Re } n_{\text{eff}}$  最大偏差小于  $0.03\%$ 。当电介质圆柱直径比较大时,由(3)式可知,各阶模式的  $k_\theta$  相差很小,色散以及损耗都相隔很近。

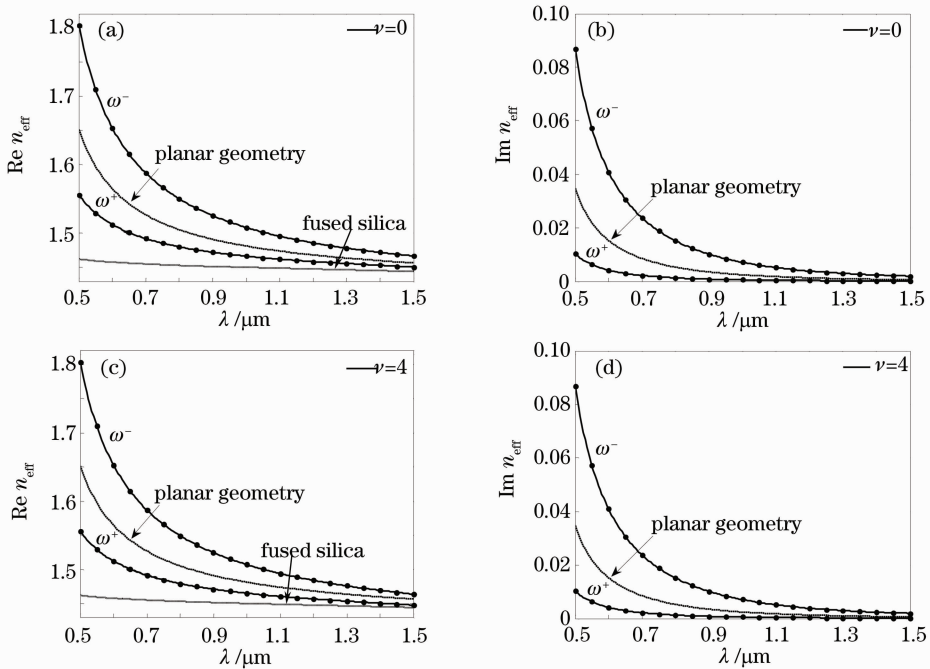


图 2 石英圆柱半径  $10\ \mu\text{m}$ , 银膜厚度  $40\ \text{nm}$  时,同轴 DMD 结构中第 0 阶和第 4 阶 SPP 模式的色散和损耗

Fig. 2 Dispersion and loss of the zeroth, fourth order modes of the coaxial DMD structure, when the radius of the silica cylinder is  $10\ \mu\text{m}$  and the thickness of Ag film is  $40\ \text{nm}$

接下来结合各阶模式的能量和场分布来进行分析。

图 3,4 分别给出了  $r_1=10\ \mu\text{m}$ ,  $d=40\ \text{nm}$ 、波长  $1500\ \text{nm}$  时,  $0\sim 4$  阶低频模式和高频模式的能流分布以及  $y=0$ ,  $x$  在  $9.85\sim 10.2\ \mu\text{m}$  线段上,  $v=0$  阶模式  $E_x$  的归一化分布图。可以看出,低频模式银膜两侧的电场方向相反,银膜外层场强比内层大,而高频模式银膜两侧的电场方向相同,银膜外层场强比内层小。随着波长的增加或者圆柱半径的减小,这种差别越明显,而且相对于低频模式,高频模式的能量更多的分布在电介质中,金属中的能量少一些,相应的高频模式的损耗也就小一些。

图 5 给出了  $r_1=5\ \mu\text{m}$ ,  $d=40\ \text{nm}$  时由理论模型和数值模拟得到的 SPP 模式的色散和损耗,两者仍然吻合得很好,但随着圆柱半径减小和波长的增大,理论模型的误差稍有增大。在图 5(c),(d)中出现了两个比较特殊的现象。在图 5(c)中,  $\omega^+$  第 4 阶模式的等效折射率在波长大于  $1.3\ \mu\text{m}$  后比熔融石英的小,而且模式并没有很快截止。可以认为这是由于高阶  $\omega^+$  模式的等效折射率  $n_{\text{eff}}$  虚部较大,使得在熔融石英中径向(横截面内半径方向)的传播常数(用  $\sqrt{\epsilon_1 - n_{\text{eff}}^2}$  来表征),成为一个虚部较大的复数,使得电介质中能量在径向呈指数衰减,仍然被束缚在金属表面附近。如果金属介电常数的虚部变为零,

那么在模式的等效折射率接近熔融石英的折射率时模式就会截止。在图 5(d)中,数值模拟的结果在  $1.3 \mu\text{m}$  以前,  $\omega^+$  的各阶模式随着波长的增大损耗减小,当波长大于  $1.3 \mu\text{m}$  时,  $\omega^+$  第 4 阶的损耗随波长增加。可以认为这里模型计算结果与数值模拟结果出现偏差,主要是因为模型中未考虑金属膜内侧电介质中能量的二次吸收。随着波长增大、圆柱半径

减小或者模式阶数增大,SPP 模场的约束越来越弱,  $\omega^-$  的能量主要集中于金属膜外侧,约束的减弱对其损耗影响比较小,而  $\omega^+$  的能量主要集中在金属膜内侧,约束减弱时,内侧的场可以传输到对面的金属膜,被再次吸收,导致损耗增大。由于这个原因,  $r_1$  相比  $d$  仍然大很多的时候,在长波段利用色散方程计算高频模式的误差已经很大,模型不再适用。

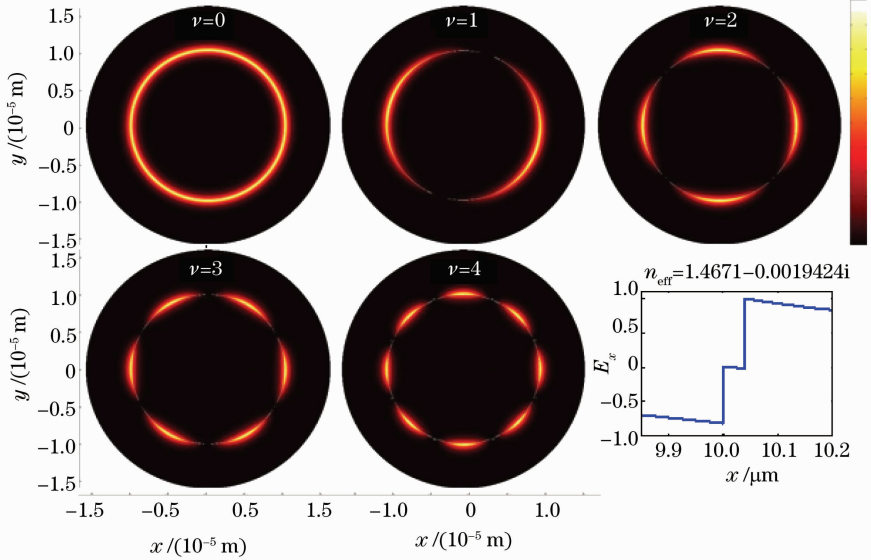


图 3  $r_1=10 \mu\text{m}$ ,  $d=40 \text{ nm}$  时低频模式 0~4 阶模式轴向能流分布图。右下角的图片画出了  $y=0$ ,  $x$  在  $9.85 \sim 10.2 \mu\text{m}$  线段上,  $\nu=0$  阶模式电场  $E_x$  的变化

Fig. 3 Energy-fluence distribution of the 0~4 order low-frequency modes in the normal direction. The graph in the low right is the  $E_x$  of  $\nu=0$  mode on the section of  $y=0$ ,  $x=9.85 \mu\text{m}$  to  $x=10.2 \mu\text{m}$

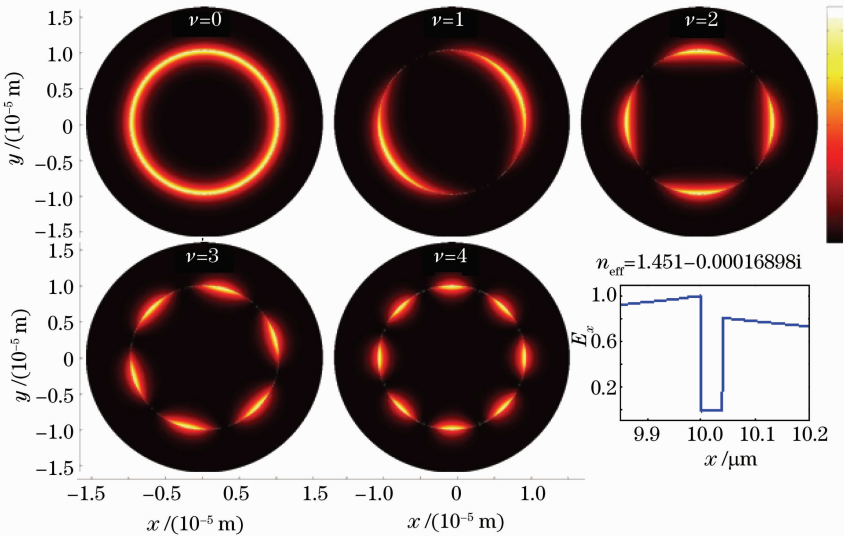


图 4  $r_1=10 \mu\text{m}$ ,  $d=40 \text{ nm}$  时高频模式 0~4 阶模式轴向能流分布图。右下角的图片画出了  $y=0$ ,  $x$  在  $9.85 \sim 10.2 \mu\text{m}$  线段上,  $\nu=0$  阶模式电场  $E_x$  的变化

Fig. 4 Energy-fluence distribution of the 0~4 order high-frequency modes in the normal direction. The graph in the low right is the  $E_x$  of  $\nu=0$  mode on the section of  $y=0$ ,  $x=9.85 \mu\text{m}$  to  $x=10.2 \mu\text{m}$

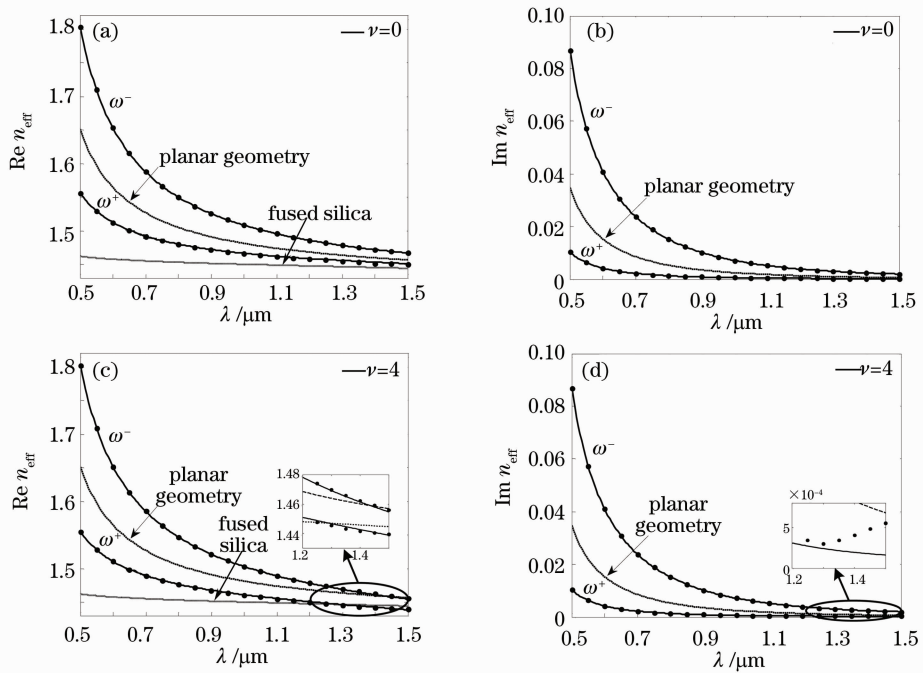


图5 石英圆柱半径  $5 \mu\text{m}$ , 银膜厚度  $40 \text{ nm}$  时, 同轴 DMD 结构中第 0 阶和第 4 阶 SPP 模式的色散和损耗  
 Fig. 5 Dispersion and loss of the zeroth, fourth order modes of the coaxial DMD structure, when the radius of the silica cylinder is  $5 \mu\text{m}$  and the thickness of Ag film is  $40 \text{ nm}$

## 4 结 论

从平面 DMD 结构 SPP 的色散方程出发, 由简单假设建立模型, 得到了共轴 DMD 结构 SPP 模式的色散方程。在这种结构中各阶模式都发生了分裂, 形成了高折射率高损耗和低折射率低损耗的两种模式, 色散方程计算的结果与利用有限元数值模拟的结果吻合得非常好。本文的工作对各种光纤镀金属膜结构表面等离子体共振 (SPR) 传感器的研究以及微纳光学元件的设计有一定的意义, 为更复杂共轴表面等离子体结构的研究提供了一种方法。

## 参 考 文 献

- 1 R. C. Jorgenson, S. S. Yee. A fiber-optic chemical sensor based on surface plasmon resonance [J]. *Sens. Actuators B*, 1993, **12**(3): 213~220
- 2 J. Homola, S. S. Yee, G. Gauglitz. Surface plasmon resonance sensors; review[J]. *Sens. Actuators B*, 1999, **54**(1-2): 3~15
- 3 Byoung-ho Lee, Sookyoung Roh, Junghyun Park. Current status of micro- and nano-structured optical fiber sensors[J]. *Opt. Fiber Technol.*, 2009, **15**(3): 209~221
- 4 Zeng Jie, Liang Dakai, Zeng Zhenwu *et al.*. Reflective optical fiber surface plasma wave resonance sensor [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(3): 404~409  
曾捷, 梁大开, 曾振武等. 反射式光纤表面等离子体共振传感器特性研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(3): 404~409
- 5 Guan Chunying, Yuan Libo, Shi Jinhui. Microstructured-fiber surface plasmon resonance sensor[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(2): 0206003  
关春颖, 苑立波, 史金辉. 微孔光纤表面等离子体共振传感特性

- 分析[J]. *光学学报*, 2011, **31**(2): 0206003
- 6 C. A. Pfeiffer, E. N. Economou. Surface polaritons in a circularly cylindrical interface: surface plasmons[J]. *Phys. Rev. B*, 1974, **10**(8): 3038~3051
- 7 Dror Sarid. Long-range surface-plasma waves on very thin metal films[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1981, **47**(26): 1927~1930
- 8 S. J. Al-Bader, M. Imtaar. Azimuthally uniform surface-plasma modes in thin metallic cylindrical shells[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1992, **28**(2): 525~533
- 9 S. J. Al-Bader, M. Imtaar. Optical fiber hybrid-surface plasmon polaritons [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1993, **10**(1): 83~88
- 10 Ursula Schröter, Alain Dereux. Surface plasmon polaritons on metal cylinders with dielectric core[J]. *Phys. Rev. B*, 2001, **64**(12): 125420
- 11 M. A. Schmidt, P. St. J. Russell. Long-range spiralling surface plasmon modes on metallic nanowires[J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(18): 13617~13623
- 12 Peter B. Catrysse, Shanhui Fan. Understanding the dispersion of coaxial plasmonic structures through a connection with the planar metal-insulator-metal geometry[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2009, **94**(23): 231111
- 13 Heinz Raether. *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1988. 24~29
- 14 Cao Di, Zhang Huifang, Tao Feng. Theoretical study on properties of surface plasmon polaritons at interfaces of metamaterials with three-layered asymmetric structures[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(8): 1601~1610  
曹迪, 张惠芳, 陶峰. 三层不对称人工电磁材料界面处表面等离子体激元的理论研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(8): 1601~1610
- 15 David R. Lide. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 84th edition[M]. Boca Raton: CRC Press, 2004. 12-150~12-151
- 16 I. H. Malitson. Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1965, **55**(10): 1205~1209