

利用环形子孔径哈特曼-夏克斜率数据复原全孔径波前相位算法研究

徐洪艳^{1,2,3} 鲜 浩^{1,2} 张雨东^{1,2}

(¹ 中国科学院光电技术研究所自适应光学实验室, 四川 成都 610209
² 中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209; ³ 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要 提出了一种适用于哈特曼-夏克波前传感器的环形子孔径拼接检测技术的拼接复原算法。该算法通过建立各个环形子孔径内有效的哈特曼-夏克斜率数据和全孔径波前相位的关系, 避免了环形子孔径区域的波前复原过程, 从而有效地解决了环形子孔径区域的哈特曼-夏克波前传感器有效采样率低的问题。算法对斜率测量噪声较不敏感, 具有较好的抗噪声干扰的能力。算法对除球差的各阶像差均具有较高的精度; 算法对球差拼接复原后存在离焦残差, 分析表明残差的大小只与球差大小有关而与环形子孔径排布方式无关, 并通过去除球差的耦合误差得到较高的拼接复原精度。

关键词 信号处理; 非球面测量; 哈特曼-夏克波前传感器; 环形子孔径; 全孔径波前复原; 环形泽尼克多项式
中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0112005

Algorithm for Reconstructing the Whole-Aperture Wavefront from Annular Subaperture Hartmann-Shack Gradient Data

Xu Hongyan^{1,2,3} Xian Hao^{1,2} Zhang Yudong^{1,2}

¹Laboratory on Adaptive Optics, Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China
²Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China
³Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract A new algorithm is proposed for annular subaperture stitching technology based on Hartmann-Shack wavefront sensor. The algorithm can reconstruct the whole-aperture wavefront without reconstructing annular subaperture wavefront. The algorithm is feasible for the limited Hartmann sampling frequency in annular subaperture. By evaluating the sensitivity of the algorithm to the measurement noise of wavefront gradient data, the algorithm is not sensitive to the measurement noise of the wavefront gradient. The algorithm can stitch different aberrations except spherical aberrations with high precision. There is some defocus aberration in the residual aberration for reconstructing the spherical aberration, the root mean square value (RMS) of residual aberration depends on the RMS of the spherical aberration and it is decreased by removing the coupling error of the spherical aberration.

Key words signal processing; aspheric surface measurement; Hartmann-Shack wavefront sensor; annular subaperture; whole-aperture wavefront reconstruction; Zernike annular polynomials

OCIS codes 120.0120; 220.1250; 220.4840

1 引 言

光学非球面能够提高光学系统性能、改善成像

质量、缩小外形尺寸和减小仪器重量等, 因此广泛应用于各种光学系统尤其是大口径的光学系统。非球

收稿日期: 2010-04-07; 收到修改稿日期: 2010-06-12

作者简介: 徐洪艳(1981—), 女, 博士研究生, 主要从事光学检测方面的研究。E-mail: xhy_317@163.com

导师简介: 鲜 浩(1969—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事自适应光学技术与系统等方面的研究。

E-mail: xianhao@ioe.ac.cn

面检测方法一直是研究的热点和难点。传统的定量检测方法(如自准直法和补偿法等)均需要借助辅助光学元件如补偿器和大口径的平面镜。环形子孔径干涉拼接检测技术于1988年首次由 Y. M. Liu^[1]提出,该技术是一种避免使用辅助光学元件,利用干涉仪定量测量大口径旋转对称非球面的检测方法。自该技术提出后,研究者提出了不同的环形子孔径排布方式和相应不同的拼接复原算法,但相应的研究均针对以干涉仪为测量仪器的环形子孔径拼接检测方法^[1~4]。干涉仪的优点是检测精度高,但其缺点如测量动态范围较小、极易受测量环境影响等使得环形子孔径干涉检测技术在光学车间加工检测中的应用受到了限制。哈特曼-夏克波前传感器具有测量动态范围大,抗测量环境干扰能力强和测量精度相对较高等优点。

本文研究的基于哈特曼-夏克波前传感器的环形子孔径拼接检测技术取代了目前通用的环形子孔径拼接检测技术中的干涉仪,能够在较恶劣的测量环境下无需借助辅助光学元件实现直接测量非球面。哈特曼-夏克波前传感器目前广泛应用于传统的光学检测领域^[5~9]。目前国内外尚没有基于哈特曼-夏克波前传感器的环形子孔径拼接检测技术的研究。本文提出的拼接复原全口径波前相位的算法为发展基于哈特曼-夏克波前传感器环形子孔径拼接检测技术提供了核心算法模型。

子孔径拼接检测技术实现的关键问题之一是利用有效的算法将各个子孔径的测量数据拼接复原出全口径的波前相位,因此针对环形子孔径拼接技术的拼接算法一直是研究热点^[1~4]。M. Melozzi 等^[2]报道了一种有重叠区域的环形子孔径拼接检测方式并提出了基于重叠区域相位测量值的拼接算法。X. Hou 等^[3]对 Y. M. Liu 的算法进行了改进,引进了在环形区域正交的环形 Zernike 多项式基,避免了环形区域多项式不正交引进的耦合性误差从而提高了算法的精度。Wang Xiaokun 等^[4]同样采用了重叠区域的环形子孔径拼接检测方法,并提出了全局优化的环形子孔径相位拼接算法。上述算法均利用各个子孔径波前相位拼接复原全口径波前相位,适用于相位测量仪器如环形子孔径干涉仪拼接技术。针对基于哈特曼-夏克波前传感器的环形子孔径拼接检测技术,上述算法无法解决环形区域采样率过低和甚至无法正确复原波前相位的问题。

因此本文的目的是建立适用于哈特曼-夏克波前传感器的算法并正确的拼接复原出全口径波前相

位,同时对算法的精度进行分析。哈特曼-夏克波前传感器的斜率测量误差、匹配环形子孔径的排布方式都将影响全口径的拼接复原结果,本文分析评价了算法对斜率测量噪声的敏感度并分析评价了不同的环形子孔径排布方式对拼接算法的精度影响。本文将分析前35阶 Zernike 像差的拼接复原结果从而更精确的评价环形子孔径拼接检测技术的拼接复原精度和误差源。

2 算法的基本原理

由于哈特曼-夏克波前传感器有限的子孔径采样率,采用有重叠区域的环形子孔径拼接复原技术难度较大,本文采用互补的环形子孔径排布方式如图1所示。为了后续展开子孔径和全口径的波前相位,全口径的归一化坐标定义为

$$\epsilon_0 \leq R \leq 1, \quad 0 \leq T \leq 2\pi, \quad (1)$$

式中 ϵ_0 为全口径的中心遮拦比, R, T 为全口径的全局归一化极坐标。第一个子孔径的局部归一化坐标定义为

$$\epsilon_0/R_{\text{out}}^{(j)} \leq r_j \leq 1, \quad 0 \leq t_j \leq 2\pi, \quad (2)$$

式中 (r_j, t_j) 为第 j 个环形子孔径区域局部归一化坐标, $R_{\text{out}}^{(j)}$ 为第 j 个环形子孔径外边界。子孔径的局部归一化坐标和全口径的全局归一化坐标的关系为

$$r_j = R / \prod_{j=j+1}^K \epsilon_j, \quad t_j = T, \quad (3)$$

式中 K 为环形子孔径的数目。当有多个匹配环形子孔径时,坐标关系依上述说明类推。

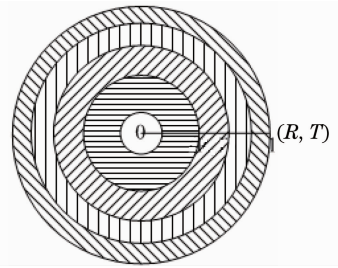


图1 环形子孔径排布方式和坐标系定义
Fig. 1 Layout of annular subapertures and definition of the coordinate system

由于环形 Zernike 多项式不仅在环形区域正交,当环形区域的中心遮拦比为零时,环形 Zernike 多项式即衰减为通常在圆形区域正交的圆形 Zernike 多项式。因此带有调整误差的全口径的波前相位可以表示为全口径的波前相位和各个环形子孔径的调整误差的和^[13]

$$W = \sum_{j=1}^M \sum_{i=0}^3 a_{i,j} z_{i,j}(r_j, t_j, \epsilon_j) + \sum_{i=4}^L A_i Z_i(R, T, \epsilon_0), \quad (4)$$

式中 L 为环形 Zernike 多项式的模式项数, M 为环形子孔径的数目。 $a_{i,j}$ 为第 j 个环形子孔径的第 i 阶环形 Zernike 多项式的系数, A_i 为全孔径波前相位在全局坐标系下的第 i 阶环形 Zernike 多项式系数。

Z_i 为第 i 阶环形 Zernike 多项式的表达式。

根据哈特曼-夏克传感器的基本原理,对(4)式的两边分别进行 X, Y 两个方向的偏导并在微透镜阵列的子孔径区域内进行积分。对于第 j 个匹配环形子孔径内的第 k 个哈特曼-夏克波前传感器的子孔径,其 X, Y 方向的斜率可以表示为

$$\begin{cases} G(x_{k,j}) = \frac{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^3 a_{i,j} \int_{\sigma_{k,j}} \frac{\partial}{\partial X} z_i(R_j / \prod_{j=j+1}^M \epsilon_j, T, \epsilon_j) dXdY}{\int_{\sigma_{k,j}} dXdY} + \sum_{i=4}^L A_i \frac{\int_{\sigma_{k,j}} \frac{\partial}{\partial X} Z_i(R, T, \epsilon_0) dXdY}{\int_{\sigma_{k,j}} dXdY} \\ G(y_{k,j}) = \frac{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^3 a_{i,j} \int_{\sigma_{k,j}} \frac{\partial}{\partial Y} z_i(R_j / \prod_{j=j+1}^M \epsilon_j, T, \epsilon_j) dXdY}{\int_{\sigma_{k,j}} dXdY} + \sum_{i=4}^L A_i \frac{\int_{\sigma_{k,j}} \frac{\partial}{\partial Y} Z_i(R, T, \epsilon_0) dXdY}{\int_{\sigma_{k,j}} dXdY} \end{cases}, \quad (5)$$

式中 $\sigma_{k,j}$ 为第 j 个环形子孔径区域内第 k 个有效采样的微透镜阵列子孔径的面积, $X = R \cos T, Y = R \sin T$ 。对(5)式进行矩阵化后得

$$G_{2S \times 1} = [[T]_{(2 \times S) \times (3 \times M)} [C]_{(2 \times S) \times (N-3)}]_{(2 \times S) \times [N + (M-1) \times 3]} A A_{(M-1) \times 3 + N}, \quad (6)$$

式中 S 为全部的匹配环形子孔径区域内的微透镜阵列的有效采样子孔径数目,有效采样斜率向量为

$$G_j = [G(x_{1,1}), G(y_{1,1}), G(x_{1,2}), \dots, G(x_{1,s}), G(y_{1,s})], \quad G = [G_1, G_2, \dots, G_M]^T. \quad (7)$$

系数向量 A 可以表示为

$$A = [a_{1,1}, a_{1,2}, a_{1,3}, \dots, a_{M,1}, a_{M,2}, a_{M,3}, A_4, A_5, \dots, A_N]^T. \quad (8)$$

以最小二乘法为原则,求解(6)式后,即可求得 A 。 A 求解后即可复原得到全孔径的波前相位。

3 算法的精度分析

3.1 算法对斜率测量噪声和子孔径排布方式的敏感度分析

如图 2 所示,将中心遮拦比为 0.2 的 60×60 子孔径阵列的哈特曼-夏克波前传感器分割成为 4 个

环形子孔径。为了评价算法对斜率测量噪声的敏感度,给测量的斜率数据添加噪声信息,其噪声分布特点是均值为 0、方差为 δ 的信号;并定义信噪比为噪声斜率值方差与信号斜率值方差的比值

$$\tau = \frac{\delta}{\Delta}. \quad (9)$$

式中 τ 为斜率数据的噪声信号比, δ 为高斯噪声信号的方差, Δ 为信号斜率信号的方差。

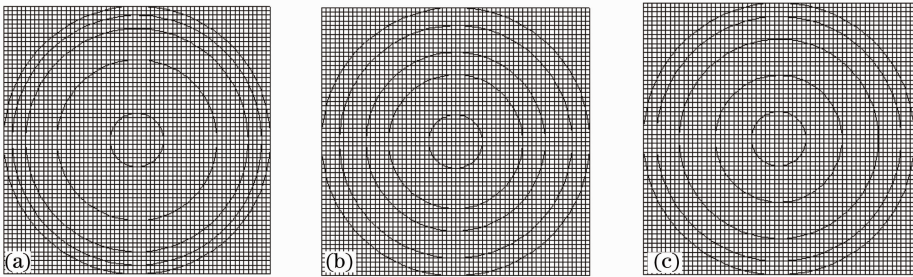


图 2 三种不同的环形子孔径排布方式。(a)排布方式 1,(b)排布方式 2,(c)排布方式 3

Fig. 2 Three different annular subaperture configurations, (a) configuration 1, (b) configuration 2, (c) configuration 3

如图 3(a)所示为原始波前相位,该波前相位的峰谷(PV)值和均方根(RMS)分别为 $f_{PV}=9.700\lambda$, $f_{RMS}=0.860\lambda$,其中 λ 为波长。将该波前相位分割成四个环形子孔径区域的被测量波前相位并在不同的环形子孔径区域添加不同的调整误差。如图 3(b)所示为图 2(a)所示环形子孔径排布方式下的不同环形子孔径区域的被测量波前相位。在不添加斜率探测噪声的情况下利用前述的算法拼接复原的全孔径波前相位如图 3(c)所示,其峰谷值和均方根分别为 $f_{PV}=9.700\lambda$, $f_{RMS}=0.860\lambda$;其残余波前相位如图 3(d)所示,其峰谷值和均方根分别为 $f_{PV}=0.012\lambda$, $f_{RMS}=0.002\lambda$ 。添加斜率测量噪声水平为 0.1 情况下拼接复原后的残余波前相位如

图 3(e)所示,其峰谷值和均方根分别为 $f_{PV}=0.086\lambda$, $f_{RMS}=0.016\lambda$ 。添加斜率测量噪声水平为 0.2 情况下拼接复原后的残余波前相位如图 3(f)所示,其峰谷值和均方根分别为 $f_{PV}=0.169\lambda$, $f_{RMS}=0.030\lambda$ 。

对上述三种不同环形子孔径排布方式分别添加不同斜率探测噪声水平,并对同一环形子孔径排布方式下在同一斜率探测噪声水平下进行 100 次拼接复原,将复原后的残余波前相位的峰谷值和均方根误差进行平均后得到结果如表 1 所示。上述的分析结果表明该算法对不同环形子孔径排布方式和不同斜率测量噪声均不敏感,算法具有较好的稳定性和较高的精度。

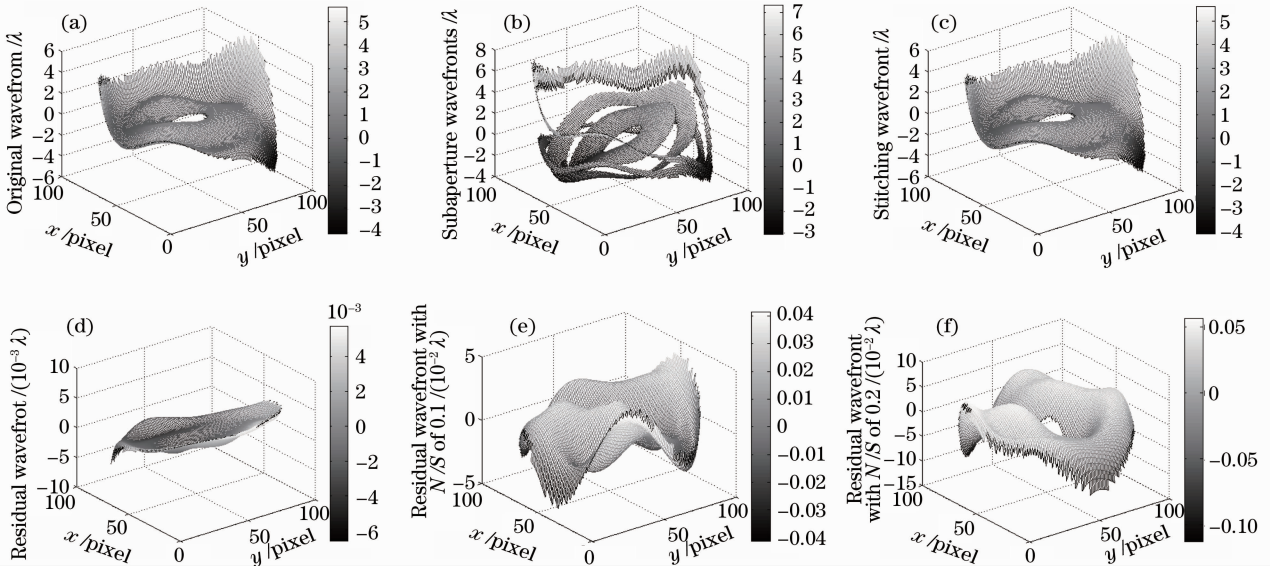


图 3 拼接复原结果。(a)原始波前,(b)被测量波前,(c)拼接复原波前($\tau=0$),(d)残余波前($\tau=0$),(e)斜率探测噪声比为 $\tau=0.10$ 的残余波前,(f)斜率探测噪声比为 $\tau=0.20$ 的残余波前

Fig. 3 Reconstruction result for stitching. (a) original wavefront before stitching reconstruction, (b) wavefront to be tested, (c) reconstructed wavefront with $\tau=0$, (d) residual wavefront with $\tau=0$, (e) residual wavefront with $\tau=0.10$, (f) residual wavefront with $\tau=0.20$

表 1 不同环形子孔径排布方式在不同斜率探测噪声下复原的残余波前相位的峰谷值和均方根误差

Table 1 f_{PV} and f_{RMS} values for different annular subaperture configurations with different values of τ

	$\tau=0$	$\tau=0.05$	$\tau=0.10$	$\tau=0.15$	$\tau=0.20$	$\tau=0.30$
Configuration 1	$f_{PV}=0.012$	$f_{PV}=0.046$	$f_{PV}=0.095$	$f_{PV}=0.132$	$f_{PV}=0.184$	$f_{PV}=0.265$
	$f_{RMS}=0.002$	$f_{RMS}=0.008$	$f_{RMS}=0.015$	$f_{RMS}=0.022$	$f_{RMS}=0.029$	$f_{RMS}=0.043$
Configuration 2	$f_{PV}=0.012$	$f_{PV}=0.047$	$f_{PV}=0.090$	$f_{PV}=0.137$	$f_{PV}=0.188$	$f_{PV}=0.293$
	$f_{RMS}=0.002$	$f_{RMS}=0.008$	$f_{RMS}=0.017$	$f_{RMS}=0.025$	$f_{RMS}=0.032$	$f_{RMS}=0.051$
Configuration 3	$f_{PV}=0.012$	$f_{PV}=0.050$	$f_{PV}=0.097$	$f_{PV}=0.140$	$f_{PV}=0.199$	$f_{PV}=0.283$
	$f_{RMS}=0.002$	$f_{RMS}=0.008$	$f_{RMS}=0.016$	$f_{RMS}=0.023$	$f_{RMS}=0.033$	$f_{RMS}=0.047$

3.2 算法对不同像差的拼接精度分析

为了进一步分析算法对不同像差的拼接精度,利用第一种环形子孔径排布方式对前 35 阶 Zernike 多项式像差拼接复原后得残余波前相位的

均方根误差如图 4 所示,从中可以看出球差存在相对较大的误差。如图 5 所示,图中符号标示线为三种环形子孔径排布方式下球差与拼接复原后残余波前像差的二者均方根的关系图,图中实线为球差展开

后的离焦像差与球差的均方根的关系图。从图 5 可以看出,球差拼接复原后的残余像差量与相应球差的离焦耦合误差量相吻合。如图 6 所示为球差拼接复原结果,图 6(c)为直接拼接复原的残余波前像差,其残余波前相位为离焦像差。依据上述分析在拼接复原的全孔径波前相位中去除相应球差的耦合离焦量后得到的全孔径残余波前像差如图 6(d)所示。从上述分析可以得出如下结论:球差直接拼接复原的残差波前像差是由球差与离焦像差之间的耦合而引进,因此该残差量可以通过去除球差的离焦耦合误差量得以有效减小。

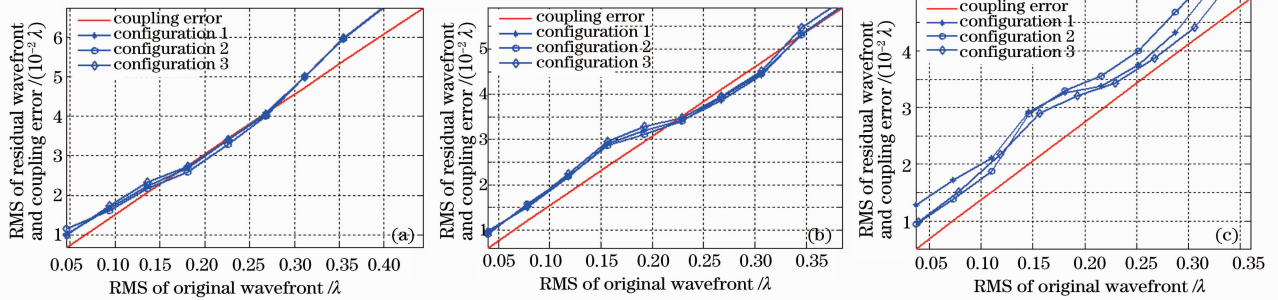


图 5 拼接复原后的残余波前像差 RMS 值与球差 RMS 值的关系以及球差和离焦的耦合关系量。

(a) 4 次方球差, (b) 6 次方球差, (c) 8 次方球差

Fig. 5 RMS of residual wavefront of spherical aberration and coupling error between the spherical and defocus aberration.

(a) 4-order spherical aberration, (b) 6-order spherical aberration, (c) 8-order spherical aberration

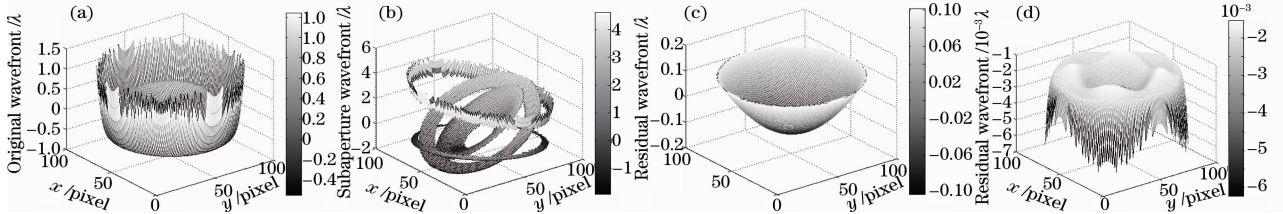


图 6 球差拼接复原结果。(a)原始球差波前相位,(b)测量波前,(c)复原后的残余波前,(d)去除耦合误差后的残余波前

Fig. 6 Result of stitching reconstruction for spherical aberration. (a) original spherical wavefront, (b) wavefront to be tested, (c) directly reconstructed residual wavefront, (d) residual wavefront after removing coupling error

如图 7 所示为前 35 阶 Zernike 像差拼接复原的残余波前像差的均方根值,如图 8 所示为第 5 阶 Zernike 像差的拼接复原结果。从图 7 和图 8 可知,算法对各阶像差均具有较高的拼接复原精度。

4 结 论

本文的算法建立了环形子孔径斜率数据与全孔径波前相位的直接关系,避免了环形子孔径区域的波前复原问题从而解决了匹配环形子孔径区域的哈特曼-夏克波前传感器有效采样率低的问题。算法具有较高的拼接复原精度,同时具有较好的抗斜率测量噪声的能力,在不同的环形子孔径排布方式伴

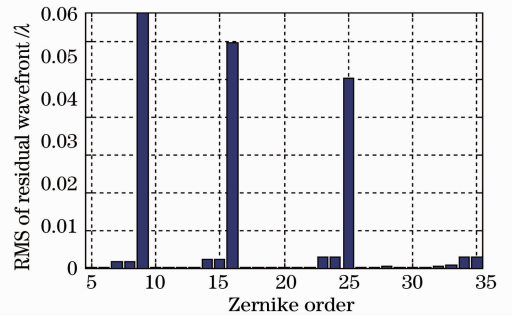


图 4 前 35 阶 Zernike 像差拼接复原后的残余波前相位均方根柱状图

Fig. 4 RMS value bar of the residual wavefront phase for the 35 Zernike aberrations after stitching reconstruction

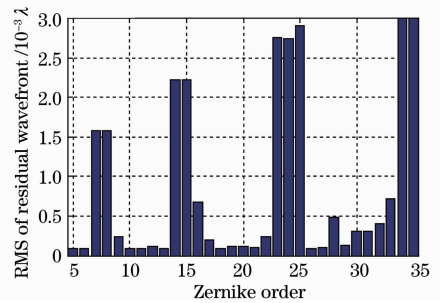


图 7 去除耦合误差后前 35 阶像差的残余波前像差均方根柱状图

Fig. 7 RMS value bar of the residual wavefronts for the 35 Zernike aberrations after removing coupling error

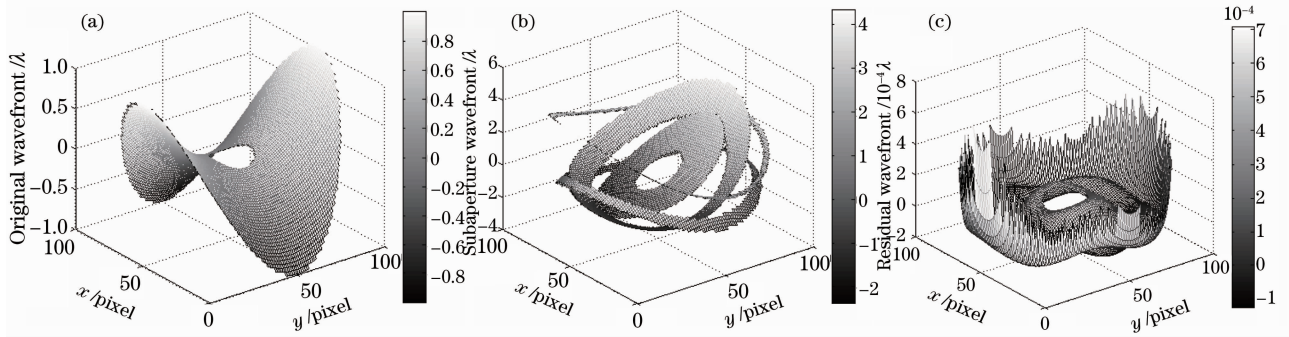


图 8 第 5 阶 Zernike 像差的拼接复原结果。(a)原始波前,(b)测量波前,(c)拼接复原后的残余波前

Fig. 8 Reconstruction result for 5th Zernike aberration. (a) original wavefront, (b) wavefronts to be tested, (c) residual wavefront

随噪声信息情况下均取得较高的拼接复原精度。在互补的环形子孔径排布方式下虽然没有重叠区域的相位作为绝对参考标准,该算法仍然能够以较高的精度拼接复原不同类型的像差。球差拼接复原后会引进一定的离焦误差,可以通过去除耦合误差取得更高的拼接复原精度。

参 考 文 献

- 1 Y. M. Liu, G. N. Lawrence, C. L. Koliopoulos. Subaperture testing of aspheres with annular zone [J]. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(21): 4504~4513
- 2 M. Melozzi, L. Pezzati, A. Mazzone. Testing aspheric surfaces using multiple annular interferograms [J]. *Opt. Engng.*, 1993, **32**(7): 1073~1079
- 3 X. Hou, F. Wu, L. Yang *et al.*. Full-aperture wavefront reconstruction from annular subaperture interferometric data by use of Zernike annular polynomials and a matrix method for testing large aspheric surface [J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(15): 3442~3455
- 4 Wang Xiaokun, Wang Lihui, Yin Longhai *et al.*. Measurement of large aspheric surfaces by annular subaperture stitching interferometry [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(11): 645~647
- 5 Rao Xuejun, Ling Ning, Wang Cheng *et al.*. Application of Hartmann-Shack sensor in aspheric process [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(4): 491~494
饶学军, 凌宁, 王成等. 哈特曼-夏克传感器在非球面加工中的应用[J]. *光学学报*, 2002, **22**(4): 491~494
- 6 Zheng Hanqing, Rao Changhui, Rao Xuejun *et al.*. Wavefront stitching detection method based on Hartmann-Shack wavefront sensor [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3385~3390
郑翰清, 饶长辉, 饶学军等. 基于哈特曼-夏克波前传感器的波面拼接检测方法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(12): 3385~3390
- 7 Tang Guomao, He Yumei, Liao Zhou. Radial Hartmann method for measuring large optical system [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(3): 795~799
汤国茂, 何玉梅, 廖周. 大型光学系统径向哈特曼像质检测方法[J]. *中国激光*, 2010, **37**(3): 795~799
- 8 Liang Chun, Liao Wenhe, Shen Jianxin *et al.*. An adaptive detecting centroid method for Hartmann-Shack wavefront sensor [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(2): 430~434
梁春, 廖文和, 沈建新等. Hartmann-Shack波前传感器的自适应质心探测方法[J]. *中国激光*, 2009, **36**(2): 430~434
- 9 He Yumei, Tang Guomao. Alignment for radial Hartmann test system [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(s2): 243~247
何玉梅, 汤国茂. 径向哈特曼检测系统的光轴对准[J]. *中国激光*, 2009, **36**(s2): 243~247
- 10 R. G. Lane, M. Tallon. Wavefront reconstruction using a Shack-Hartmann sensor [J]. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(32): 6902~6908
- 11 W. Zou, Z. Zhang. Generalized wave-front reconstruction algorithm applied in a Shack-Hartmann test [J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(2): 250~268
- 12 Li Xinyang, Jiang Wenhan. Zernike modal wavefront reconstruction error of Hartmann-Shack wavefront sensor [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(10): 1236~1240
李新阳, 姜文汉. 哈特曼-夏克传感器的泽尼克模式波前复原误差[J]. *光学学报*, 2002, **22**(10): 1236~1240
- 13 Hongyan Xu, Hao Xian, Yudong Zhang. Algorithm and experiment of whole-aperture wavefront reconstruction from annular subaperture Hartmann-Shack gradient data [J]. *Opt. Express*, 2010, **18**(13): 13431~13443