

高斯-谢尔模型光束在有色差的分数傅里叶变换系统中的光谱特性

陈森会 张廷蓉 黄永超 宋宏远 张伟林 李艳桃

(四川师范大学物理与电子工程学院, 四川 成都 610101)

摘要 基于柯林斯(Collins)积分公式,导出了高斯-谢尔模型(GSM)光束在有色差的分数傅里叶变换(FRFT)系统中的光谱传输表达式,并以 Lohmann II 型系统为例,通过数值计算与分析,研究了色差大小、分数傅里叶变换阶数、以及相对横向坐标对输出面归一化光谱和相对谱移动的影响。研究表明,相对谱移动随 FRFT 阶数的变化而改变,色差的大小会影响相对谱移动的大小、光谱跃变发生的位置以及光谱跃变量的大小;相对谱移动随色差的变化而改变,在不同阶数的 FRFT 系统中,相对谱移动随色差的变化规律各不相同。此外,归一化的光谱和相对谱移动还随相对横坐标的变化而改变。

关键词 分数傅里叶变换;色差;柯林斯公式;高斯-谢尔模型光束

中图分类号 O433.4 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201131.0107001

Spectrum Properties of Gaussian-Shell Mode Beam in the Chromatics Aberrated Fractional Fourier Transforms System

Chen Senhui Zhang Tingrong Huang Yongchao Song Hongyuan
Zhang Weilin Li Yantao

(College of Physics and Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610101, China)

Abstract Based on the Collins integral formula, the analytical spectral equations of the propagation of Gaussian-Shell mode (GSM) beam through a chromatics aberrated fractional Fourier transform (FRFT) system are derived. By giving the example of Lohmann II system, the effect of chromatic aberration coefficient, FRFT order and the relative transverse coordinate on the normalized intensity distributions and relative spectral shift on exporting surface are analyzed numerically. It is shown that the relative spectral shift changes with the FRFT order. The value of chromatic aberration can affect the value of the relative spectrum shifting, the critical FRFT order, at which the spectral switch taking place, and the magnitude of the spectral jumping. The relative spectrum shift changes with FRFT, and there are differences of changing rules of that in systems with different FRFT order. In addition the normalized specteum and relative spectral shift change with the chromatic aberration coefficient and relative transverse coordinate as well.

Key words fractional Fourier transforms; chromatic aberration; Collins formula; Gaussian-Shell mode beam

OCIS codes 070.2575; 070.4790; 140.3295

1 引言

1988年, Wolf^[1]证明:当光源的光谱相干度满足定标定律时,从光源发出的光在传输中光谱保持不变;而违反定标定律的光源发出的光,即使在自由

空间中传输,其光谱也会发生变化,这种由于光源的光谱相干度违反定标定律的光谱变化就是相关诱导的光谱变化^[1~6]。此后的研究发现,满足定标定律的光源发出的光经光阑衍射后,在衍射光场也观察

收稿日期: 2010-08-18; 收到修改稿日期: 2010-10-02

基金项目: 四川省教育厅重点项目基金(09ZA089)资助课题。

作者简介: 陈森会(1984—),女,硕士研究生,主要从事光束传输与变换等方面的研究。

E-mail: chensenhui_71@yahoo.com.cn

导师简介: 张廷蓉(1962—),女,教授,硕士生导师,主要从事光束传输与变换等方面的研究。E-mail: trz_sc@163.com

到光谱的变化,这种光谱的变化称为衍射诱导的光谱变化^[7]。相关诱导的光谱变化和衍射诱导光谱变化的发现,激发了人们对光谱研究的热情,许多学者做了大量关于光谱的理论和实验研究。通过研究,人们发现透镜的色差对输出面的光谱也具有较大的影响^[8]。随后,人们又在理论和实验方面广泛地研究了透镜的色差对各类激光光束光谱的影响,并得出相应的结论^[9~12]。

另一方面,1993年,Lohmann^[13]提出实现光束分数傅里叶变换(FRFT)的两个等效的光学系统:Lohmann I型和Lohmann II型系统。随后,赵道木等^[14,15]、蔡阳健等^[16,17]和吴平等^[18,19]在理论和实验方面对各类激光光束通过FRFT系统的传输特性进行了广泛的研究。随着研究的深入,人们还讨论了FRFT系统中透镜的光阑效应^[20,21]、失调^[22]和球差^[23]等对输出面上光强分布的影响。理论上,一般认为激光光束是理想的单色光,事实上激光是有一定谱宽的准单色光,并且Lohmann I型和Lohmann II型系统均含透镜(理论和实验研究均已证实透镜的色差对输出面光谱具有较大影响^[8]),因此,研究激光光束在有色差的FRFT系统的光谱特性具有一定的实际意义。然而,在现有对光谱特性

的研究中,关于光束在FRFT系统中光谱特性的研究报道较少。2003年,Cai等^[24]采用张量方法研究了高斯-谢尔模型(GSM)光束在FRFT系统中的光谱特性^[24],但没有讨论系统中透镜的色差大小对输出面光谱的影响。本文将进一步研究GSM光束束在有色差的FRFT系统中传输的光谱特性,并得出相应的研究结果。

2 理论分析

光束通过傍轴ABCD光学系统后,在输出面上的光场分布可由柯林斯(Collins)公式^[25]导出

$$E(x, \omega) = \sqrt{\frac{\exp(-ikz)}{i\lambda B}} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_0, \omega) \times \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda B}(Ax_0^2 + Dx^2 - 2xx_0)\right] dx_0, \quad (1)$$

式中 $E(x_0, \omega)$ 表示入射面上的场分布, A, B, D 是系统传输矩阵中的光矩阵元, λ 表示波长,频率 ω 与波长的关系为 $\omega = 2\pi c/\lambda$, c 表示真空中的光速。利用交叉谱密度函数理论:

$$W(x_1, x_2, \omega) = \langle E(x_1, \omega) E^*(x_2, \omega) \rangle,$$

可得输出面上的交叉谱密度函数为

$$W(x_1, x_2, \omega) = \frac{1}{\lambda B} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W^0(x_{01}, x_{02}, \omega) \times \exp\left\{-\frac{i\pi}{\lambda B}[A(x_{01}^2 - x_{02}^2) + D(x_1^2 - x_2^2) - 2(x_1x_{01} - x_2x_{02})]\right\} dx_{01} dx_{02}, \quad (2)$$

式中 $E(x_1, \omega)$ 为输出面上 x_1 处的光场分布, $E^*(x_2, \omega)$ 为输出面上 x_2 处光场分布的复共轭, $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均, $W^0(x_{01}, x_{02}, \omega)$ 为入射面上的交叉谱密度。令入射面与 $z = 0$ 平面重合,GSM光束在入射面上的交叉谱密度函数^[26]可表示为

$$W(x_{01}, x_{02}, \omega) = S^0(\omega) \times \exp\left[-\frac{x_{01}^2 + x_{02}^2}{\omega_0^2}\right] \exp\left[-\frac{(x_{01} - x_{02})^2}{2\sigma^2}\right], \quad (3)$$

式中

$$S^0(\omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Gamma^2}\right]. \quad (4)$$

式中 ω 为频率, $S^0(\omega)$ 为源光谱, ω_0 为光束的宽度, ω_0 为中心频率, Γ 为源光谱的带宽, σ 表示GSM光束的空间相关长度。

实现光束FRFT的Lohmann I型和Lohmann II型系统如图1所示,图中 f_1 为标准焦距, p 为

FRFT阶数, $\phi = p\pi/2$, d_1, d_2 表示距离, f_{0j} ($j = I, II$)表示透镜在中心频率(波长)处的焦距, P_1, P_2 分别表示输入,输出平面。透镜的色差是由透镜材料的色散 $dn/d\lambda_0$ 所引起的。因此,有色差时透镜的焦距可表示为^[27]

$$f_j(\lambda) = f_{0j} + \left. \frac{df_j}{d\lambda} \right|_0 (\lambda - \lambda_0) = f_{0j} - \left. \frac{f_{0j}}{n-1} \frac{dn}{d\lambda} \right|_0 (\lambda - \lambda_0), \quad (5)$$

或

$$f_j(\omega) = f_{0j} + \left. \frac{df_j}{d\omega} \right|_0 (\omega - \omega_0) = f_{0j} \left[1 + \xi_j \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right) \right], \quad (6)$$

式中

$$\xi_j = \left. \frac{\omega_0}{f_{0j}} \frac{df_j}{d\omega} \right|_0. \quad (7)$$

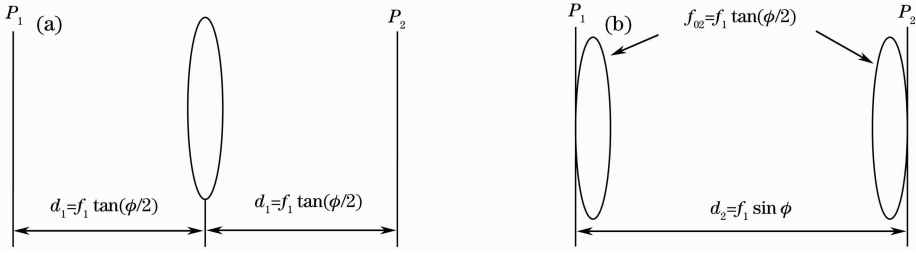


图1 实现光束 FRFT 的光学系统。(a)Lohmann I 型系统,(b)Lohmann II 型系统

Fig. 1 Optical systems for performing the fractional Fourier transform. (a) Lohmann I system, (b) Lohmann II system

利用矩阵光学理论,导出了 GSM 光束在有色差的 Lohmann I 型和 Lohmann II 型系统中的传输矩阵

$$\mathbf{R}_I^p(M) = \begin{bmatrix} A_I & B_I \\ C_I & D_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{2\sin^2 \frac{p\pi}{4}}{1 + \xi_I \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right)} & 2f_1 \tan \frac{p\pi}{4} \left[1 - \frac{\sin^2 \frac{p\pi}{4}}{1 + \xi_I \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right)} \right] \\ \frac{\sin \frac{p\pi}{2}}{f_1 \left[1 + \xi_I \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right) \right]} & 1 - \frac{2\sin^2 \frac{p\pi}{4}}{1 + \xi_I \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right)} \end{bmatrix}, \quad (8a)$$

$$\mathbf{R}_{II}^p(M) = \begin{bmatrix} A_{II} & B_{II} \\ C_{II} & D_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{2\sin^2 \frac{p\pi}{4}}{1 + \xi_{II} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right)} & f_1 \sin \frac{p\pi}{2} \\ \frac{2 \tan \frac{p\pi}{4}}{f_1 \left[1 + \xi_{II} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right) \right]} \left[1 - \frac{\sin^2 \frac{p\pi}{4}}{1 + \xi_{II} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right)} \right] & 1 - \frac{2\sin^2 \frac{p\pi}{4}}{1 + \xi_{II} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right)} \end{bmatrix}, \quad (8b)$$

式中 $\mathbf{R}_I^p(M)$, $\mathbf{R}_{II}^p(M)$ 分别表示有色差时 p 阶的 Lohmann I 型和 Lohmann II 型系统的传输矩阵,可以证明 $\mathbf{R}_j^p(M) = \mathbf{R}_j^{p+4n}(M)$ (n 任意整数, $j = I, II$)。显然,两系统的传输矩阵是否等效依赖于 FRFT 阶数、色差大小和光束的频率(有兴趣者可对此进行深入的研究)。当 $\xi = 0$ 时,(8)式可简化为

$$\mathbf{R}_I^p(M) = \mathbf{R}_{II}^p(M) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{p\pi}{2} & f_1 \sin \frac{p\pi}{2} \\ \left(\sin \frac{p\pi}{2} \right) / f_1 & \cos \frac{p\pi}{2} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

与文献[28]中的(8)式一致。

将(3)式和(8)式代入(2)式,经过积分,可得 GSM 光束在输出面上的交叉谱密度函数

$$W_j^p(x_1, x_2, \omega) = S^0(\omega) \frac{\omega}{2cB_j \sqrt{Q_j M_j}} \exp \left[-\frac{i\omega D_j}{2cB_j} (x_1^2 - x_2^2) \right] \times \exp \left[-\frac{\omega^2}{4c^2 B_j^2} \left(\frac{1}{Q_j} + \frac{1}{4Q_j^2 M_j \sigma^4} \right) x_1^2 - \frac{\omega^2}{4c^2 B_j^2 M_j} x_2^2 + \frac{\omega^2}{4c^2 B_j^2 Q_j M_j \sigma^2} x_1 x_2 \right], \quad (j = I, II), \quad (10)$$

式中

$$Q_j = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma^2} + \frac{i\omega A_j}{2B_j c}, \quad (11)$$

$$M_j = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma^2} - \frac{i\omega A_j}{2B_j c} - \frac{1}{4Q_j \sigma^4}, \quad (12)$$

当 $x_1 = x_2 = x$ 时,可得 GSM 光束在有色差的 FRFT 系统中的光谱传输表达式为

$$S_j^p(x, \omega) = W_j^p(x, x, \omega) = S^0(\omega) \frac{\omega}{2cB_j \sqrt{Q_j M_j}} \exp \left[-\frac{\omega^2}{4c^2 B_j^2} \left(\frac{1}{Q_j} + \frac{1}{M_j} + \frac{1}{4Q_j^2 M_j \sigma^4} - \frac{1}{Q_j M_j \sigma^2} \right) x^2 \right], \quad (j = I, II) \quad (13)$$

(13)式是本文得到的主要解析公式,该式表明:GSM 光束通过有色差的 FRFT 系统后,其光谱由色差系数 ξ_j 、FRFT 阶数 p 和空间相关长度 σ 等因素

共同决定。可以证明: $S_j^p(x, \omega) = S_j^{p+4n}(x, \omega)$, 即输出面上光谱随 FRFT 的阶数周期性变化,变化周期为 4。不考虑透镜色差时,(13)式可以化简为

$$S^p(x, \omega) = S_I^p(x, \omega) = S_{II}^p(x, \omega) = S^0(\omega) \frac{\omega}{2cf_1 \cos \frac{p\pi}{2} \sqrt{QM}} \times \exp \left[-\frac{\omega^2}{4c^2 f_1^2 \cos^2 \frac{p\pi}{2}} \left(\frac{1}{Q} + \frac{1}{M} + \frac{1}{4Q^2 M \sigma^4} - \frac{1}{QM\sigma^2} \right) x^2 \right], \quad (14)$$

式中

$$Q = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma^2} + \frac{i\omega}{2f_1 \tan \frac{p\pi}{2}}, \quad (15)$$

$$M = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma^2} - \frac{i\omega}{2f_1 \tan(p\pi/2)} - \frac{1}{4Q\sigma^4}, \quad (16)$$

显然,无色差时, $S^p(x, \omega) = S^{p+2n}(x, \omega)$ 。即不考虑透镜色差时,GSM 光束在输出面上的光谱随 FRFT 阶数呈周期性变化,变化周期为 2。

若 $x=0$, (13)式和(14)式分别表示 GSM 光束在有色差和无色差的 FRFT 系统中的轴上光谱。

$$S_j^p(0, \omega) = W_j^p(x, x, \omega) = S^0(\omega) \frac{\omega}{2cB_j \sqrt{Q_j M_j}} \quad (j = I, II) \quad (17)$$

$$S^p(0, \omega) = S_I^p(x, \omega) = S_{II}^p(x, \omega) = S^0(\omega) \frac{\omega}{2cf_1 \cos(p\pi/2) \sqrt{QM}}. \quad (18)$$

3 数值计算与分析

以 Lohmann II 型系统为例,当 GSM 光束的空间相关长度 σ 一定时,研究色差大小 $df_{II}/d\omega|_0$, FRFT 阶数 p 及相对横向坐标对输出面上归一化光

谱和相对谱移动的影响。为研究方便,定义归一化的光谱和相对谱移动:

$$S_N(x, \omega) = S(x, \omega)/S_{\max}(x, \omega_{\max}), \quad (19)$$

$$\delta\omega/\omega_0 = (\omega_{\max} - \omega_0)/\omega_0, \quad (20)$$

式中 $S_{\max}(x, \omega_{\max})$ 和 ω_{\max} 为光谱的最大值及其所对应的频率。显然,当 $\omega_{\max} > \omega_0$ ($\delta\omega/\omega_0 > 0$) 时,光谱为蓝移;当 $\omega_{\max} < \omega_0$ ($\delta\omega/\omega_0 < 0$) 时,光谱为红移。令 $\beta = \sigma/\omega_0$ 。计算参数为 $f_1 = 45 \text{ mm}$, $\omega_0 = 3 \text{ mm}$, $\Gamma = 0.6 \times 10^{15} \text{ s}$, $\omega_0 = 7.57 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ [27], $\beta = 0.01$ 。

3.1 GSM 光束在 Lohmann II 型系统输出面上的归一化光谱

图 2 为 GSM 光束在有色差的 FRFT 系统输出面上的归一化光谱曲线。从图中可知 FRFT 阶数 p 、色差系数 $df_{II}/d\omega|_0$ 以及相对横向坐标 x/ω_0 均对输出面的光谱具有较大影响。如图 2(b) 中,归一化的轴上光谱为蓝移,且蓝移量随着色差系数的增加而增大:当 $df_{II}/d\omega|_0 = -2.5 \times 10^{-18}$, -4×10^{-18} 和 $-5.4 \times 10^{-18} \text{ m/s}$ 时,对应的相对谱移量分别为 $\delta\omega/\omega_0 = 0.012, 0.02$ 和 0.03 。以下将详细讨论 FRFT 阶数、色差系数和相对横向坐标对 GSM 光束相对谱移动的影响。

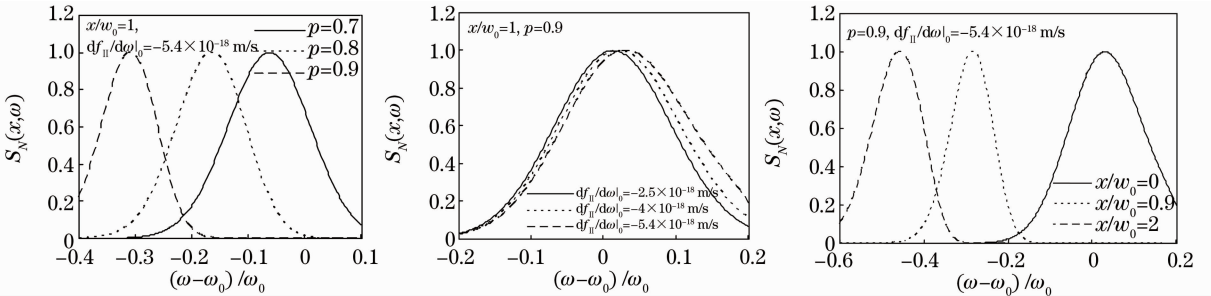


图 2 GSM 光束在 Lohmann II 系统输出面上的归一化光谱

Fig. 2 Normalized spectrum of GSM beam in the output planes of Lohmann II systems

3.2 相对谱移动随 FRFT 阶数的周期性变化规律

GSM 光束在 Lohmann II 型系统输出面上的相对谱移动随 FRFT 阶数的周期性变化规律如图 3 所示。

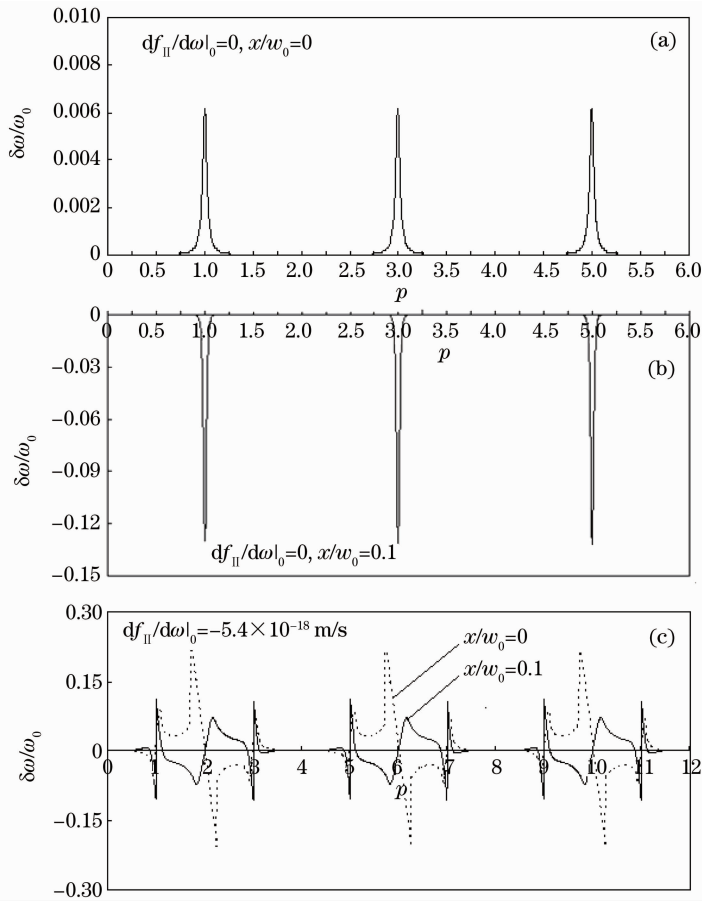


图 3 GSM 光束在 Lohmann II 型系统输出面上的相对谱移动随 FRFT 阶数的周期性变化规律

Fig. 3 Variation period of relative spectral shift with FRFT order in the output plane

图 3(a), (b) 表示无色差时轴上点和离轴点相对谱移动随 FRFT 阶数的变化规律。从图中可知, 无色差时, 轴上点和离轴点相对谱移动均随 FRFT 阶数周期性变化, 变化周期为 2, 与理论分析和文献 [24] 中图 7 的结论一致, 且轴上点光谱只有蓝移, 离轴点 ($x/w_0=0.1$) 光谱只有红移。图 3(c) 表示有色差时, GSM 的相对谱移动随 FRFT 阶数的变化情况。从图中可知: 有色差时, 轴上点和离轴点相对谱移动也随 FRFT 阶数周期性变化, 但变化周期为 4 (与理论分析结果一致), 且光谱既有红移又有蓝移, 且在某些 p 值处存在从红移到蓝移的快速跃变。

3.3 周期内, GSM 光束在 Lohmann II 型系统输出面上的相对谱移动随 FRFT 阶数的变化规律

图 4 表示一周期内, GSM 光束的相对谱移动随 FRFT 阶数的变化规律。其中, 图 4(a) 给出了 GSM 光束经过不同色差的 Lohmann II 型系统后, 离轴点 ($x/w_0=1$) 相对谱移动随 FRFT 阶数的变化曲线。从图中可知: GSM 光束在输出面的相对谱移动随 FRFT 阶数的变化而改变, 以 $df_{II}/d\omega|_0 = -2.5 \times 10^{-18}$ m/s 为例: 轴上光谱既有蓝移又有红移, 且在

$p=0.966$ 处, 存在从红移 ($\delta\omega/\omega_0 = -0.55$) 到蓝移 ($\delta\omega/\omega_0 = 0.667$) 的快速跃变, 即有光谱开关发生; 在 $p=3.044$ 处, 光谱存在着从红移 ($\delta\omega/\omega_0 = -0.69$) 到蓝移 ($\delta\omega/\omega_0 = 0.513$) 的快速跃变。从图 4(a) 还可以看出, 不同色差系数所对应的离轴点相对谱移动曲线各不相同: 随着色差系数的增加, 相对谱移动的极大值逐渐减小; 发生第一次光谱跃变的临界 p 值随色差系数的增加而减小, 发生第二次光谱跃变的临界 p 值随色差系数的增加而增大; 且随着色差系数的增加, 光束在光谱开关处的光谱跃变量减小。

图 4(b) 表示 GSM 光束经过有色差 ($df_{II}/d\omega|_0 = -5.4 \times 10^{-18}$ m/s) 的 Lohmann II 系统后, 输出面上不同离轴点 ($x/w_0 = 0.6, 1$ 和 2) 处的相对谱移动随 FRFT 阶数的变化情况。从图中可以看出, 色差大小一定时, 随着相对横向坐标的增大, 发生第一次光谱跃变的临界 FRFT 阶数减小, 发生第二次光谱跃变的临界 FRFT 阶数增大, 且在光谱跃变处的光谱跃变量随相对横向坐标的增加而增大。

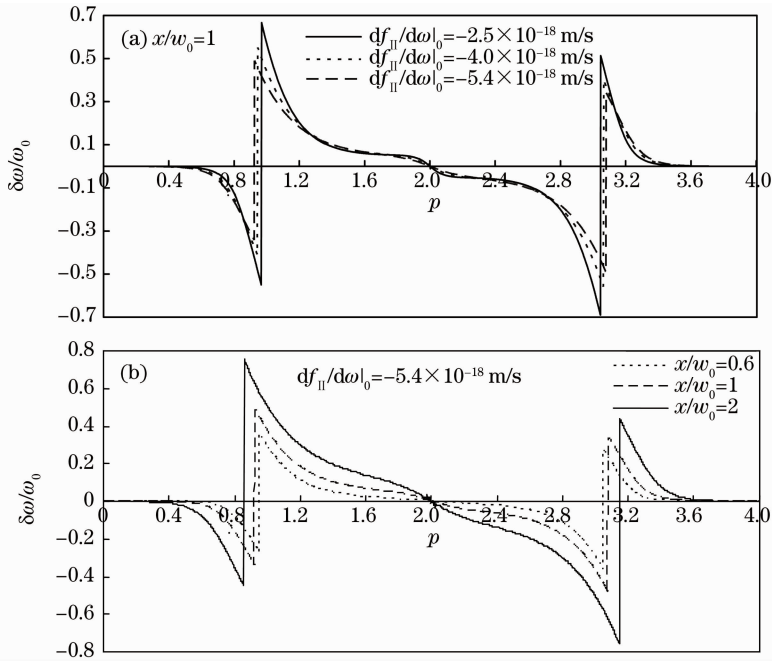


图 4 周期内,GSM 光束的相对谱移动随 FRFT 阶数的变化规律

Fig. 4 Variations of relative spectral shift in GSM beam with FRFT order in the chromatics aberrated Lohmann II systems in one period

3.4 在不同阶数的 Lohmann II 型系统中,相对谱移动随透镜色差的变化规律

图 5 表示 GSM 光束通过有色差的 Lohmann II 型系统后的相对谱移动随透镜色差的变化规律。从图中可知,输出面上的相对谱移动均随色差大小的变化而改变,但对于同一点,当 FRFT 的阶数不

同时,相对谱移动随色差的变化规律各不相同,如图 5(a)所示:在 $p=0.75$ 的系统中,离轴点光谱为蓝移,且相对谱移动随透镜色差的增加而增大,但当 $-df_{||}/d\omega|_0 \geq 5 \times 10^{-18}$ m/s 时,色差大小对相对谱移动的影响很小。在 $p=0.95$ 的系统中,当色差较小时,离轴点光谱为红移,当 $-df_{||}/d\omega|_0$ 增加到

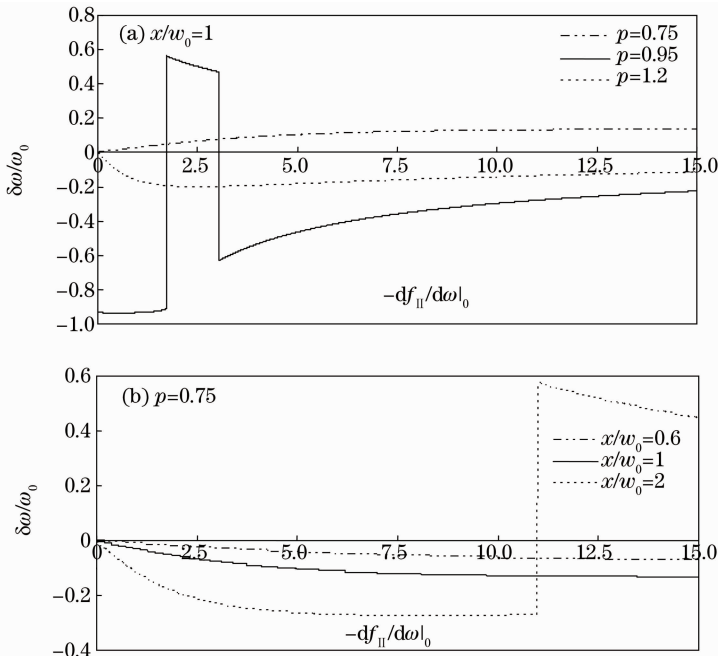


图 5 Lohmann II 系统中 FRFT 阶数对相对谱移动随色差大小变化规律的影响

Fig. 5 Variations of relative spectral shift with chromatics aberration in the Lohmann II systems

1.715×10^{-18} m/s 时,光谱迅速从红移跃变成蓝移,随后,相对谱移动随色差的增加而减小,当 $-df_{\parallel}/d\omega|_0$ 增加到 3.04×10^{-18} m/s 时,光谱又从蓝移迅速跃变为红移,此后,随着色差的增大,红移量减小。在 $p=1.2$ 的系统中,离轴点光谱为红移,且随着色差系数的增加,红移量减小,当 $-df/d\omega|_0 \geq 5 \times 10^{-18}$ m/s 时,色差大小对相对谱移动的影响很小。

3.5 GSM 的相对谱移动随相对横向坐标的变化规律

图 6 给出了 GSM 的相对谱移动随相对横向坐标的变化情况。其中,图 6(a) 表示在不同色差的 FRFT 系统中,相对谱移动随相对横向坐标的变化规律,从图中可以看出,当 $p=0.2$ 且色差不同时,

对应的相对谱移动曲线各不相同:当 $df_{\parallel}/d\omega|_0 = -2.5 \times 10^{-18}$ m/s 时,轴上光谱为红移 ($\delta\omega/\omega_0 = -0.01$),相对谱移动随着相对横向坐标的增加而增大,变为蓝移,当 x/ω_0 增加到 5.655 之后,相对谱移动迅速从蓝移跃变为红移。然而,当 $df_{\parallel}/d\omega|_0 = -4 \times 10^{-18}$ m/s 和 -5.4×10^{-18} m/s 时,相对谱移动均随着相对横向坐标的增加而增大,但前者增加得较快。图 6(b) 表示在不同阶数的 FRFT 系统中,相对谱移动随相对横向坐标的变化情况。从图中可知,阶数不同时,对应曲线的变化规律不相同,且 $p=0.75$ 时,变化曲线存在着从红移到红移的快速跃变; $p=0.95$ 时,变化曲线存在着从红移到蓝移的快速跃变。

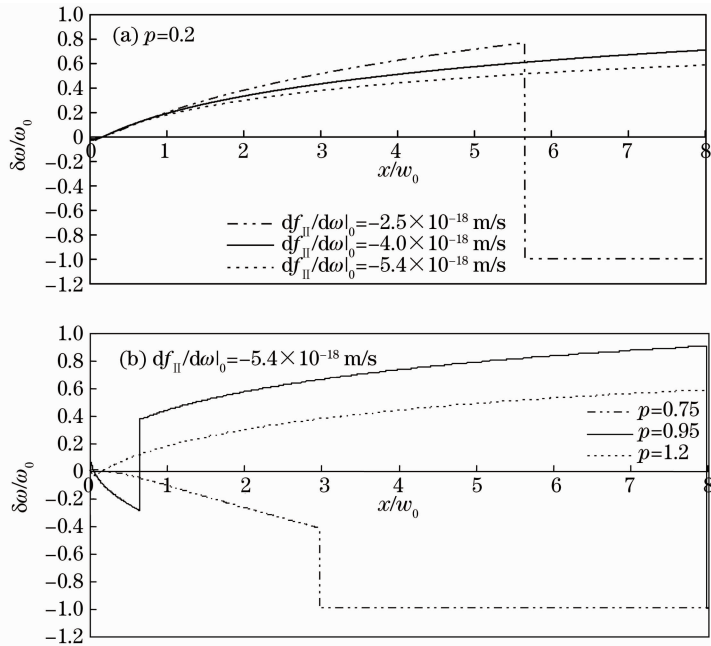


图 6 GSM 光束的相对谱移动随相对横向坐标的变化规律

Fig. 6 Variations of relative spectral shift in the GSM beam with relative transverse coordinate

4 关于光谱移动的物理解释

由上节的计算和分析可知,GSM 光束在有色差的 FRFT 系统中存在光谱移动和光谱跃变,为解释这一现象,可将(13)式进一步改写为

$$S_j^p(x, \omega) = S^0(\omega) M_j^p(x, \omega), \quad (j = \text{I}, \text{II}) \quad (21)$$

式中

$$M_j^p(x, \omega) = \frac{\omega}{2cB_j \sqrt{Q_j M_j}} \exp \left[-\frac{\omega^2}{4c^2 B_j^2} \left(\frac{1}{Q_j} + \frac{1}{M_j} + \frac{1}{4Q_j^2 M_j \sigma^4} - \frac{1}{Q_j M_j \sigma^2} \right) x^2 \right] \quad (22)$$

为光谱调制函数,它描述系统对光谱的调制。(21)式表明,GSM 光束在有色差的 FRFT 系统中的光谱由源光谱和光谱调制函数共同决定,而光谱调制函数由 FRFT 阶数、色差系数和相对横向坐标共同

决定。由(4)式可知,源光谱 $S^0(x, \omega)$ 在 ω_0 处存在极大值;而光谱调制函数 $M_j^p(x, \omega)$ 在 ω_0 [可由 $\frac{\partial M_j^p(x, \omega)}{\partial \omega} = 0$ 求得] 处也存在一个极大值,这两个

极大值相互竞争的结果,就出现了光谱移动或光谱跃变。限于篇幅,本文不再通过数值计算进行说明。

5 结 论

基于 Collins 积分公式,导出了 GSM 光束在有色差的 Lohmann I 型系统和 Lohmann II 型系统中的光谱传输表达式,并利用该表达式作数值计算与分析,研究了 FRFT 阶数和色差大小对归一化光谱的影响,相对谱移动随 FRFT 阶数、色差和相对横向坐标的变化规律。研究表明,在有色差的 FRFT 中,FRFT 阶数和色差大小均对归一化的光谱和相对谱移动具有较大的影响;相对谱移动随 FRFT 阶数的变化而改变,色差的大小会影响相对谱移动的大小、光谱跃变发生的位置以及光谱跃变量的大小;相对谱移动随色差的变化而改变,在不同阶数的 FRFT 系统中,相对谱移动随色差的变化规律各不相同。此外,归一化的光谱和相对谱移动还随相对横向坐标的变化而改变。

参 考 文 献

- E. Wolf. Invariance of the spectrum of light on propagation[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **56**(13): 1370~1372
- M. F. Bocko, D. H. Douglass, R. S. Knox. Observation of frequency shifts of spectral lines due to source correlations[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(25): 2649~2651
- Z. Dačić, E. Wolf. Changes in the spectrum of a partially coherent light beam propagating in free space[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1988, **5**(7): 1118~1126
- C. Palma, G. Cincotti. Spectral shifts of a partially coherent field after passing through a lens[J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(10): 671~672
- G. M. Morris, D. Faklis. Effects of source correlation on the spectrum of light[J]. *Opt. Commun.*, 1987, **62**(1): 5~11
- E. Wolf, D. F. James. Correlation-induced spectral changes[J]. *Rep. Prog. Phys.*, 1996, **59**(6): 771~818
- J. T. Foley. Effect of an aperture on the spectrum of partially coherent light [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1991, **8**(7): 1099~1105
- J. T. Foley, M. Wang. A theoretical analysis of coherence-induced spectral shift experiments of Kandpal, Vaishya, and Joshi[J]. *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, 1994, **99**(3): 267~282
- S. Marcos, S. A. Burns, E. M. Barriusop *et al.*. A new approach to the study of ocular chromatic aberrations[J]. *Vision Research*, 1999, **39**(26): 4309~4323
- J. Pu, S. Nemoto. Spectral shifts of partially coherent beams focused by a lens with chromatic aberration[J]. *Opt. Commun.*, 2002, **207**(1): 1~5
- Pu Jixiang, Cai Chao, S. Nemoto. The spectral changes of a partially coherent light focused by an apertured lens with chromatics aberration[J]. *Chinese Optics Letter*, 2004, **2**(4): 239~242
- Biao Qu, Jixiang Pu, Ziyang Chen. Experimental observation of spectral switch of partially coherent light focused by a lens with chromatic aberration[J]. *Optics & Laser Technology*, 2007, **39**(6): 1226~1230
- A. W. Lohmann. Image rotation, Wigner rotation, and the fractional Fourier transform[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1993, **10**(10): 2181~2186
- X. Du, D. Zhao. Fractional Fourier transform of off-axial elliptical cosh-Gaussian beams [J]. *Optik*, 2008, **119**(8): 379~382
- D. Zhao, H. Mao, C. Zheng *et al.*. The propagation properties and kurtosis parametric characteristics of Hermite-cosh-Gaussian beams passing through fractional Fourier transformation systems [J]. *Optik*. 2005, **116**(10): 461~468
- Q. Lin, Y. Cai. Fractional Fourier transform for partially coherent Gaussian-Schell model beams[J]. *Optics Letters*, 2002, **27**(19): 1672~1674
- Y. Cai, Q. Lin. Fractional Fourier transform for elliptical Gaussian beams[J]. *Opt. Commun.*, 2003, **217**(1): 7~13
- Wu Ping, Lü Baida, Lu Tianlu. Fractional Fourier transform of beams in the use of Wigner distributions function method[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(2): 658~664
吴平,吕百达,陈天禄. 光束 FRFT 的 Wigner 分布函数分析方法[J]. *物理学报*, 2005, **54**(2): 658~664
- Chen Tianlu, Wu Ping. Fractional Fourier transform for Cosh-Gaussian beams[J]. *Chinese J. lasers*, 2005, **32**(7): 908~912
陈天禄,吴平. 双曲余弦-高斯光束的分数傅里叶变换特性研究[J]. *中国激光*, 2005, **32**(7): 908~912
- D. Zhao, H. Mao, H. Liu *et al.*. Propagation of Hermite-cosh-Gaussian beams in apertured fractional Fourier transforming systems[J]. *Opt. Commun.*, 2004, **236**(4-6): 225~235
- D. Zhao, H. Mao, M. Shen *et al.*. Propagation of flattened Gaussian beams in apertured fractional Fourier transforming systems[J]. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 2004, **6**(1): 148~154
- Zhao Daomu, Wang Shaomin. Misaligned Fractional Fourier transforms and optical implementation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2001, **50**(10): 1935~1938
赵道木,王绍民. 失调分数傅里叶变换及其光学作用[J]. *物理学报*, 2001, **50**(10): 1935~1938
- D. Zhao, H. Mao, H. Liu *et al.*. Effect of spherically aberrated lens on the fractional Fourier transformation systems[J]. *Opt. Commun.*, 2003, **227**(4~6): 213~220
- Y. Cai, Q. Lin. Transformation and spectrum properties of partially coherent beams in the fractional Fourier transform plane [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2003, **20**(8): 1528~1536
- Stuart A. Collins. Lens-System diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(9): 1168~1177
- H. Zhang, G. Wu, H. Guo. Spectral behavior of partially coherent beam passing through an aperture[J]. *Opt. Commun.*, 2007, **278**(1): 153~156
- Cai Chao, Pu Jixiong. Phenomena of spectral anomalies of partially coherent light focused by a lens with chromatics aberration [J]. *Acta Photonica Sinics*, 2004, **33**(12): 1456~1460
蔡超,蒲继雄. 部分相干光被色差透镜聚焦的光谱异常现象[J]. *光子学报*, 2004, **33**(12): 1456~1460
- Chen Senhui, Zhang Tingrong, Feng Xiaofang. Transformation properties of Hermite-Laguerre-Gaussian beam in fractional Fourier transform plane[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(2): 374~378
陈森会,张廷蓉,冯小芳. 分数傅里叶变换面上厄米-拉盖尔-高斯光束的变换特性[J]. *中国激光*, 2009, **36**(2): 374~378