

耦合微盘及带输出波导的单微盘腔的耦合模式特性

王加贤¹ 李俊杰¹ 吴文广¹ 黄永箴^{1,2}

(¹ 华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021; ² 中国科学院半导体研究所, 北京 100083)

摘要 光学微腔具有很高的品质因子和很小的模式体积,在光电子器件研究方面具有重要的应用价值。运用时域有限差分(FDTD)法和 Padé 近似频谱分析法模拟研究了耦合微盘及带输出波导的单微盘微腔由于空间对称性破坏导致的模式耦合现象;特别计算了耦合模式的场分布和品质因子,并由场分布得出不同角量子数模式的能量比例。对耦合微盘,模式耦合引入的高阶模分量会使耦合模的品质因子大大降低。对半径 $1\ \mu\text{m}$ 、折射率 3.2 的单个微盘,当它连接 $0.2\ \mu\text{m}$ 宽度的输出波导时,模式波长相差 6.6 nm 的 $\text{TE}_{9,1}$ 模和 $\text{TE}_{6,2}$ 模耦合形成波长 $1.52\ \mu\text{m}$ 的耦合模式,其模式 Q 值为 268,模式具有三角形场分布。

关键词 激光技术;光学微腔;耦合微盘;回音壁模式;时域有限差分法;品质因子

中图分类号 TN42 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201131.0106006

Coupled-Mode Characteristics of Coupled-Microdisks and Single Microdisk Cavity with an Output Waveguide

Wang Jiaxian¹ Li Junjie¹ Wu Wenguang¹ Huang Yongzhen^{1,2}

(¹ College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)
(² Institute of Semiconductors, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, China)

Abstract The optical microresonators with high Q factor and ultra-small mode volume have attracted great attentions for applications in optoelectronic devices. For a coupled-microdisks and a single microdisk connected with an output waveguide, coupled mode characteristics resulting from the structure asymmetry are investigated by the finite-difference time-domain (FDTD) method and the Padé approximation. Mode field patterns and mode Q factors are calculated, and the relative energies of mode-field components with different angular wave numbers are estimated from the coupled mode-field distribution. For coupled microdisk resonator, the higher-order modes introduced by the mode coupling usually reduces the mode Q factor of the coupled mode greatly. For a single microdisk resonator with a radius of $1\ \mu\text{m}$ and a refractive index of 3.2 connected with a $0.2\text{-}\mu\text{m}$ -wide output waveguide, a coupled mode at the wavelength of $1.52\ \mu\text{m}$ is observed with the mode Q factor of 268 and a triangle mode-field pattern, which is the coupled mode between whispering-gallery modes $\text{TE}_{9,1}$ and $\text{TE}_{6,2}$ with a wavelength difference of 6.6 nm.

Key words laser technique; optic microresonator; coupled microdisks; Whispering-Gallery mode; finite-difference time-domain method(FDTD); quality factor

OCIS codes 060.1810; 140.3410; 140.5960

1 引言

光学微腔具有很高的品质因子和很小的模式体积,可应用于研制光学微腔激光器、光学滤波器、光开关、光调制器、法布里-珀罗传感器等^[1]以及腔量子电动力学等基础研究。传统的光学微腔可分为法

布里-珀罗型、回音壁型(WG)和光子晶体型^[2]。光子晶体光纤法布里-珀罗传感器应用于应变测量具有很高的灵敏度。WG型微腔是通过光在界面上的全反射来实现对光场的强限制,光在腔内沿环形回路形成特殊的回音壁模式。对WG模式微腔的研

收稿日期: 2010-03-22; 收到修改稿日期: 2010-06-29

基金项目: 国家自然科学基金(60838003)和福建省自然科学基金(2009J01291)资助课题。

作者简介: 王加贤(1955—),男,博士,教授,主要从事激光技术与器件等方面的研究。E-mail: wangjx@hqu.edu.cn
(中国光学学会会员号:3629213)

究主要包括圆盘、圆环、圆柱、圆球和圆的变形(如螺旋形、多边形等)。1992年美国贝尔实验室 McCall 等^[3]采用 InGaAsP/InP 半导体材料制作了回音壁模式的微盘激光器;1998年日本 Baba 等^[4]报道直径 $3\ \mu\text{m}$ 的 InGaAsP/InP 微盘激光器的室温连续激励;2007年中国科学院半导体所报道了室温连续电注入激励的定向输出 InGaAsP/InP 正三角形光学微腔激光器^[5];2008年复旦大学报道了有机/无机复合材料制作的圆形和正方形微腔激光器^[6];2008年,江楠等^[7]将石英光纤浸入染料溶液制作圆柱形微腔,研究了柱形回音壁激光抽运阈值与圆柱直径和溶液折射率的关系。

两个相同的微盘构成的耦合微腔会出现对称和反对称的耦合分裂模^[8,9],而且还可能出现不同阶回音壁模式耦合现象^[10],最近还发现单一微盘中引入输出波导造成的对称性的降低也可能引起模式耦合^[11]。本文运用时域有限差分(FDTD)法和 Padé 近似分析法模拟研究耦合微盘和具有输出波导的单微盘微腔的模式耦合特性,计算了耦合模式的场分布及品质因子,特别是通过分析模式场所含的角量子数的分布,明确得出参与耦合的回音壁模式。

2 数值模拟方法

FDTD 法对电磁场 \mathbf{E}, \mathbf{H} 分量在空间和时间上采取交替抽样的离散方式,将含时间变量的麦克斯韦旋度方程转换为的一组差分方程,通过建立时间离散的递进序列,在相互交织的网格空间内交替计算电场和磁场。运用 FDTD 法数值计算微盘的 WG 模式,需解决以下几个问题。

2.1 吸收边界条件

采用 FDTD 法计算开放系统的电磁波时,由于计算机的存储量和计算时间限制,只能在有限的区域内进行,所以必须在截断处设置适当的吸收边界。吸收边界的作用是使计算空间的外行波尽可能被吸收掉而不至于产生伪反射。已经有 Mur 吸收边界条件和完全匹配层(PML)吸收边界条件被提出^[12]。PML 是在边界上引入吸收介质,使电磁波在无反射地进入吸收介质后被衰减掉。PML 不依赖平面波假设,而且对各个方向的入射波都能实现极大的吸收。

2.2 时域信号的频谱计算方法

FDTD 模拟计算只得到时域信号,需要通过快速傅里叶变换(FFT)得到频域信号,从而计算模式频率及模式品质因子。但是 FFT 得到的频域信号

分辨率与时域信号的时间长度成正比,要得到高分辨率必须有很长的时间序列信号,这对于 FDTD 计算是一个很大的负担,特别是计算高品质因子的模式。为克服这一缺点,人们提出一些其它数据处理方法,包括 Prony 方法、基于束函数的 POF 方法、FFT/Padé 方法^[13]以及基于 Baker 算法的 Padé 近似频谱分析方法^[14]。采用基于 Baker 算法的 Padé 近似的优点是,能由很短的时间序列得到很高的频率分辨率,并能直观给出感兴趣频率范围内的频谱。

2.3 FDTD 对谐振腔的模拟

为了在谐振腔中激发某些模式,需要在 FDTD 法的差分方程中引入激发源,激发源通常加在对称性较低的位置以避免处在模式场分布为零的位置上。为保证激发源频率覆盖感兴趣的频率范围,通常采用高斯调制的余弦脉冲加载在某些点的电磁场分量上,即

$$p(t) = \cos(2\pi f_0 t) \exp[-(t - t_0)^2 / t_w^2], \quad (1)$$

式中 f_0 为脉冲中心频率, t_0 为脉冲延迟, $2t_w$ 为脉冲 $1/e$ 宽度。在 FDTD 计算中,将某个电磁分量在某个点随时间变化 $S(t, \mathbf{r})$ 记录下来,这通常可表示为多个模式场的叠加,即

$$S(t, \mathbf{r}) = \sum_m a_m F_m(\mathbf{r}) \exp(i2\pi f_m t) \exp(-\alpha_m t / 2), \quad (2)$$

对 $S(t, \mathbf{r})$ 进行傅里叶变换,可得到频谱为

$$U(f, \mathbf{r}) \propto \sum_m a_m F_m(\mathbf{r}) \cdot \frac{1}{f - f_m - [i\alpha_m / (4\pi)]}. \quad (3)$$

该频域信号由一系列洛伦兹线型构成,其中某个模式的中心频率和半峰全宽分别为 f_m 和 $\alpha_m / (2\pi)$,由此可得品质因子 $Q = 2\pi f_m / \alpha_m$ 。

3 单微盘的模式特征

3.1 单微盘的解析解

对处于空气中的半径为 R 、折射率为 n 的二维圆形微盘,其 WG 模的场分布可以写成^[13]

$$\begin{cases} F_z(r, \theta) = A J_\nu(n k_0 r) \exp(i\nu \theta), & r < R \\ F_z(r, \theta) = A \frac{J_\nu(n k_0 R)}{H_\nu^{(1)}(k_0 R)} H_\nu^{(1)}(k_0 r) \exp(i\nu \theta), & r > R \end{cases} \quad (4)$$

式中 A 为场振幅, F_z 分别为磁场 H_z (TE 模) 和电场 E_z (TM 模), $J_\nu(x)$ 和 $H_\nu^{(1)}(x)$ 分别为贝塞尔(Bessel)函数和第一类汉克尔(Hankel)函数。上述波函数忽略了随时间的变化项 $\exp(-i\omega t)$, 真空波数 $k_0 = \omega/c$, c 为真空中光速。以复频率 ω 作为本征

值求解本征值方程

$$J_\nu'(nk_0R)H_\nu^{(1)'}(k_0R) = \eta J_\nu'(nk_0R)H_\nu^{(1)}(k_0R) \quad (5)$$

就可以得出 WG 模的模式频率(波长)和 Q 值^[15]。对 $TM_{\nu,m}$ 和 $TE_{\nu,m}$ 的 WG 模, η 分别为 n 和 $1/n$, ν 和 m 为模式的角量子数和径向量子数, $J_\nu'(nk_0R)$ 和 $H_\nu^{(1)'}(k_0R)$ 是函数的微商。对 WG 模, ν 和 m 分别相当于纵模数和横模数, 基横模是 $m=1$ 模式, 也称为一阶模, 径向量子数对应模式分布在径向的极大值数目。

3.2 单微盘的数值模拟

单个二维微盘的数值模拟过程比较简单, 但它是复杂微盘的基础。对处于空气中的半径 $1 \mu\text{m}$ 、折射率 3.2 的圆形微盘, 取微盘边界到 PML 层的距离 $0.8 \mu\text{m}$, 并设置厚度为 10 个空间步长的 PML 层。首先采用宽谱激发的 FDTD 模拟, 并用 padé 近似^[12] 将时域信号转变成频域信号, 再通过洛伦兹拟合从频谱分布得到模式波长和模式 Q 值。然后, 采用不同中心频率的窄频谱高斯脉冲激发模拟计算得到 $TE_{5,1}$, $TE_{6,1}$, $TE_{7,1}$, $TE_{8,1}$, $TE_{9,1}$, $TE_{10,1}$ 模式的场分布如图 1 所示, 而对应的模式波长和 Q 值随角量子数的变化如图 2 所示。由本征值(5)式得到的模式 Q 值在图 2(b)用方块表示, 而采用 10 nm 和

5 nm 空间步长数值计算得到的模式 Q 值用实心圆和空心圆表示。可以看出, 随着角量子数增加, 模式波长减小, Q 值增加; 模式 Q 值受空间步长的影响较大, 5 nm 的空间步长对 Q 值 1×10^5 以下的模式可以得到比较准确的结果, 但对更高 Q 值的模式误差较大。当由空间步长决定的格子在边界上处于两种介质之间时, 一般商用软件可能采用加权平均的折射率作为这个格子的折射率来模拟计算, 采用 10 nm 和 5 nm 空间步长计算 Q 值的准确度可以达到 1×10^6 。另外, 更高 Q 值模式的计算还可能受到数值计算有效位数的影响。

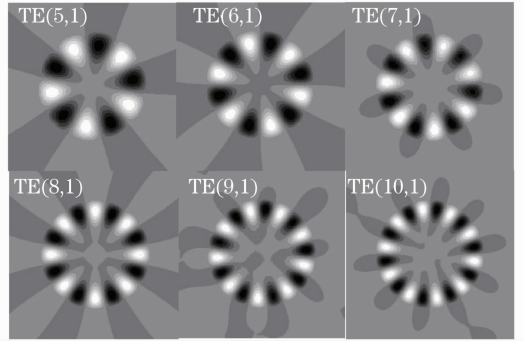


图 1 单个微盘不同模式的场分布
Fig. 1 Field distributions of the different modes in a single microdisk

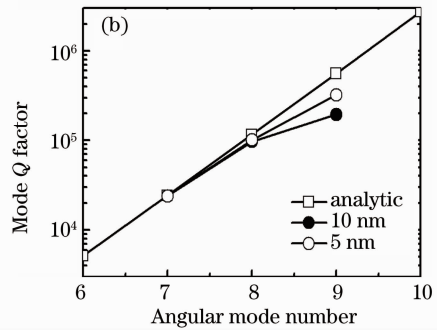
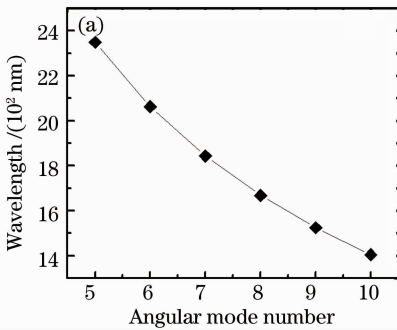


图 2 (a)单个微盘模式波长和(b)品质因子随角量子数变化

Fig. 2 (a) Mode wavelengths and (b) quality factor versus angular mode numbers in a single microdisk

4 耦合微盘的模式特征

单个微盘并不能将能量完全限制在盘内, 在其周围有很弱的隐失波, 当两个或更多的微盘接近于相接触时就可能形成耦合模式, 具有一些新颖的模式耦合特性, 通过改变耦合微盘的半径或间隙可以调节耦合模式的品质因子和模式波长。对如图 3 所示的耦合微盘, 取微盘折射率 3.2、半径 $1 \mu\text{m}$, PML 层与微盘边缘距离 $0.8 \mu\text{m}$, 两个微盘间隙设为 g 。由于计算区域关于 X 轴和 Y 轴对称, 所以只需计算其中的 1/4 区域, 并采用不同的对称性条件来模拟。

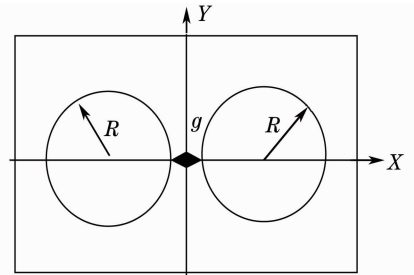


图 3 耦合圆盘的计算区域

Fig. 3 Calculated region of the coupled microdisks

取两个微盘间隙 $g=0.1 \mu\text{m}$, 采用 $\text{TE}_{7,1}$ 模的频率 163.96 THz 为中心频率的窄频谱高斯脉冲激发, 得到四种对称性情况下 $\text{TE}_{7,1}$ 模的场分布如图 4 所示(用 $x=1$ 和 $x=-1$ 分别表示关于 X 轴对称和反对称, 而 $y=1$ 和 $y=-1$ 分别表示关于 Y 轴对称和反对称)。

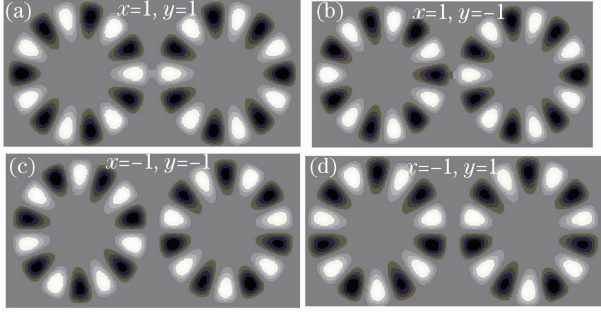


图 4 耦合微盘 $\text{TE}_{7,1}$ 模的四种不同对称性的场分布
Fig. 4 Field distributions of $\text{TE}_{7,1}$ mode with four different symmetries in coupled microdisks

$g=0.2 \mu\text{m}$ 情况下, $\text{TE}_{9,1}$ 模对应的耦合模的场分布在半个周期 ($T/2$) 内的变化结果如图 5 所示(时间间隔为 $T/8$)。可以看出, 图 5(a) 的场分布表现为 $\text{TE}_{9,1}$ 模, 图 5(b) 的场分布稍微有点变形, 而图 5(c) 则显示出复杂的模式场分布。为了研究其变化情况, 将耦合微盘中的一个盘内的场分布通过傅里叶变换得出模式场分布对应的角量子数分布。图 5 所示四种情况下, 不同角量子数的能量分量占总能量的比例如图 6 所示。可以看出, 除了角量子数为 9 的分量外, 另一角量子数为 6 的分量也占一定比例, 而且两者所占比例的大小随时间不断变化。

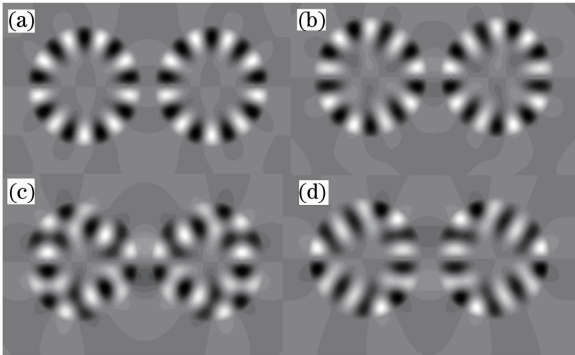


图 5 $g=0.2 \mu\text{m}$ 时耦合微盘中 $\text{TE}_{9,1}$ 模相关的耦合模在半个周期内的场分布
Fig. 5 Field distributions of coupled modes related to $\text{TE}_{9,1}$ mode over a half period for the coupled microdisks with $g=0.2 \mu\text{m}$

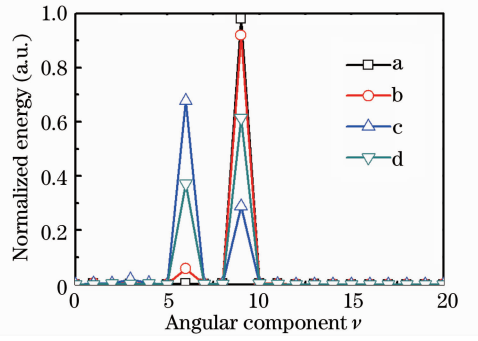


图 6 在图 5 所示的不同场分布中 $\text{TE}_{9,1}$ 模和 $\text{TE}_{6,2}$ 模所占的能量大小
Fig. 6 Energy proportions of $\text{TE}_{9,1}$ and $\text{TE}_{6,2}$ mode in the different field distributions as shown in Fig. 5

为了进一步确认上面的模式耦合结果, 下面计算由解析场分布得到的耦合场。由本征值(5)式可以得出 $\text{TE}_{9,1}$ 模和 $\text{TE}_{6,2}$ 模的模式波长分别为 1524.38 nm 和 1517.75 nm, 而对应的模式 Q 值为 5.58×10^5 和 217。图 7 给出单微盘中 $\text{TE}_{9,1}$ 模(a)和 $\text{TE}_{6,2}$ 模(b)的模式场分布以及 $\text{TE}_{9,1}$ 和 $\text{TE}_{6,2}$ 迭加得到的耦合模式场分布(c)。可以看出图 7(c) 的耦合场分布与图 5(c) 中耦合圆盘内的场分布基本一致。这就证明了图 5(c) 对应的正好是 $\text{TE}_{9,1}$ 模和 $\text{TE}_{6,2}$ 模的耦合模的模式场分布, 与低 Q 值 $\text{TE}_{6,2}$ 模的耦合使得这个耦合模不是纯的 $\text{TE}_{9,1}$ 模, 造成了其 Q 值偏低。

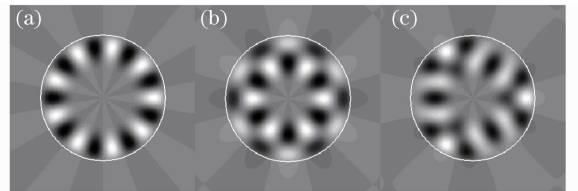


图 7 (a) $\text{TE}_{9,1}$ 和 (b) $\text{TE}_{6,2}$ 解析场分布, (c) $\text{TE}_{9,1}$ 和 $\text{TE}_{6,2}$ 叠加得到的场分布
Fig. 7 Analytical mode field patterns for (a) $\text{TE}_{9,1}$ and (b) $\text{TE}_{6,2}$, (c) superposition of $\text{TE}_{9,1}$ and $\text{TE}_{6,2}$

5 输出波导造成单微盘的模式耦合

引入输出波导可以实现圆形微腔激光器的定向输出, 但它也会破坏圆形微腔的对称性, 造成模式的耦合现象。对于直径 $5 \mu\text{m}$ 的圆形微腔, $0.8 \mu\text{m}$ 宽的输出波导使波长差小于 3 nm 的回音壁模式间产生高 Q 值的耦合模式^[12]。对半径为 $1 \mu\text{m}$, 折射率为 3.2 的单一圆形微盘, 采用 FDTD(空间步长 5 nm) 和 Padé 近似模拟得到圆形微盘的频谱如图 8 所示, 其中实线和虚线分别为不带输出波导微盘

($\omega=0$)和带宽度为 $0.2 \mu\text{m}$ 输出波导微盘($\omega = 0.2 \mu\text{m}$)的频谱。通过频谱计算得出,引入输出波导使 $\text{TE}_{9,1}$ 模式的 Q 值由 5.58×10^5 降到 268。FDTD 数值模拟得到的模式场分布如图 9(a)所示,与该场分布对应的不同角量子数的能量分量占总能量的比例如图 9(b)所示。结果表明,输出波导使 $\text{TE}_{9,1}$ 和 $\text{TE}_{6,2}$ 这两个模式波长相差 6.6 nm 的模式发生耦合,并形成一個与输出波导弱耦合的场分布。与耦合微盘不同的是,该模式场分布在一个周期内基本不随时间变化。由于 $\text{TE}_{6,2}$ 的模式 Q 值只有 217,因此耦合模的 Q 值较低,不过高 Q 值模式之间的耦合就可能形成高 Q 值的耦合模。

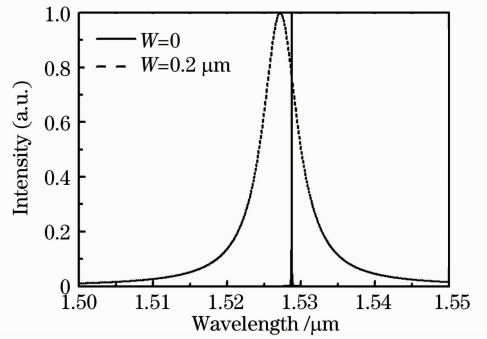
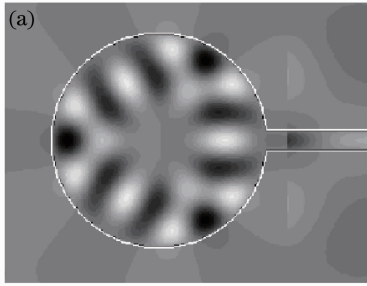


图 8 FDTD 方法和 Padé 近似模拟得到的带输出波导和
不带输出波导的单微盘的频谱
Fig. 8 Intensity spectra obtained by FDTD and Padé
approximation for a single microdisk with and
without the output waveguide

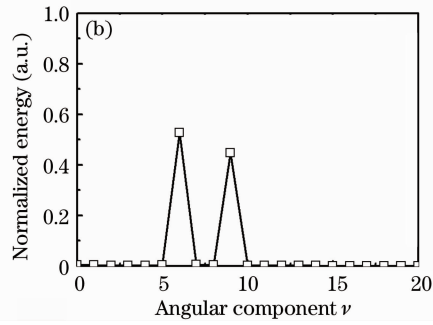


图 9 (a)带输出波导的单微盘的耦合模的场分布,(b)耦合模场对应的角分量的能量大小

Fig. 9 (a) Coupled-mode field distribution for a single microdisk connected to an output waveguide, (b) energy proportions of corresponding angular component of coupled-mode field

6 结 论

运用 FDTD 法和基于 Baker 算法的 Padé 近似频谱分析法研究了耦合微盘及具有输出波导的单微盘微腔的耦合模式特性。对耦合微盘,耦合模式场分布的傅里叶变换验证了其具有不同的角分量分布。对半径 $1 \mu\text{m}$ 、折射率 3.2 的单微盘,当它连接 $0.2 \mu\text{m}$ 宽度的输出波导时,数值计算结果表明波长差为 6.6 nm 的 $\text{TE}_{9,1}$ 和 $\text{TE}_{6,2}$ 模式耦合形成一波长 $1.52 \mu\text{m}$, Q 值 268 的耦合模式。数值模拟结果表明,微盘的耦合和输出波导的引入破坏了圆形微盘的对称性,使得原来满足正交关系的本征模式发生了变化,不同模式的波函数的重迭积分不再为零,这样当两个模式的波长比较接近时,就会产生模式耦合,高 Q 模式与低 Q 模式的耦合降低了耦合模的 Q 值,同时改变了模式的场分布。设计合适的模式耦合,可以得到高 Q 值的耦合模式,从而实现圆形微腔激光器的定向输出。

参 考 文 献

- Deng Hongyou, Rao Yunjiang, Ran Zengling *et al.*. Photonic crystal fiber Fabry-Perot sensor fabricated by using 157 nm laser micromachining[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 255~258
- 邓洪有, 饶云江, 冉曾令等. 用 157 nm 激光制作的光子晶体光纤法布里-帕罗传感器[J]. *光学学报*, 2008, **28**(2): 255~258
- K. J. Vahala. Optical microcavities [J]. *Nature*, 2003, **424**(6950): 839~846
- S. L. McCall, A. F. J. Levi, R. E. Slusher *et al.*. Whispering-gallery mode microdisk lasers [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1992, **60**(3): 289~291
- M. Fujita, K. Inoshita, T. Baba. Room temperature continuous wave lasing characteristics of GaInAsP/InP microdisk injection laser [J]. *Electron. Lett.*, 1998, **34**(3): 278~279
- Y. Z. Huang, Y. H. Hu, Q. Chen *et al.*. Room-temperature continuous-wave electrically injected InP-GaInAsP equilateral-triangle-resonator lasers [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2007, **19**(13): 963~965
- X. Wu, H. Li, L. Liu *et al.*. High quality direct photo-patterned microdisk lasers with organic-inorganic hybrid material [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 2008, **44**(1): 75~80
- Jiang Nan, Du Fei, Bai Ran *et al.*. Factor of influencing pumping threshold energy of whispering-gallery mode laser in a cylindrical micro-cavity [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(5): 660~663
- 江楠, 杜飞, 白然等. 影响柱形微腔回音廊模激光抽运阈值能量的因素 [J]. *中国激光*, 2008, **35**(5): 660~663
- A. Nakagawa, S. Ishii, T. Baba. Photonic molecule laser

- composed of GaInAsP microdisks [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, **86**(4): 041112
- 9 E. I. Smotrova, A. I. Nosich, T. M. Benson. Optical coupling of Whispering-Gallery modes of two identical microdisks and its effect on photonic molecule lasing [J]. *IEEE J. Sel. Topics Quant. Electron.*, 2006, **12**(1): 78~85
- 10 Junjie Li, Jiaxian Wang, Yongzhen Huang. Mode coupling between first- and second-order whispering-gallery modes in coupled microdisks [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(11): 1563~1565
- 11 Y. D. Yang, S. J. Wang, Y. Z. Huang. Investigation of mode coupling in a microdisk resonator for realizing directional emission [J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(25): 23010~23015
- 12 J. P. Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves [J]. *J. Comput. Phys.*, 1996, **114**(2): 185~200
- 13 S. Dey, R. Mittra. Efficient computation of resonant frequencies and quality factors of cavities via a combination of the finite-difference time-domain technique and the Padé approximation [J]. *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, 1998, **8**(12): 415~417
- 14 W. H. Guo, W. J. Li, Y. Z. Huang. Computation of resonant frequencies and quality factors of cavities by FDTD technique and Padé approximation [J]. *IEEE, Microwave Wireless Compon. Lett.*, 2001, **11**(5): 223~225
- 15 M. Hentschel, K. Richter. Quantum chaos in optical systems: the annular billiard [J]. *Phys. Rev. E*, 2002, **66**(5): 056207