

空间远场光束对准精度的量子极限

吴继礼¹ 赵尚弘¹ 李勇军¹ 楚兴春¹ 李 琴² 朱子行¹ 石 磊¹

(¹ 空军工程大学电讯工程学院, 陕西 西安 710077
² 空军装备研究院通信导航与指挥自动化研究所, 北京 100085)

摘要 根据标量亥姆霍兹方程和定态薛定谔方程的对等关系, 指出平面波经透镜聚焦过程等同于光子态函数由坐标表象向动量表象转换的过程。受有限孔径的影响, 光子在动量空间态函数无法精确再现, 导致空间光束对准精度的存在一个量子极限。在量子极限条件下, 空间光束对准精度大约是衍射极限角的 26%, 主要取决于光波长和接收透镜孔径, 与透镜焦距无关。就光子在焦平面位置进行质心跟踪, 测角精度所能达到的理想质心极限只略优于衍射极限分辨率, 残留误差仍然是量子极限的 3.24 倍。

关键词 光通信; 亥姆霍兹(Helmholts)方程; 薛定谔(Schrödinger)方程; 光束到达角; Cramer-Rao 界; 量子极限

中图分类号 TN929.13 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0106004

Quantum Limits of Far-Field Beam Pointing Accuracy in Space

Wu Jili¹ Zhao Shanghong¹ Li Yongjun¹ Chu Xingchun¹ Li Qin² Zhu Zihang¹ Shi Lei¹

(¹ Institute of Telecommunication School, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China)
² Air Force Telecommunication and Navigation Institute, Beijing 100085, China)

Abstract Based on the equality of Helmholtz equation and stationary state Schrödinger equation, focalizing plane wave is just the transformation of state function of a photonic from coordinate representation to momentum representation. However, as a result of limited aperture size, the state function in the momentum space could not be reconstructed exactly, which leads to the quantum precision limits of alignment. Under the conditions of quantum limits, the precision is approximately 26% of the diffraction limited angle. It depends on the aperture size only and is irrespective to the focal length. The centroid method on the focal plane could only reach the precision close to the diffraction limited angle. The root mean square of remained errors is still 3.24 times of the quantum limits.

Key words optical communication; Helmholtz equation; Schrödinger equation; direction of beam arrival; Cramer-Rao bound; quantum limits

OCIS codes 060.2605; 260.1960

1 引 言

卫星光通信能够实现太空高速数据中继, 具有巨大的应用价值, 是未来空间组网的主要手段。自 20 世纪 70 代以来, 卫星光通信的经历了充分的理论论证和地面验证^[1,2]; 21 世纪之后, 卫星光通信进入迅速发展阶段, 取得多次在轨实验的成功^[3~6]。卫星光通信的成功, 推动了空间信息网络、空间量子密钥分发技术的发展, 同时使得源于激光照明、激光

制导和目标跟踪等领域的光束捕获、对准和跟踪(ATP)技术得到发展, 对准和跟踪精度正在逼近理论极限。ATP 是空间激光链路得以维持和稳定的基础, 其对准偏差影响接收平均功率, 而其方差决定了接收功率的抖动, 因此对准精度直接影响链路性能^[7,8]。精确对准的基本前提是要能准确测量光束的波达角。空间光束的波达角通常以探测焦平面聚焦光斑位置实现, 经多次采样、像元细分等处理, 测

收稿日期: 2010-05-11; 收到修改稿日期: 2010-06-21

基金项目: 国家 863 计划(2007AA01Z294)和陕西省自然科学基金(2009JQ8013)资助课题。

作者简介: 吴继礼(1981—), 男, 博士, 主要从事空间光通信技术, 星间激光链路稳定与切换技术等方面的研究。

E-mail: wujili926@126.com

量精度(均方根差, rms error)达到甚至超过衍射极限的分辨率^[8~10]。随着技术的进步,ATP 精度也将不断提高,会逐步逼近其物理极限,那么从接收光信号中能够获取多少波达角信息;尤其是对微弱光信号探测时,单个脉冲中含有的光子数量低到数个甚至不足一个^[11,12],此时光子的量子效应对波达角测量的影响造成的对准精度理论极限究竟是多少,决定了终端设计时系统误差分配。本文将就此进行深入分析。

2 真空中亥姆霍兹方程与薛定谔方程的等效关系

Kuratsuji 等^[13]将亥姆霍兹方程在短波长和近轴近似下,以波长 λ 和传播轴坐标 z 分别等效普朗克常量 h 和时间 t ,得到各向异性介质中光波的“含时”薛定谔方程,并计算了相应的密度矩阵、路径积分和斯托克参量。刘承宜、邓锡铭等在 Kuratsuji 基础上,建立了光束传输的薛定谔形式理论,给出了光束中一般物理量的算符表示形式和平均值定义^[14~16]。而如果研究环境为真空,由于哈密顿(Hamilton)量的势函数为零,亥姆霍兹方程和薛定谔方程将会有更简单、更直接的对应关系。

首先看真空中光场复振幅 ψ 满足的亥姆霍兹方程^[17]:

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0, \quad (1)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波长,对应圆频率 $\omega = 2\pi c/\lambda$, c 为真空中光速。引入参数 $m = \hbar\omega/2c^2$ (\hbar 是普朗克常量 h 的 $1/2\pi$)。在(1)式两端同时乘以 $\hbar^2/2m$, 并整理可得

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = \hbar\omega\psi. \quad (2)$$

(2)式恰好为定态薛定谔方程的能量本征方程形式,因此真空中光场也是光子的态函数,只是由于传播轴 z 轴等同于空间自由粒子的时间轴^[13~16],光子的坐标表象由原三维欧氏空间降到二维平面或者球面,归一化光强即为光子在参考面上分布的概率密度^[11,12]。

3 空间光束对准精度

3.1 平面波的聚焦与光子态函数表象转换

在卫星光通信、远程量子密钥分发等应用中,空间光束需经超长距离传输,接收端光斑尺寸远远大于接收孔径,将接收信号近似为平面波。如图 1 所示,在本地参考坐标系中, xOy 平面为接收透镜所在

平面, $uO'v$ 为透镜焦平面, P 为焦斑中心, OP 对应的离轴角 γ (相对于 z 轴) 分解成俯仰方向的 α 和水平方向的 β , 即为接收光束的到达角, 同时也是对准误差。由于 OP 对应的单位方向向量为 $[\sin \alpha, \sin \beta, \cos \gamma]$, 因此接收透镜所在的 $z = 0$ 平面上复振幅为

$$E(x, y) = A \exp[ik(x \sin \alpha + y \sin \beta)], \quad (3)$$

式中 A 是平面波的幅度。单色平面波是(2)式的一个本征函数, 只是因光频率超过当前任何检测器件的实时响应范围, 通常只能通过检测光子能量间接检测光子位置。由于空间平面波中, 光子位置具有完全不确定性, 因此需要将其聚焦到焦平面, 检测光斑位置, 进而得到本地视轴与光束之间的角度偏差。

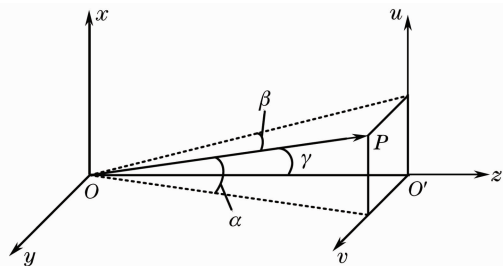


图 1 接收光束的到达角

Fig. 1 Arrival angles of received beam

傍轴近似下, 经焦距为 f 的理想透镜聚焦后, 由夫朗禾费衍射得焦平面接收光斑为

$$E_f(u, v) = \frac{\exp(ikf) \exp[ik(u^2 + v^2)/2f]}{i\lambda f} \times$$

$$\iint_{-\infty}^{\infty} E(x, y) \exp\left[-2\pi i \left(\frac{u}{\lambda f} x + \frac{v}{\lambda f} y\right)\right] dx dy. \quad (4)$$

注意到波矢 \mathbf{k} 与动量 \mathbf{p} 之间的大小关系有 $\mathbf{k} = 2\pi/\lambda = \mathbf{p}/\hbar$, 同时因焦平面上光斑尺寸远小于透镜焦距, 即对所关注的区域有 $f \gg u, f \gg v$ 。据图 1 中的几何关系, 用焦距 f 近似 OP 的长度, 误差在 $o(\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta)$ 量级, 因此可近似将 $[u/f, v/f]$ 作为单位方向向量在焦平面投影, 从而有

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{u}{f} = \frac{1}{\hbar} p_u, \\ \frac{2\pi}{\lambda} \frac{v}{f} = \frac{1}{\hbar} p_v, \end{cases} \quad (5)$$

式中 (p_u, p_v) 是动量 \mathbf{p} 在 (u, v) 方向上的分量。将(5)式代入(4)式, 并令

$$\varphi(p_u, p_v) = i\lambda f \exp(-ikf) \exp[-ik(u^2 + v^2)/2f] E_f(u, v) = \frac{1}{2\pi\hbar} \iint_{-\infty}^{\infty} 2\pi\hbar E(x, y) \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(p_u x + p_v y)\right] dx dy. \quad (6)$$

由于接收光子在 (x, y) 平面均匀分布, 不受光场幅度的影响, 因此 $2\pi\hbar E(x, y)$ 亦可看成光子在坐标表象中未经归一化的波函数, 这样(6)式正好是光子波函数由坐标表象向动量表象的变换关系。注意到(5)式为线性变换, (u, v) 平面是 (p_u, p_v) 张成的线性子空间, 即对平面波入射, 透镜变换恰好是将接收透镜表面的坐标表象态函数转换为焦平面的动量表象态函数的过程。因单色平面波具有确定的动量,

$$E_f(u, v) = \frac{\exp(ikf)\exp[ik(u^2 + v^2)/2f]}{i\lambda f} \iint_{x^2+y^2 \leq a^2} E(x, y)\exp\left[-2\pi i\left(\frac{u}{\lambda f}x + \frac{v}{\lambda f}y\right)\right] dx dy = A \frac{2\pi a^2}{i\lambda f} \exp(ikf)\exp\left(ik \frac{u^2 + v^2}{2f}\right) \left[J_1\left(\frac{2\pi ar}{\lambda f}\right)\right] \left[\frac{2\pi ar}{\lambda f}\right], \quad (7)$$

式中 $J_1(\cdot)$ 为 1 阶贝塞尔 (Bessel) 函数, r 在傍轴近似 ($f \sin \alpha \sim \alpha f, \sin \beta \sim \beta$) 下为 $r(u, v | \alpha, \beta) = \sqrt{(u - f\alpha)^2 + (v - f\beta)^2}$, 相应的光强

$$I(u, v) = |E(u, v)|^2 = A^2 \frac{4\pi^2 a^4}{(\lambda f)^2} \left[\frac{J_1(kaf^{-1}r)}{kaf^{-1}r}\right]^2. \quad (8)$$

理想透镜透射率为 1, 必有焦平面总功率等于到达接收孔径的功率, 将其同记为 P_r , 则

$$P_r = A^2 \pi a^2 = \iint_{\infty} I(u, v) du dv. \quad (9)$$

用 P_r 将 $I(u, v)$ 归一化, 得到光子在动量空间 (u, v) 平面的概率密度函数:

$$p(u, v | \alpha, \beta) = \frac{4\pi a^2}{(\lambda f)^2} \left[\frac{J_1(kaf^{-1}r)}{kaf^{-1}r}\right]^2. \quad (10)$$

可见, 只有 $a \rightarrow \infty$ 才得到 (u, v) 平面的冲击函数 $\delta(u - f\alpha, v - f\beta)$; 在 $a < \infty$ 的时候, 概率分布都将以 $(f\alpha, f\beta)$ 为中心弥散到整个平面。即对于具有确定动量的单色平面波, 只有经孔径为无穷大的理想透镜变换才能得到动量空间的一个确定点; 经有限孔径透镜变换后, 态函数弥散决定了光子在动量空间的不确定性, 导致到达位置估计的随机涨落, 最终造成测角精度量子极限的存在。

3.3 空间光束波达角测量精度极限

(10)式所给的光子在 (u, v) 平面的分布是以光束到达角 (α, β) 为参量的概率密度函数。记 $\theta = [\alpha, \beta]^T$ 为光束波达角真值, $\hat{\theta} = [\hat{\alpha}, \hat{\beta}]^T$ 是其估计值, 对 θ 任意无偏估计的协方差矩阵 $C = E[(\theta - \hat{\theta})(\theta - \hat{\theta})^T]$, 文献[19]给出证明:

$$C \geq F^{-1}, \quad (11)$$

式中

$$F = -\text{Expect} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln p(u, v)}{\partial \alpha^2} & \frac{\partial^2 \ln p(u, v)}{\partial \alpha \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 \ln p(u, v)}{\partial \beta \partial \alpha} & \frac{\partial^2 \ln p(u, v)}{\partial \beta^2} \end{bmatrix} \right\}, \quad (12)$$

为光束波达角的 Fisher 矩阵, 式中 $\text{Expect}\{\cdot\}$ 为取数学期望。

利用递推关系 $d[x^{-n}J_n(x)]/dx = -x^{-n}J_{n+1}(x)$ 对(10)式取对数求导:

$$\frac{\partial \ln I(u, v)}{\partial \alpha} = -\frac{4\pi a}{\lambda f} \frac{J_2(kaf^{-1}r)}{J_1(kaf^{-1}r)} \frac{f(f\alpha - u)}{r}, \quad (13)$$

可以看出, 光子的焦平面坐标 (u, v) 可作光斑中心的最大后验估计量, 即较为常用的质心法估计; 但能否保证是最小方差估计, 相关结果将由后面数值计算给出。继续对(13)式求导并将 Bessel 函数 $J_n(kar/f)$ 简写成 J_n 得:

$$\frac{\partial^2 \ln p(u, v | \alpha, \beta)}{\partial \alpha^2} = \frac{4\pi a}{\lambda} \frac{1}{r^2} \left[\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{J_1' J_2 - J_2' J_1}{J_1^2} (f\alpha - u)^2 - \frac{f}{r} \frac{J_2}{J_1} (f\beta - v)^2 \right], \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 \ln p(u, v | \alpha, \beta)}{\partial \alpha \partial \beta} = \frac{\partial^2 \ln p(u, v | \alpha, \beta)}{\partial \alpha \partial \beta} = \frac{4\pi a}{\lambda} \frac{1}{r^2} \left[\frac{2\pi a}{\lambda} \frac{J_1' J_2 - J_2' J_1}{J_1^2} (f\alpha - u)(f\beta - v) + \frac{f}{r} \frac{J_2}{J_1} (f\alpha - u)(f\beta - v) \right]. \quad (15)$$

利用 Bessel 函数的递推关系

$$\begin{cases} xJ_2'(x) + 2J_2(x) = xJ_1(x), \\ xJ_1'(x) - J_1(x) = -xJ_2(x), \end{cases} \quad (16)$$

可以得到

$$J_1'J_2 - J_2'J_1 = \frac{3J_1J_2}{ka f^{-1}r} - J_1^2 - J_2^2. \quad (17)$$

将(17)式代入(14),(15)式,结合(10)式和 $p(u, v | \alpha, \beta)$ 关于的 α, β 轮换对称关系,可以计算 Fisher 矩阵 \mathbf{F} 的各元素值.将 \mathbf{F}^{-1} 中元素依次记为 $\sigma_{11}^2, \sigma_{12}^2, \sigma_{21}^2, \sigma_{22}^2, \mathbf{F}^{-1}$ 表示成

$$\mathbf{F}^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

再据(11)式能够得到光束波达角任意无偏估计的均方误差极限:

$$\begin{cases} \sigma_a^2 = \text{Expect}[(\alpha - \hat{\alpha})^2] \geq \sigma_{11}^2, \\ \sigma_b^2 = \text{Expect}[(\beta - \hat{\beta})^2] \geq \sigma_{22}^2, \end{cases} \quad (19)$$

这一极限由量子效应造成,是透镜的固有属性,独立于检测手段和估计算法,具有不可超越的特点,因此也是接收透镜与空间光束能够达到对准精度极

限,鉴于此,将 σ_{11}, σ_{22} 定义为空间光束对准精度的量子极限。

4 数值计算结果

将(12)式各 \mathbf{F} 元素积分转换到柱坐标中,得到积分结果与焦距 f 和到达角方向 (α, β) 无关.选取不同波长和透镜孔径进行数值仿真,得到图 2 所示的结果.图中横坐标是接收透镜孔径,纵坐标表示分辨率. σ -q 是根据上一小节推导的量子极限; σ -r 是将像元尺寸缩小到焦平面 0 级亮纹半径的 1/100 模拟的理想质心法得到的对准精度(后文简称理想质心极限); σ -d 是衍射极限。(a)~(d) 4 幅图分别对应波长 λ 为 850, 1064, 1310 和 1550 nm. 图中显示,3 种极限都随孔径增大而减小,随波长增大而增大,数值结果表明,在不同孔径和波长下,量子极限大约是衍射极限的 26%;而理想质心极限只能达到衍射极限的 85%,仍然比量子极限高出 2.24 倍。

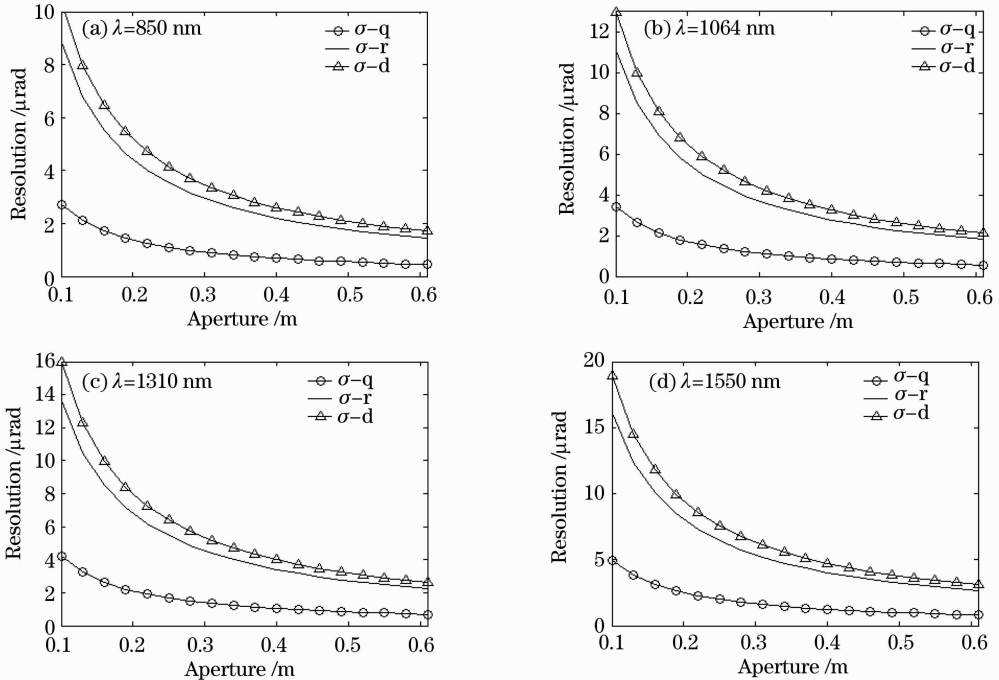


图 2 光束对准精度极限

Fig. 2 Pointing accuracy limits of received beam

表 1 给出了典型的卫星光通信系统实测对准误差与衍射极限、量子极限对比.半导体星间激光链路实验(SILEX)系统用焦平面 CCD 捕获光束,2 pixel × 2 pixel 进行质心跟踪,实验中得到的跟踪精度达到了优于衍射极限的对准精度^[3,20],距理想质心极限仅

5.8%.小型化光学用户终端(SOUT)是 ESA 研发的相干激光通信终端,同样采用焦平面阵列捕获,4 pixel × 2 pixel 跟踪,地面静态测试时等效精度曾经超过了理想质心法的精度^[21].日本用于卫星通信的激光通信设备 LUCE 地面测试^[22]和在轨实验^[5]中接

近衍射极限的等效分辨率。这几大系统的实验数据表明,采用焦平面光斑中心探测远场光束到达角作为光束对准参考信号,对准精度能够超过衍射极限,达

到理想质心极限精度,但是与量子极限仍有一定差距。

表 1 典型卫星光通信系统对准精度

Table 1 Pointing accuracy of typical satellite optical communication systems

System name	Aperture size /mm	Wave-length /nm	Magnification	1σ pointing accuracy / μ rad	Equivalent resolution / μ rad	Diffraction limit / μ rad	Centroid limit / μ rad	Quantum limit / μ rad
SILEX	250	847	31.25	0.12	3.75	4.13	3.53	1.09
SOUT	70	847	8.75	1.27	11.11	14.81	12.61	3.89
LUCE	260	847	20	0.21	4.2	3.97	3.40	1.05

5 结 论

由于亥姆霍兹方程与薛定谔方程具有等效性,空间光场也是自由光子态函数;对远场光束进行点聚焦的过程恰好是态函数从入射面的坐标表象转换到焦平面动量表象的过程。透镜的有限孔径限制光子态函数精确再现,导致空间角分辨率存在量子极限,这一极限与衍射极限同为透镜的固有属性,在夫朗禾费远场近似下,量子极限约为衍射极限的26%。研究表明,就光子在焦平面位置进行质心跟踪,所能达到的经典极限分辨率近似为理想质心极限,在系统设计时需要做出充分预留。

参 考 文 献

- Liu Liren. Laser communication in space-I optical link and terminal technology [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(1): 1~18
刘立人. 卫星激光通信-I链路和终端技术[J]. *中国激光*, 2007, **34**(1): 1~18
- Liu Liren. Laser communication in space-II test and verification techniques on the ground [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(2): 147~155
刘立人. 卫星激光通信-II地面检测和验证技术[J]. *中国激光*, 2007, **34**(2): 147~155
- T. Tolker-Nielsen, G. Oppenhaeuser. In orbit test result of an operational optical intersatellite link between ARTEMIS and SPOT4, SILEX[C]. *SPIE*, 2002, **4635**: 1~15
- T. Jono, Y. Takayama, Nobuhire Kura *et al.*. OICETS on-orbit laser communication experiments [C]. *SPIE*, 2006, **6105**: 610503
- M. Toyoshima, S. Ymakawa, T. Yamawaki *et al.*. Long-term statistics of laser beam propagation in an optical ground-to-geostationary satellite communications link [J]. *IEEE Trans. Antennas and Propag.*, 2005, **53**(2): 842~850
- B. Smutny, H. Kaempfer, G. Muehlnikel *et al.*. 5.6 Gb/s optical intersatellite communication link[C]. *SPIE*, 2009, **7199**: 719906
- Han Cheng, Bai Baoxing, Yang Huamin *et al.*. Study four-quadrant detector in the free space laser communication [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(8): 2030~2034
韩成, 白宝兴, 杨华民等. 自由空间激光通信四象限探测器性

- 能研究[J]. *中国激光*, 2009, **36**(8): 2030~2034
- Cao Yang, Ai Yong, Li Ming *et al.*. Ground simulation experiment of fine tracking for spatial optical communication[J]. *J. Optoelectronics · Laser*, 2009, **20**(1): 40~43
曹阳, 艾勇, 黎明等. 空间光通信精瞄系统地面模拟实验[J]. *光电子·激光*, 2009, **20**(1): 40~43
- Liu Guodong, Liu Bingguo, Chen Fengdong *et al.*. Study on the method of the accuracy evaluation of sub-pixel location operators [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3446~3451
刘国栋, 刘炳国, 陈凤东等. 亚像素定位算法精度评价方法的研究[J]. *光学学报*, 2009, **29**(12): 3446~3451
- Xu Nan, Liu Liren, Wan Lingyu *et al.*. Coherent detection of position errors in space laser coherent communications [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 347~351
许楠, 刘立人, 万玲玉等. 空间相干激光通信中目标位置误差的相干探测[J]. *光学学报*, 2010, **30**(2): 347~351
- Zhang Guangyu, Ma Jing, Tan Liying. Theoretical analysis of single-photon acquisition in satellite-to-ground quantum key distribution [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, **33**(3): 91~94
张光宇, 马晶, 谭立英. 星地量子密钥分配中单光子捕获理论分析[J]. *光电工程*, 2006, **33**(3): 91~94
- Bi Huining, Ma Jing. Study of single-photon acquisition probability based on Hermit-Gaussian Beams [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(2): 428~432
毕慧宁, 马晶. 基于厄米-高斯光束单光子捕获概率研究[J]. *中国激光*, 2010, **37**(2): 428~432
- H. Kuratsuji, S. Kakigi. Maxwell-Schrödinger equation for polarized light and evolution for the Stokes parameters[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **80**(9): 1888~1891
- Liu Timon Chenyi, Guo Hong, Hu Wei. A Schrödinger formulation research for light beam propagation [J]. *Sci. China Ser. A*, 2000, **30**(1): 54~62
刘承宜, 郭弘, 胡巍等. 光束传输的 Schrödinger 形式理论研究[J]. *中国科学(A辑)*, 2000, **30**(1): 54~62
- Liu Timon Chenyi, Guo Hong, Hu Wei. A Schrödinger formulation research for light beam propagation through the media of complex refractive index[J]. *Sci. China Ser. A*, 2002, **45**(7): 866~873
- Liu Timon Chenyi, Yin Jianling, Hu Wei. A Schrödinger formation for paraxial light beam propagation [J]. *J. Jishou University (Natural Science Edition)*, 2004, **25**(2): 3~9
刘承宜, 殷建玲, 胡巍. 傍轴光束传输的 Schrödinger 形式理论[J]. *吉首大学学报(自然科学版)*, 2004, **25**(2): 3~9
- M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. Yang Jiaisun

- Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005. 9~15
- 玻恩, 沃尔夫. 光学原理(第七版)(上册)[M]. 杨葭荪译. 北京: 电子工业出版社, 2005. 9~15
- 18 赵建林. 高等光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002. 151~161
- 19 Zhao Shujie, Zhao Jianxun. Signal Detection and Estimation Theory [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. 365~731
- 赵树杰, 赵建勋. 信号检测与估计理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005. 365~371
- 20 T. Tolker-Nielsen, B. Demellenne, E. Desplats. In orbit test results of the first SILEX terminal[C]. *SPIE*, 1999, **3615**: 31~42
- 21 G. C. Baister, P. V. Gatenby, J. Lewis. SOUT optical intersatellite communication terminal elegant breadboard[C]. *IEE Proc. -Optoelectron.* 1995, **142**(6): 279~287
- 22 M. Toyoshimaa, S. Yamakawaa, T. Yamawaki. Reconfirmation of the optical performances of the laser communications terminal onboard the OICETS satellite[J]. *Acta Astronaut.*, 2004, **55**: 261~269