

# 近场强度分布对线性相位反演算法复原效果的影响

武云云<sup>1,2,3</sup> 李 敏<sup>1,2</sup> 李新阳<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> 中国科学院光电技术研究所自适应光学研究室, 四川 成都 610209  
<sup>2</sup> 中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209  
<sup>3</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100049

**摘要** 利用数值仿真的方法详细的分析了近场强度分布对线性相位反演算法复原效果的影响。对近场强度分布分别为倾斜、环形和高斯随机型的情况下的复原结果与光强均匀时的复原结果进行对比,结果表明像倾斜型这种大部分为奇函数的近场强度分布对复原效果的影响比较恶劣;而像环形、随机型这样的偶函数或大部分为偶函数的近场强度分布对复原效果的影响则不是很大,特别是当空间频率越高时,对复原效果的影响越小。另外,对于大气湍流畸变得到的近场强度和相位,用线性相位反演算法复原进行了数值仿真,此情况下近场强度分布对复原结果有所影响,但影响并不大。

**关键词** 波面复原;线性相位反演;数值仿真;近场强度分布;大气湍流

**中图分类号** TP273 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201131.0101002

## Effect of Near-Field Light Intensity on Reconstructed Effect by Linear Phase Retrieval Algorithm

Wu Yunyun<sup>1,2,3</sup> Li Min<sup>1,2</sup> Li Xinyang<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> *Laboratory on Adaptive Optics, Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China*  
<sup>2</sup> *Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China*  
<sup>3</sup> *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

**Abstract** The effect of the near-field intensity distribution on linear phase retrieval is analyzed in detail. Reconstructed results in cases of three distributions-tilt, ring, random-type near-field intensity distribution are compared with uniform intensity respectively. The results show that the reconstructed effect of tilt-type which is composed of odd functions is adverse; while the reconstructed effect of ring and random-type which is composed of even functions is not large. Especially when the spatial frequency was higher, the reconstructed effects are smaller. In addition, near-field intensity and phase obtained from atmospheric turbulence distortion are simulated by using the linear phase retrieval algorithm. Near-field intensity distribution of the results have influence on the reconstruction, but the influence is not too great.

**Key words** wavefront reconstruction; linear phase retrieval (LPR); numerical simulation; near-field intensity distribution; atmospheric turbulence

**OCIS codes** 010.1080; 010.1330; 010.1320

## 1 引 言

波前传感器是自适应光学系统的重要组成部分之一<sup>[1]</sup>。相位反演技术是一种根据焦平面上的远场

图像反演波前相位的波前传感技术,对光能的利用率高,可工作在微弱信标条件下。相位反演技术通常利用迭代算法计算波前相位,其计算量庞大,但复

收稿日期: 2010-03-03; 收到修改稿日期: 2010-05-28

基金项目: 国家自然科学基金(60408005)资助课题。

作者简介: 武云云(1985—),女,硕士研究生,主要从事光通信方面的研究。E-mail: wuyunyun\_1985@163.com

导师简介: 李新阳(1971—),男,研究员,硕士生导师,主要从事自适应光学方面的研究。E-mail: xyli@ioe.ac.cn

原精度较高,可适合于图像的事后处理等实时性要求不高的场合。李新阳等<sup>[2,3]</sup>提出了线性相位反演(LPR)算法,该算法只需记录一帧当前远场光斑强度分布信息,就可以用线性矩阵运算快速反演出待测波前相位。它不需要子孔径分割,对入射信号光的能量利用率高,可采用单元光电探测器件并行信号输出和处理,计算速度快,实用性强。李敏等<sup>[4~7]</sup>已经对线性相位反演的可行性、动态范围和复原精度等多方面做了较为详细的研究。但是在前期做的线性相位反演的波前测量方法中,都近似认为入射孔径上光强分布是均匀的,然而在很多场合,入射孔径上的光强分布并不是均匀的。那么在不均匀的光强分布下,近场强度分布对线性相位反演算法的复原效果有什么样的影响呢?本文针对这个问题,研究了入射孔径的光强分布对线性相位反演算法复原效果的影响,通过仿真,得出了不同入射光强分布对该算法效果的影响。

## 2 线性相位反演算法的基本原理

考虑一个典型的成像光学系统(如图 1 所示),

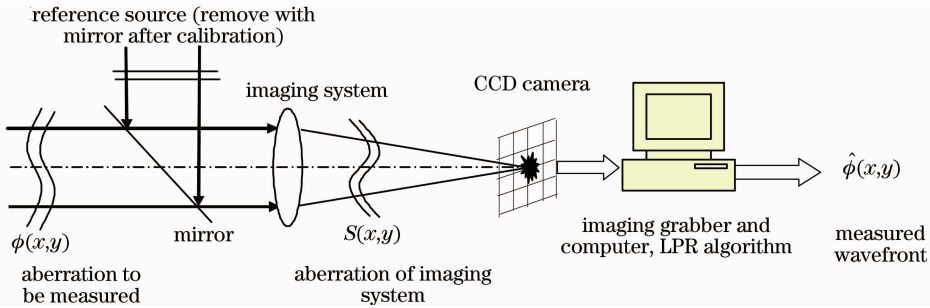


图 1 线性相位反演波前传感器的结构原理示意图

Fig. 1 Configuration principle of linear phase retrieval wave-front sensor

则在焦平面上的成像探测器记录的光斑强度分布为

$$I(\mathbf{u}) = |\omega(\mathbf{u})|^2. \quad (3)$$

线性相位反演算法<sup>[2,3]</sup>利用一幅带相差的远场图像与事先标定理想图像间的变化量,可以用线性运算方法测量出波前畸变。

文献[4]中详述了线性反演算法的基本原理。图 1 是基于这种算法的波前传感器结构示意图,其中待测波前畸变经过一个成像光学系统后在焦平面上成像,焦平面上放置一个 CCD 相机,直接利用读出的图像数据进行线性波前反演。 $S(x, y)$  为这个成像系统自身的像差。

待测波前像差用泽尼克(Zernike)多项式的线性组合表示为

入射光场经过聚焦镜头在远场焦平面上成像。令  $\mathbf{x} = (x, y)$  代表入射孔径上正交分布(Cartesian)网格点,  $(\xi, \eta)$  代表焦平面上的正交网格点。 $A(x, y) \exp[i\phi(x, y)]$  代表入射孔径上的复振幅,其中  $A(x, y)$  为近场强度函数,  $\phi(x, y)$  为相位分布。焦平面上的复振幅分布  $\omega(\xi, \eta)$  与入射孔径上的复振幅间的关系为

$$\omega(\xi, \eta) = \frac{\exp[i\pi(\xi^2 + \eta^2)/\lambda f]}{i\lambda f} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} A(x, y) \times \exp[i\phi(x, y)] \exp\left[-\frac{i2\pi(x\xi + y\eta)}{\lambda f}\right] dx dy, \quad (1)$$

式中  $\lambda$  是波长,  $f$  是成像焦距。如果定义  $\mathbf{u} = (u, v) = (\xi, \eta)/\lambda f$ , 并且忽略(1)式中积分前的项,入射孔径和成像焦平面上的复振幅分布可以用二维傅里叶变换关系表示:

$$\omega(u, v) = \mathcal{F}\{A(x, y) \exp[i\phi(x, y)]\}, \quad (2)$$

式中傅里叶变换关系为

$$\mathcal{F}[f(x, y)] = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-i2\pi(xu + yv)] dx dy.$$

$$\phi(x, y) = \sum_i a_i Z_i(x, y), \quad (4)$$

式中  $Z_i(x, y)$  为第  $i$  阶 Zernike 多项式,  $a_i$  为第  $i$  阶 Zernike 多项式的系数。如果得到各阶 Zernike 多项式的系数,就可得到待测像差  $\phi(x, y)$  的值。

根据图 1,传感器使用前需要用理想的参考平面波光源进行标定,测量出传感器光学成像系统自身的像差对应的远场光斑强度分布,并记为  $I_0$ 。定标之后,利用同样的传感器对畸变波前  $\phi(x, y)$  进行测量,并记录下同时有传感器系统像差和待测像差条件下的远场强度分布,并记为  $I$ ,  $I$  和  $I_0$  之间的差记为  $\Delta I$ 。在  $A(x, y) = 1$  的条件下,根据远场成像的傅里叶变换性质,远场强度分布差与入射光束的 Zernike 多项式系数间存在线性关系,即

$$\Delta I = \mathbf{R} a, \quad (5)$$

式中  $\mathbf{R}$  为该传感器的 Zernike 模式响应矩阵, 可以根据传感器的参数事先得到。根据上式, 测量得到有待测像差条件下的光强分布差  $\Delta I$ , 就可以用线性矩阵方法得到待测畸变像差对应的 Zernike 多项式系数:

$$a = \mathbf{R}^+ \Delta I = \mathbf{R}^+ (I - I_0), \quad (6)$$

式中  $\mathbf{R}^+$  是该传感器的 Zernike 模式复原矩阵, 是  $\mathbf{R}$  矩阵的广义逆。得到了 Zernike 多项式系数, 就可以得到相应的复原波前  $\phi(x, y)$ 。(6)式即根据远场图像信号线性反演出入射光束相位的方法。

从(2)式中可以看出, 近场强度函数  $A(x, y)$  对远场的光强分布是会产生影响的。那么当  $A(x, y) \neq 1$  时, 即入射孔径上的光强分布不是均匀的, 此时波前就是相位和近场强度函数共同作用的结果, 这样(5)式是否仍然成立, 近场强度分布  $A(x, y)$  又会对 LPR 复原算法造成什么样的影响, 都是本文要研究的重点。

### 3 近场强度分布对线性相位反演算法复原效果的影响

#### 3.1 评价标准

通常用以下两个标准来评价的光强分布的均匀性: 1) 振幅调制度因子, 2) 光强的闪烁指数。

振幅调制度因子:

$$m = (A_{\max} - A_{\min}) / (A_{\max} + A_{\min}), \quad (7)$$

式中  $A_{\max}$ ,  $A_{\min}$  分别代表最大振幅和最小振幅。  $m = 0$  时近场光强分布均匀,  $m = 1$  时最小振幅  $A_{\min} = 0$ , 近场光强分布最差。

光强的起伏(光闪烁)是激光在湍流大气中传输时其光强随时间变化而产生随机起伏的现象, 其原因是大气折射率的起伏导致了传输激光相位的变化, 同时也导致了传输激光的振幅起伏, 进而产生散射强度起伏现象。一般用闪烁指数<sup>[8]</sup>来定义:

$$\sigma_I^2 = \frac{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}{\langle I \rangle^2} = \frac{\langle I^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} - 1, \quad (8)$$

式中  $I$  是光强,  $\langle \cdot \rangle$  表示系综平均。在弱起伏区, 闪烁指数与 Rytov 方差成正比, 而 Rytov 方差定义为  $\sigma_R^2 = a C_n^2 \kappa^{7/6} L^{11/6}$ , 球面波时  $a = 0.5$ , 平面波时  $a = 1.23$ 。  $C_n^2$  为折射率结构常数,  $\kappa = 2\pi/\lambda$  为波数,  $L$  为光束传播距离。  $\sigma_I^2 = 0$  时近场光强分布均匀, 随着  $\sigma_I^2$  的增大, 近场光强分布越来越不均匀。

同时, 为了比较待测相位与反演相位的差异, 用误差率和残差斯特列尔(Strehl)比作为波前复原的评价标准。

定义误差相位为

$$E(x, y) = \phi(x, y) - \hat{\phi}(x, y). \quad (9)$$

以误差率  $\eta$ , 即误差相位  $E(x, y)$  与待测相位  $\phi(x, y)$  的均方根值(RMS)之比, 作为传感器相位反演准确度的评价指标之一:

$$\eta = E_{\text{RMS}}(x, y) / \phi_{\text{RMS}}(x, y). \quad (10)$$

如果误差率  $\eta < 1$ , 说明相位反演算法有效。误差率越小, 说明相位反演算法越准确。

传感器相位反演准确度的评价指标之二是残差的 Strehl 比值, 即误差相位  $E(x, y)$  在远场产生的光斑强度最大值与平行光在远场产生的光斑强度最大值之比。如果残差 Strehl 比越接近 1, 则反演算法的准确度越高。

#### 3.2 几种近场强度分布的情况

为了检验近场强度函数  $A(x, y)$  对线性相位反演算法性能的影响, 将近场强度函数  $A(x, y)$  设定为不同的调制函数, 以分析各种不同条件下的复原结果。

首先仿真了近场强度函数  $A(x, y)$  的分布分别为倾斜、环状和高斯随机分布等情况下对线性相位反演算法复原效果的影响。

仿真实验条件及参数: 无噪声情况下, 用理想平行光做标定, 系统像差为  $a_3 = 4$  的离焦像差; 待测波前像差为  $a_4 = 0.6$  的像散。仿真时用 65 阶 Zernike 系数做波面复原。待测的光强分布为均匀型, 倾斜型, 环型, 随机型等情况(图 2)。

首先仿真了光强分布均匀的条件下线性反演算法的复原效果, 得出  $\eta = 0.2084$ , 原始 Strehl 比  $r_s = 0.6955$ , 残差 Strehl 比  $r_s = 0.9849$ 。图 3(a) 表示原始的误差波面, 图 3(b) 表示均匀光强下线性反演算法复原的波面, 对比中可以看出, 复原效果不错。

然后分析近场强度分布为倾斜状[图 2(a)], 即入射孔径上的光强分布表现为一边强, 一边弱。图 3(c) 是调制度因子  $m = 0.1$  时的复原波面, 此时光强的起伏不大, 复原的效果很好, 但当调制度因子  $m = 0.5$  [复原波面如图 3(d) 所示] 时, 复原的效果很差。

图 4(a) 为倾斜光强时闪烁指数, 相对误差率和残差 Strehl 比随调制度因子  $m$  的变化而变化的对比图。可以看出, 当调制度因子不大于 0.4 时, 该算法的复原误差率小于 1, 但当调制因子继续增大时(此时闪烁指数并不大)时, 该算法失效, 误差率超出可接受范围。

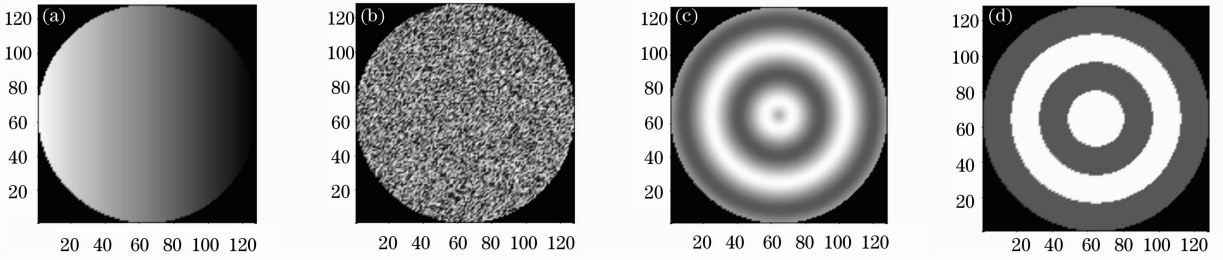


图 2 光强分布示意图。(a)倾斜,(b)随机,(c)  $n=2$  正弦环形,(d)  $n=2$  方波环形

Fig. 2 Distribution of light intensity. (a) Tilt, (b) random, (c) sine ring ( $n=2$ ), (d) square ring ( $n=2$ )

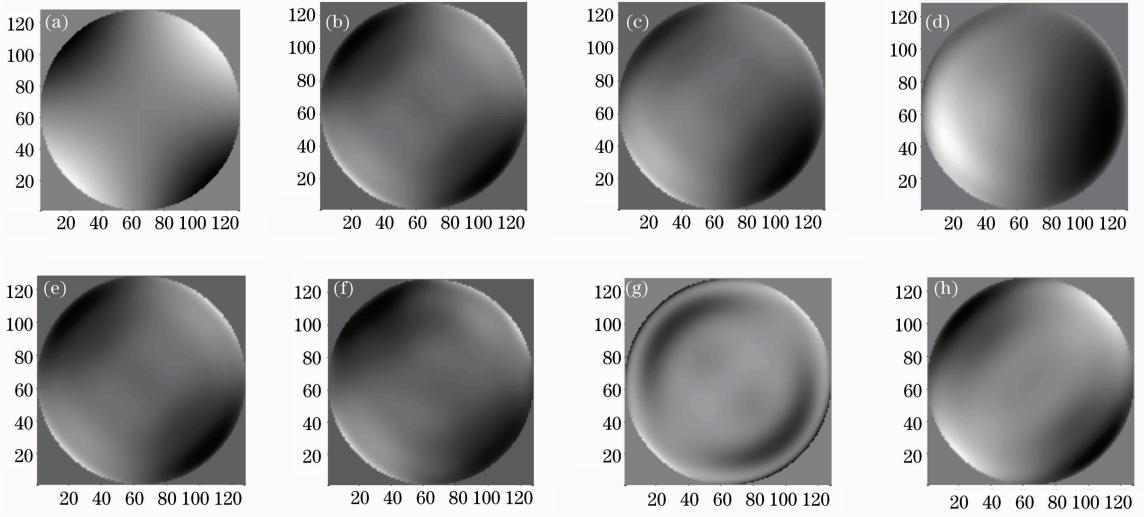


图 3 (a)原始波面图,(b)均匀,(c)倾斜  $m=0.1$ ,(d)倾斜  $m=0.5$ ,(e)随机  $m=0.1$ ,(f)随机  $m=1$ ;

(g)正弦环形  $m=0.5, n=2$ ,(h)正弦环形  $m=0.5, n=10$  等光强分布情况下复原的波面图

Fig. 3 (a) Original wave-front and reconstructed wave-front in (b) uniform, (c) tilt ( $m=0.1$ ), (d) tilt ( $m=0.5$ ),

(e) random ( $m=0.1$ ), (f) random ( $m=1$ ), (g) sine ring ( $m=0.5, n=2$ ), (h) sine ring ( $m=0.5, n=10$ )

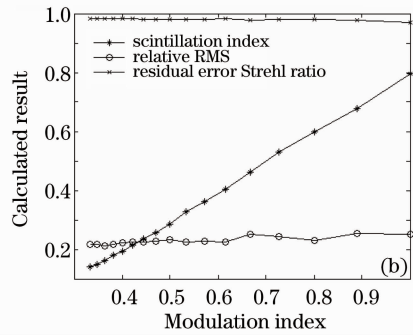
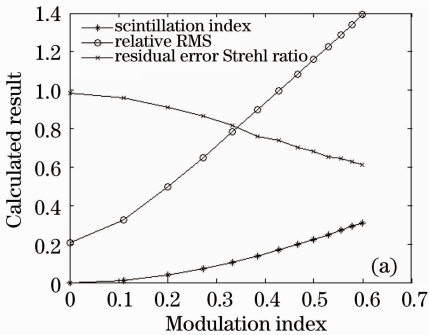


图 4 不同调制度因子和闪烁指数下的复原误差率和残差 Strehl 比。(a)倾斜光强,(b)随机光强

Fig. 4 Relative-RMS and residual error Strehl ratio at different modulation index and scintillation index. (a) tilt intensity distribution, (b) random intensity distribution

当近场强度分布为高斯随机分布[图 2(b)], 仿真得到此情况下复原的相对误差率和残差 Strehl 比随调制度因子和闪烁指数的变化图[图 4(b)], 可以看出, 在近场强度分布为随机函数时, 复原结果的相对误差率普遍较小, 小于 0.25, 残差 Strehl 比接近 1. 说明近场强度分布为高斯随机型时对线性相位

反演算法复原效果影响不大。图 3(e), (f) 为光强为高斯随机分布时的复原波面, 也可以看出, 尽管光强起伏加剧, 但对复原效果的影响并不大。

当近场强度分布为正弦环形[图 2(c)]时, 即环的径向为正弦函数, 通过调节该正弦函数的幅度  $a$ , 周期数  $n$  来改变其调制度因子  $m$  和闪烁指数  $\sigma_1^2$ 。

图 5 仿真了  $n=1, 2, 5, 10$  四种不同径向频率条件下的光强对复原效果的影响,从中可以看出,当  $n=1$  时,相对误差率增加很快,LPR 算法很快失效;当  $n=2, 5$  时,调制度因子大于 0.5 以后的复原效果很

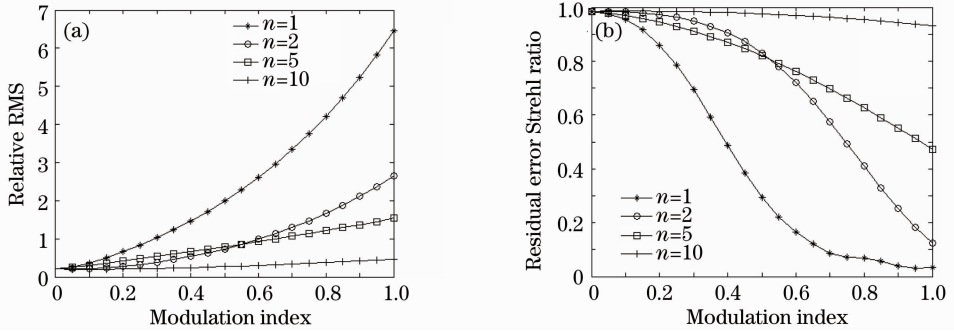


图 5 正弦环形光强分布下复原的 Relative-RMS 和残差 Strehl 比随调制度因子的变化图( $n$  为环的周期数)

Fig. 5 Relative-RMS and residual error Strehl ratio versus different modulation index in sine ring intensity distribution ( $n$  is the cycles number of the ring)

### 3.3 湍流畸变像差和强度分布对线性相位反演算法的影响

数值仿真针对准直平行光水平通过湍流大气的情况<sup>[9]</sup>。通过下面的传输计算参数仿真产生一系列的大气湍流畸变像差和光强,以这些数据作为线性相位反演算法的待测相位和近场光强,来分析大气湍流畸变光强对线性相位反演算法复原效果的影响。

平行光通过大气湍流传输的仿真计算参数:波长为  $0.6328 \mu\text{m}$ ;有效光束口径(望远镜口径)为  $0.6 \text{ m}$ ;有效光束口径的网格数为  $128 \times 128$ ;传输计算网格数为  $256 \times 256$ ;相屏数为 3;相屏大小为  $1024 \times 1024$ ;

考虑到  $\sigma_R^2 = aC_n^2 \kappa^{7/6} L^{11/6}$ ,本仿真实验通过改变传输距离  $L$  和湍流  $C_n^2$  的值来控制光强闪烁指数,以得到不同的光强分布和相位波面。

仿真所用的线性相位反演的计算条件:无噪声情况下,用理想平行光做标定,系统像差为  $a_3 = 4$  的离焦像差。用 65 阶 Zernike 系数做相位复原。待

差;而当  $n=10$  时,复原的效果都比较理想。也就是说当光强分布的空间频率较高时,复原的相对误差率较小。以同样的方式仿真近场强度为方波环形[图 2(d)]的情况,能得到类似的结论。

测波前像差为平行光通过湍流大气传输后得到的相位;待测光强的分布为平行光通过湍流大气传输后的近场强度分布。

图 6 中, $r_{s0}$ 代表大气湍流畸变得到的复振幅的远场 Strehl 比; $r_{s1}$ 代表根据大气湍流畸变得到的近场强度和相位用 LPR 复原后的残差 Strehl 比; $r_{s2}$ 代表根据大气湍流畸变后的相位与理想光强通过 LPR 复原后的残差 Strehl 比。可以看出,随着湍流的增加,LPR 的复原误差也随之增大,表现为  $r_{s1}$  和  $r_{s2}$  减小,这种情况与李敏等<sup>[5]</sup>的论文结果一致,不再讨论,本文主要关心不同强度分布对 LPR 复原结果的影响。当  $C_n^2$  一定时,随着闪烁指数的逐渐增长,直至该反演复原算法失效, $r_{s2}$  普遍略小于  $r_{s1}$ ,但二者相差不远,说明大气湍流畸变后的光强闪烁对复原结果的影响并不是很大。而且当  $C_n^2$  增大到  $5 \times 10^{-15}$  时,复原效果明显下降很快。

图 7 和图 8 是在  $C_n^2 = 5 \times 10^{-16}$  时,闪烁指数  $\sigma_I^2 = 0.0360$  与  $\sigma_I^2 = 0.3509$  两种情况下的 LPR 复原

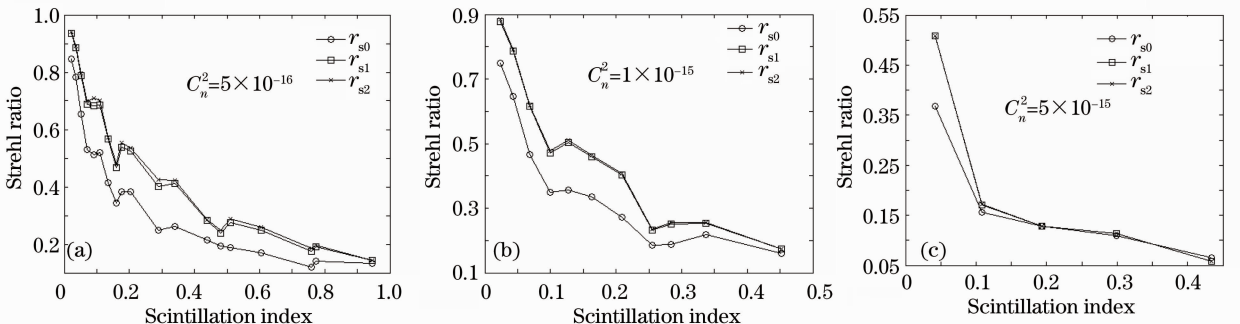


图 6 各种闪烁指数和  $C_n^2$  情况下复原结果比较

Fig. 6 Comparison of reconstruction result at different scintillation index and  $C_n^2$



的结果对比图,很明显,当闪烁指数较小时,复原效果较好;也可以看出,理想光强用于 LPR 复原的效

果与大气湍流后的光强用于 LPR 复原的效果相差无几。

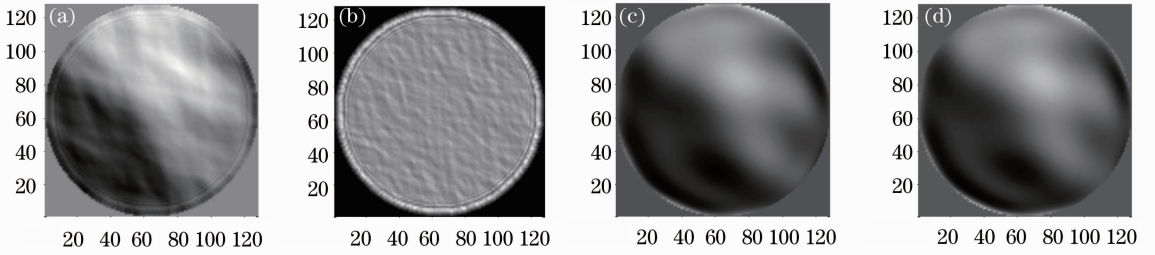


图 7 大气湍流畸变相差通过 LPR 复原的波前(闪烁指数  $\sigma^2=0.0360$ )。(a)待测相位波面,(b)入射光强分布,(c)理想光强下 LPR 复原的相位波面,(d)实际光强下 LPR 复原的相位波面

Fig. 7 Wave-front reconstructed by LPR with atmospheric turbulence distortion phase ( $\sigma^2=0.0360$ ). (a) original phase, (b) near-field intensity distribution, (c) phase reconstructed by LPR at unity intensity distribution, (d) phase reconstructed by LPR at real intensity distribution

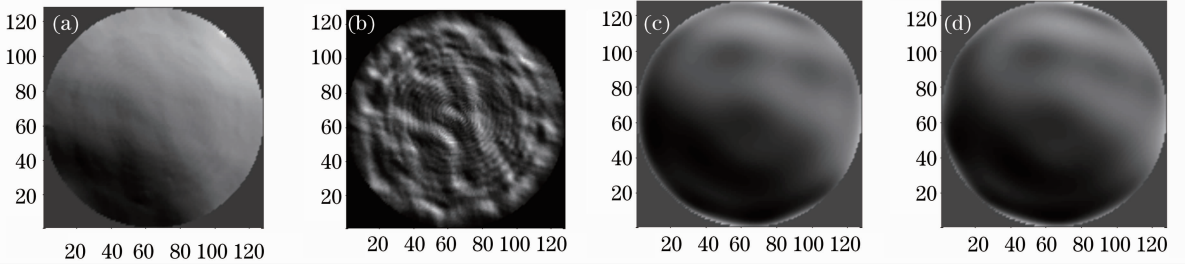


图 8 大气湍流畸变相差通过 LPR 复原的波前(闪烁指数  $\sigma^2=0.3509$ )。(a)待测相位波面图,(b)入射光强分布图,(c)理想光强下 LPR 复原的相位波面图,(d)实际光强下 LPR 复原的相位波面图

Fig. 8 Wave-front reconstructed by LPR with atmospheric turbulence distortion phase ( $\sigma^2=0.3509$ ). (a) original phase, (b) near-field intensity distribution, (c) phase reconstructed by LPR at unity intensity distribution, (d) phase reconstructed by LPR at real intensity distribution

## 4 讨论与分析

从得到的实验结果可以看出,近场强度分布确实会影响到线性相位反演算法的复原结果。1)从正弦和方形环形调制的结果中可以看出,近场强度分布的空间频率越高,其对线性相位反演算法的复原结果影响越小;反之,近场强度分布的空间频率较低时,线性相位反演算法复原的相对误差率较高。2)倾斜的近场强度分布会导致线性相位反演算法很快失效。这个可以从线性相位反演算法的原理中找到原因。在 Gonsalves 等<sup>[10]</sup>的相位反演算法原理的研究中,都是认为近场强度函数  $A(x, y)$  为偶函数。近场强度函数  $A(x, y)$  会影响结论中的奇偶性,当  $A(x, y)$  为偶函数时,成像系统的固有系统像差的类型大部分为偶函数时可以得到唯一解的结论仍然成立。然而当  $A(x, y)$  为奇函数时,结论就会受到影响。3)在大气传输的线性相位反演中可以看出,光强分布确实对复原结果有些影响,但是影响并不大,所以在大气湍流畸变像差情况下用理想光强来

代替实际光强的分析是可行的。

## 5 结 论

本文分析了近场强度分布对线性相位反演算法复原效果的影响。对几种近场强度调制—环形、高斯随机性和倾斜型做了数值仿真,结果表明各种不同类型的近场强度调制都对复原效果有所影响,但是如倾斜型这种大部分为奇函数分布的近场强度对复原效果的影响比较恶劣;而如环形、高斯随机型这样的偶函数或大部分为偶函数分布的近场强度对复原效果的影响则不是很大,特别是当空间频率越高时,对复原效果的影响越小。再对大气湍流畸变像差和畸变光强进行了数值仿真,在该过程中,畸变的近场光强分布确实会对复原的精度有影响,但由于畸变后的近场强度分布空间频率普遍较高,所以对复原结果的影响并不大。

**致谢** 特别感谢魏伟、颜召军、邓黎和付强等的热心

帮助。

### 参 考 文 献

- 1 R. K. Tyson. Principles of Adaptive Optics [M]. USA: Academic Press, 1991
- 2 Li Xinyang, Li Min. Preliminary analysis on the principle and performance of a kind of linear phase retrieval wave-front measuring method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1211~1216  
李新阳, 李敏. 一种线性相位反演波前测量方法的原理和性能初步分析[J]. *光学学报*, 2007, **27**(7): 1211~1216
- 3 Li Xinyang, Li Ming. A Kind of Linear Phase Retrieval Wavefront Measuring Method [P]. China Patent, 200610089149.7, 2006.08.07  
李新阳, 李敏. 一种基于线性相位反演的波前测量方法[P]. 中国专利, 200610089149.7, 2006.08.07
- 4 Li Min, Li Xinyang, Jiang Wenhan. Experimental comparison between linear phase retrieval sensor and hartman wavefront sensor[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4): 619~625  
李敏, 李新阳, 姜文汉. 线性相位反演传感器与哈特曼传感器的实验研究对比[J]. *光学学报*, 2008, **28**(4): 619~625
- 5 Chen Bo, Li Min, Li Xinyang *et al.*. Close-loop experiment of adaptive optics system based on linear phase retrieval technique [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(9): 1633~1637  
陈波, 李敏, 李新阳等. 基于线性相位反演技术的自适应光学闭环实验研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(9): 1633~1637
- 6 Li Min, Li Xinyang, Jiang Wenhan. Small-phase retrieval with a single far-field image [J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(11): 8190~8197
- 7 Li Min, Li Xinyang. Linear phase retrieval with a single far-field image based on Zernike polynomials [J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(17): 15257~15263
- 8 Li Xiaofeng. The Principle and Technology of the Satellite-to-Ground Laser Communication Links [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007. 138  
李晓峰. 星地激光通信链路原理与技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007. 138
- 9 Zhang Huimin, Li Xinyang. Numerical simulation of wavefront phase screen distorted by atmospheric turbulence [J]. *Opto-Electronics Engineering*, 2006, **33**(1): 14~19  
张慧敏, 李新阳. 大气湍流畸变相位屏的数值模拟方法研究[J]. *光电工程*, 2006, **33**(1): 14~19
- 10 R. A. Gonsalves. Small-phase solution to the phase-retrieval program [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(10): 684~685