

文章编号: 0253-2239(2010)s100409

# 基于变分解耦模型的光学遥感图像快速去模糊算法

肖 亮 韦志辉 黄丽丽

(南京理工大学计算机科学与技术学院, 江苏 南京 210094)

**摘要** 提出了适合光学遥感图像的快速去模糊变分模型。模型通过引入辅助二次变量代理项,将非线性变分去模糊问题解耦并转化为去模糊和去噪交替最小化过程,进而提出了一个傅里叶域线性化去模糊滤波与子空间投影正则化去噪的交错迭代快速算法。最后通过典型的去大气湍流高斯模糊和光学系统散焦模糊数值实验,证明了该算法的改进信噪比比梯度最速下降法(GD)提高约 2 dB,而且算法速度提高一个数量级。

**关键词** 图像处理;遥感图像复原;全变差;代理泛函法;快速算法

**中图分类号** TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201030.s100409

## Optical Remote Sensing Image Fast De-Blurring Algorithm Based on Variational Decoupling Model

Xiao Liang Wei Zhihui Huang Lili

(School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology,  
Nanjing, Jiangsu 210094, China)

**Abstract** A fast de-blurring variational model for optical remote sensing image is proposed. In the proposed model, the de-blurring and de-noising parts can be divided into two alternating minimizing processes using surrogated functional decoupling approach. Combined Fourier domain linear de-blurring filtering and subspace projection de-noising method together, a novel alternating iterative numerical algorithm is proposed. Two classical point spread functions such as atmosphere turbulence Gaussian blurring and out-of-focus blurring are designed to demonstrate this algorithm's performance. Experimental results show that the improved signal to noise ratio in this algorithm is about 2 dB larger than that of the gradient decreasing (GD) algorithm and the iterative convergent rate is improved more than one order of magnitude.

**Key words** image processing; remote sensing image recovery; total variation; surrogated functional; fast algorithm

**OCIS codes** 070.0070; 100.0100

## 1 引 言

光学遥感成像是地对观测和深空探测中常用的技术手段。然而成像过程中光学系统散焦、运动和大气扰动等原因造成空间分辨率降低的模糊效应以及成像系统光电因素造成的噪声干扰等严重影响了图像的视觉质量和空间分辨率。如何去除模糊效应和抑制噪声干扰是光学遥感图像复原需要解决的问题。从数学上看,光学遥感图像复原本质上是 Hardmard 意义下的非适定数学反问题。近几年来基于能量泛函正则化和偏微分方程的图像复原方法因其高质量处理效果已引起国内外研究者的广泛关注<sup>[1~4]</sup>。

Wiener 滤波复原算法源于最小二乘估计,是经典的图像去模糊算法,但容易在边缘附近引起寄生波纹效应;约束最小二乘算法,通过 Laplace 算子的二次正则化项能够部分解决寄生波纹效应,但是不能很好的保持图像的边缘,为此文献[6,7]基于 Rudin-Osher 连续全变差模型提出了图像去模糊重建算法,但是基于梯度最速下降的算法存在收敛速度慢,不能严格收敛精确解等问题。针对上述问题,本文基于 Rudin-Osher 提出的全变差模型给出了适合光学遥感图像的快速去模糊变分模型。模型通过引入辅助二次变量项,将非线性变分去模糊问题进

收稿日期: 2010-05-28; 收到修改稿日期: 2010-07-13

基金项目: 国家自然科学基金(60802039)和南京理工大学自主科研重大项目(2010ZDJH07)资助课题。

作者简介: 肖 亮(1976—),男,博士,副教授,主要从事先进计算、图像工程和多维信号处理等方面的研究。

E-mail: xt Xiaoliang@163.com

行解耦,转化为去模糊和去噪交替最小化过程。进而提出了一个交错迭代快速算法,算法中利用模糊卷积等价于傅里叶域的乘积,并且由傅里叶变换不会改变欧式范数的性质,得到去模糊的快速频域计算;而去噪过程利用子空间投影得到快速收敛计算。数值实验表明,该算法稳定性强,收敛速度快,去模糊效果明显。

## 2 基于全变差解耦模型的遥感图像快速去模糊算法

### 2.1 问题描述及其经典算法概述

设  $u(x, y)$  为未退化的图像,观测图像  $u_0(x, y)$  的退化过程可建模为未退化的图像与点扩展函数 (PSF)  $h(x, y)$  卷积后再与噪声  $n$  的叠加:

$$u_0(x, y) = u(x, y) \otimes h(x, y) + n, \quad (1)$$

图像复原问题实质上就是从  $u_0$  中估计合适的  $u$ 。Wiener 滤波复原算法源于最小二乘估计,通过假定图像和噪声都是属于广义平稳随机过程,得到一种简单的频域复原算法<sup>[7]</sup>,公式为

$$u = \mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{\mathcal{F}(h)^* \circ \mathcal{F}(u)}{\mathcal{F}(h)^* \circ \mathcal{F}(h) + S_n(n)/S_u(u)} \right], \quad (2)$$

式中  $\mathcal{F}(u)$ ,  $\mathcal{F}(h)$  为  $u$  和  $h$  的傅里叶变换,  $S_n(n)$ ,  $S_u(u)$  分别为噪声和未失真的功率谱,“ $\circ$ ”表示矩阵的元素相乘,而“ $*$ ”表示复共扼。功率谱比值  $S_n(n)/S_u(u)$  起到了规整化作用。但两个功率谱常常难以估计,因此利用近似 Wiener 滤波

$$u = \mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{\mathcal{F}(h)^* \circ \mathcal{F}(u)}{\mathcal{F}(h)^* \circ \mathcal{F}(h) + \gamma} \right], \quad (3)$$

式中  $\gamma$  是一个正数,在数值上最好为观测图像信噪比的倒数。

解决图像反卷积病态性的一条有效途径是通过正则化方法,将图像去模糊重建转化为求解下列最小能量泛函

$$\hat{u} = \operatorname{argmin}_u \left\| u_0(x, y) - u(x, y) \otimes h(x, y) \right\|_2^2 + \alpha \Gamma[u(x, y)], \quad (4)$$

式中  $\|u_0 - u \otimes h\|_2^2$  为保真项,  $\Gamma[u(x, y)]$  为正则项,  $\alpha$  为正则化参数。

Hunt 提出了约束最小二乘算法,取  $\Gamma[u(x, y)] = \int |\nabla u|^2 dx dy$ , 其中  $\nabla u$  为图像梯度,由此可导出约束最小二乘滤波器

$$u = \mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{\mathcal{F}(h)^* \circ \mathcal{F}(u)}{\mathcal{F}(h)^* \circ \mathcal{F}(h) + \alpha \mathcal{F}^*(C) \circ \mathcal{F}(C)} \right], \quad (5)$$

式中  $C$  为 Laplace 算子生成的循环矩阵,  $\mathcal{F}(C)$  为  $C$

的傅里叶变换。

文献[5, 6]基于 Rudin-Osher 连续全变差 (TV) 模型提出了图像去模糊重建算法

$$\hat{u} = \operatorname{argmin}_u \left\| u_0(x, y) - u(x, y) \otimes h(x, y) \right\|_2^2 + \alpha \|u\|_{\text{TV}}, \quad (6)$$

式中连续全变差模型定义为

$$\|u\|_{\text{TV}} = \iint_{\Omega} |\nabla u| dx dy = \iint_{\Omega} \sqrt{(u_x)^2 + (u_y)^2} dx dy, \quad (7)$$

对线性空间平移不变光学系统,设  $H$  为与 PSF  $h(x, y)$  对应的线性模糊算子,则

$$Hu(x, y) = u(x, y) \otimes h(x, y) = \iint_{\Omega} h(x-s, y-t) u(s, t) ds dt. \quad (8)$$

利用变分法和梯度下降法 (GD) 转换为求解非线性方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} = H^* (u_0 - Hu) + \alpha \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right), \quad (9)$$

式中,为避免  $|\nabla u|$  等于零,需要引入参数  $\epsilon > 0$ , 将其替换为  $\sqrt{|\nabla u|^2 + \epsilon}$ 。梯度下降法是目前求解非线性变分问题最直观、最常用且实现比较简单的算法,仍被很多文献所采用,但其存在如下缺点:1) 收敛速度较慢;2) 在求解过程中需要引入参数  $\epsilon > 0$ , 而且因为参数  $\epsilon$  的引入迭代解不能严格收敛于 (6) 式的精确解;3) 每次迭代都要计算一次  $H^* H$ , 由于线性空间不变的模糊算子的支集一般很大,当受到模糊影响的遥感图像尺寸很大时去模糊的计算代价更高。

### 2.2 模型导出

针对这些问题,根据 Ng M. K 等<sup>[8]</sup>最近提出的基于解耦 TV 最小化的快速图像复原方法,将 TV 模型修改为

$$\hat{u} = \operatorname{argmin}_u \left\| u_0(x, y) - u(x, y) \otimes h(x, y) \right\|_2^2 + \alpha_1 \|u(x, y) - w(x, y)\|_2^2 + \alpha_2 \|w\|_{\text{TV}}, \quad (10)$$

式中  $\alpha_1, \alpha_2$  为正则化参数。比较 (4) 式和 (10) 式,两式之间的差别是 (10) 式新增了一个变量  $w$  和一项保真项  $\|u - w\|_2^2$ 。当  $\alpha_1$  充分大时, (10) 式与 (4) 式等价。进一步考虑到 PSF 与图像的卷积等价于光学传递函数与图像傅里叶变换的乘积,并且由傅里叶变换不会改变欧式范数 (Parseval 定理) 的性质。记  $\mathcal{F}(u_0), \mathcal{F}(u), \mathcal{F}(w)$  和  $\mathcal{F}(h)$  为  $u_0, u, w$  和  $h$  的傅里叶变换,则最小化问题 (10) 式可重写为

$$\hat{u} = \operatorname{argmin}_u \left\| \mathcal{F}(u_0) - \mathcal{F}(h) \circ \mathcal{F}(u) \right\|_2^2 + \alpha_1 \left\| \mathcal{F}(u) - \mathcal{F}(w) \right\|_2^2 + \alpha_2 \left\| w \right\|_{\text{TV}}, \quad (11)$$

注意到

$$\hat{u} = \min_{u,w} \left\| \mathcal{F}(u_0) - \mathcal{F}(h) \circ \mathcal{F}(u) \right\|_2^2 + \alpha_1 \left\| \mathcal{F}(u) - \mathcal{F}(w) \right\|_2^2 + \alpha_2 \left\| w \right\|_{\text{TV}} =$$

$$\min_w \min_u \left\{ \left\| \mathcal{F}(u_0) - \mathcal{F}(h) \circ \mathcal{F}(u) \right\|_2^2 + \alpha_1 \left\| \mathcal{F}(u) - \mathcal{F}(w) \right\|_2^2 \right\} + \alpha_2 \left\| w \right\|_{\text{TV}}$$

使用交替最小化算法求解(11)式。由初值  $w(0)$  开始,利用该方法得到一迭代序列  $u^{(1)}, w^{(1)}, u^{(2)}, w^{(2)}, \dots, u^{(i)}, w^{(i)}, \dots$  使得

$$u^{(i)} = \operatorname{argmin}_u \left\| \mathcal{F}(u_0) - \mathcal{F}(h) \circ \mathcal{F}(u) \right\|_2^2 + \alpha_1 \left\| \mathcal{F}(u) - \mathcal{F}(w^{(i-1)}) \right\|_2^2, \quad (12)$$

$$w^{(i)} = \operatorname{argmin}_w \alpha_1 \left\| u^{(i)} - w \right\|_2^2 + \alpha_2 \left\| w \right\|_{\text{TV}}. \quad (13)$$

### 2.3 本文快速去模糊算法

通过交替最小化方法,本文将去模糊重建问题(11)式分解成为两个最小化问题(12),(13)式进行求解。

第一步:求解最小化问题(12)式,当  $w$  固定时,其能量泛函是关于  $u$  的二次泛函,这一步可视为对问题(11)式的线性化处理。其解可以显式表示为

$$u^{(i)} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{F}(h)^* \circ \mathcal{F}(u) + \alpha_1 \mathcal{F}[w^{(i-1)})]}{\mathcal{F}(h)^* \circ \mathcal{F}(h) + \alpha_1} \right\}, \quad (14)$$

第二步:将(14)式的解  $u^{(i)}$  代入(13)式中,求解最小化优化问题。为了有效的利用 TV 范数并避免其在求解过程中引入参数  $\epsilon > 0$  所引起数值问题, Carter<sup>[9]</sup> 和 Chambolle<sup>[10]</sup> 研究了(13)式的对偶问题。Chambolle 指出(13)式的解  $w$  是  $u^{(i)}$  到由  $\|w\|_{\text{TV}}$  的共轭函数所确定的凸集上的正交投影,该算法的原理如下:

离散的梯度算子  $\nabla: R^{M^2} \rightarrow R^{M^2}$  定义为

$$(\nabla w)_{i,j} = [(\nabla w)_{i,j}^x, (\nabla w)_{i,j}^y], 1 \leq i, j \leq M,$$

其中

$$(\nabla w)_{i,j}^x = \begin{cases} w_{i+1,j} - w_{i,j}, & i < M \\ 0, & i = M \end{cases}$$

$$(\nabla w)_{i,j}^y = \begin{cases} w_{i,j+1} - w_{i,j}, & j < M \\ 0, & j = M \end{cases} \quad (15)$$

式中  $w_{i,j}$  表示向量  $w$  的第  $(iM+j)$  个分量。则  $w$  的离散 TV 范数为

$$\|w\|_{\text{TV}} = \sum_{i,j=1}^M |(\nabla w)_{i,j}| =$$

$$\sum_{i,j=1}^M \sqrt{|(\nabla w)_{i,j}^x|^2 + |(\nabla w)_{i,j}^y|^2}.$$

由于散度是梯度的伴随算子  $\langle q, \nabla u \rangle = \langle -\operatorname{div}(q), u \rangle$ , 可定义散度算子为

$$q_{j,k} = (q_{j,k}^x, q_{j,k}^y) \in R^2, (\operatorname{div} q)_{j,k} = q_{j,k}^x -$$

$$q_{j-1,k}^x + q_{j,k}^y - q_{j,k-1}^y,$$

$$q_{0,k}^x = q_{j,0}^y = 0, \quad (16)$$

记  $\lambda = \alpha_2 / 2\alpha_1$ , 根据 Chambolle 投影算法<sup>[10]</sup>, 约束优

化离散全变差模型(13)式的解为求解  $w^{(i)} = u^{(i)} - \lambda \operatorname{div} q^*$ , 其中  $q^*$  满足

$$q^* = \operatorname{argmin}_q \left\| u^{(i)} - \frac{\alpha_2}{2\alpha_1} \operatorname{div} q \right\|_2^2,$$

$$|q_{j,k}| \leq 1 \forall 1 \leq j, k \leq M, \quad (17)$$

文献[10]利用半隐式 GD 求解(17)式, 给定初值  $q^{(0)} = 0$  迭代格式为

$$q_{j,k}^{n+1} = \frac{q_{j,k}^n + \tau \nabla [\operatorname{div} q^n - u^{(i)} / \lambda]_{j,k}}{1 + \tau |\nabla [\operatorname{div} q^n - u^{(i)} / \lambda]_{j,k}|} \forall 1 \leq j, k \leq M, \quad (18)$$

式中  $\tau$  是投影梯度方法所引入的步长,  $n$  为第  $n$  次迭代步数。

本文算法涉及如下几个参数的选取。正则化参数  $\alpha_1, \alpha_2$  (或  $\lambda = \alpha_2 / 2\alpha_1$ ) 以及投影算法步长  $\tau$ 。而考虑到(11)式的最优解仅当  $\alpha_1$  充分大时才能逼近(4)式的最优解。根据 Chambolle 投影算法的收敛性定理<sup>[10]</sup>, 即当  $\tau \leq 1/8$  时, 投影算法收敛到  $w = u^{(i)} - \lambda \operatorname{div} q^*$ , 两边同时乘以  $w - u^{(i)}$ , 然后在整个图像区域  $\Omega$  上求和, 可得到参数  $\lambda$  的估计

$$\lambda = \frac{\sum_{k,j=1}^M [\tau w_{k,j} - u^{(i)}] \operatorname{div} q^*}{\sum_{k,j=1}^M [\tau w_{k,j} - u^{(i)}]^2}, \quad (19)$$

综合上述两个子问题的快速算法, 光学遥感图像的快速去模糊算法可归结为

- 1) 初始化:  $w^{(0)} = 0, u^{(0)} = 0, \lambda^{(0)} = 1, \tau \leq 1/8, \alpha_1$  足够大;
- 2) 交替迭代: (a) 给定  $w^{(i-1)}$ , 利用(14)式得到  $u^{(i)}$ ;  
(b) 给定  $u^{(i)}, n = 0$ ; (b1) 由(18)式计算  $q^{(n)}$ ;  
(b2) 当  $\|q_{j,k}^{n+1} - q_{j,k}^n\|_2^2 > \xi_{\text{stop1}}$  时,  $n = n + 1$  转至步骤 (b1) 更新  $q$ ; 否则: 计算  $w^{(i)} = u^{(i)} - \lambda^{(i-1)} \operatorname{div} q^{(n+1)}$ , 子循环停止。
- 3) 终止准则: 若相对误差

$u_{\text{ReDiff}} = \|u^{(i+1)} - u^{(i)}\|_2 / \|u^{(i+1)}\|_2 < \xi_{\text{stop}2}$ , 停止迭代。否则,  $i = i + 1$ , 利用(19)式更新  $\lambda^{(i)}$  转至 2)。

分析上述迭代算法, 步骤 2(a)中

$$u^{(i)} = \mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{\mathcal{F}(h)^* \circ \mathcal{F}(u) + \alpha_1 \mathcal{F}(w)}{\mathcal{F}(h)^* \circ \mathcal{F}(h) + \alpha_1} \right].$$

与 Wiener 滤波和约束最小二乘滤波器的作用机制非常相似。而步骤 2(b)仅仅是单纯的去噪投影算法, 这说明新变量  $w$  起到了很好的“解耦作用”, 即 GD(9)式中的去模糊与去噪无法分开的问题得到很好的解决。这样一方面避免了 GD 中每次迭代都要计算一次  $H^* H$  的问题, 同时算法中无需在求解过程中引入梯度的提升参数  $\epsilon > 0$ , 没有数值奇异性。

### 3 实验结果与分析

文中所有算法均在 Matlab 7.1 平台实现, 计算环境为 Dell D620 笔记本电脑、Intel 1.83 GHz CPU, 1 G 内存。为了验证本文算法的有效性。用于定量评估去模糊算法的性能指标采取改进信噪比 ( $\Delta_{\text{SNR}}$ )。设  $u_0, u, u^*$  分别为  $M \times N$  的退化图像、参考图像和去模糊图像,  $\Delta_{\text{SNR}}$  定义如下:

$$\Delta_{\text{SNR}} = 10 \lg \left\{ \frac{\|u - u_0\|_2^2}{\|u - u^*\|_2^2} \right\}. \quad (20)$$

实验中梯度最速下降法利用中心差分格式对(9)式

进行离散, 得到离散迭代格式

$$u^{n+1} = u^n + \gamma \cdot$$

$$\left\{ H^* [u_0 - H u^{(n)}] + \alpha \text{div} \left[ \frac{\nabla u^{(n)}}{\sqrt{|\nabla u^{(n)}|^2 + \epsilon}} \right] \right\}, \quad (21)$$

式中参数  $\gamma = 0.1$ , 网格比  $\tau = 10^{-3}$ , Lagrange 参数  $\alpha = 25.0$ 。

本文算法中  $\tau = 0.1, \alpha_1 = 6$ , 参数  $\lambda$  初值为 1.0, 迭代过程由(19)式估计。GD 和本文算法迭代终止条件均取为  $u_{\text{ReDiff}} = \|u^{(i+1)} - u^{(i)}\|_2 / \|u^{(i+1)}\|_2 < 10^{-4}$ 。

实验 1: 去高斯模糊

采取 256 pixel  $\times$  256 pixel 大小的人工图像为参考图像, PSF 采取窗口  $n_1 \times n_2$  大小为  $7 \times 7$ , 方差  $\sigma_G = 5$  的高斯函数:

$$d(n_1, n_2, \sigma_G) = \tilde{d}(n_1, \sigma_G) \tilde{d}(n_2, \sigma_G). \quad (22)$$

其中:

$$\tilde{d}(n, \sigma_G) = C \int_{n-1/2}^{n+1/2} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_G^2}\right) ds, \quad (23)$$

式中  $C$  为归一化常数。该 PSF 可以较好的模拟大气湍流退化情况。噪声取均值为零的高斯噪声, 根据退化模型模拟生成的退化图像及其各种方法的去模糊图像和频谱作为评价参考信息。分别如图 1 和图 2 所示。

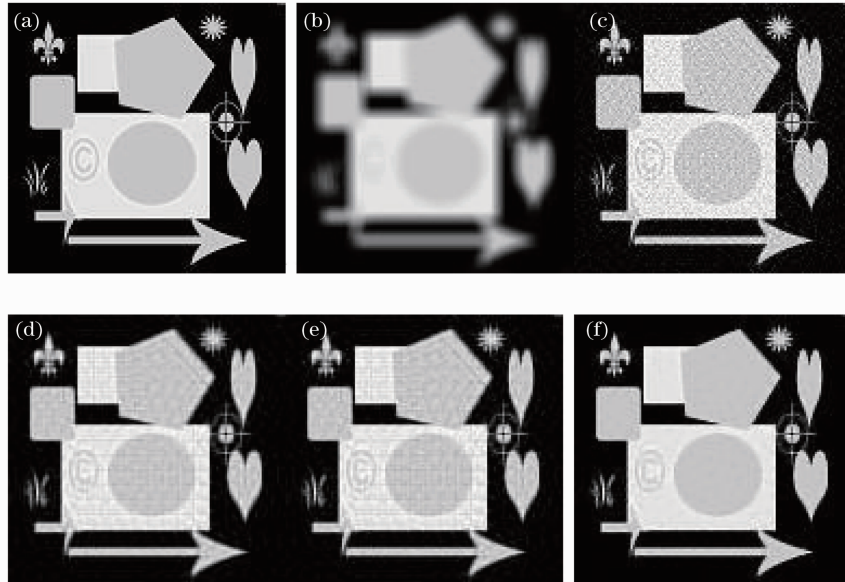


图 1 不同算法对人工图像去高斯模糊性能结果。(a)参考图像,(b)退化图像; $\Delta_{\text{SNR}} = 8.85$  dB,(c) Wiener 波; $\Delta_{\text{SNR}} = 16.55$  dB,(d) 约束最小二乘滤波; $\Delta_{\text{SNR}} = 17.35$  dB,(e) GD 图像; $\Delta_{\text{SNR}} = 19.89$  dB,(f) 本文算法滤波图像; $\Delta_{\text{SNR}} = 21.81$  dB  
Fig.1 Results of different algorithms for Gaussian PSF de-burring. (a) reference image, (b)blurred image with  $\Delta_{\text{SNR}} = 8.85$  dB, (c) Wiener filtered image with  $\Delta_{\text{SNR}} = 16.55$  dB, (d) restricted least squares filtering with  $\Delta_{\text{SNR}} = 17.35$  dB, (e) the GD algorithm with  $\Delta_{\text{SNR}} = 19.89$  dB, (f) our algorithm with  $\Delta_{\text{SNR}} = 21.81$  dB

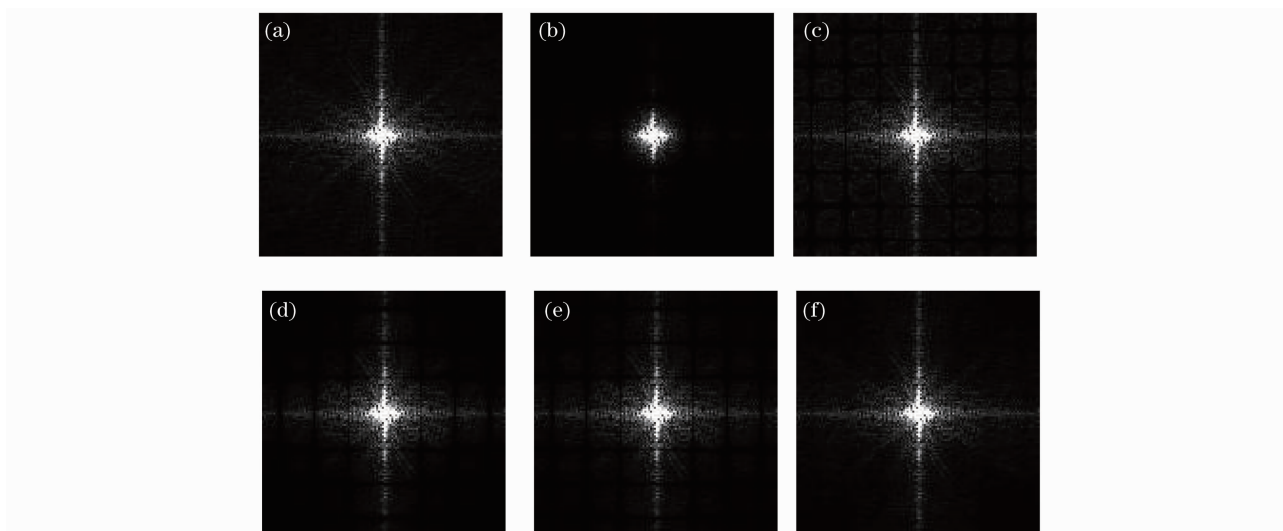


图2 不同算法结果图像的频谱。(a)参考频谱,(b)退化频谱,(c)Wiener滤波图像频谱,(d)约束最小二乘滤波图像频谱,(e)GD结果图像频谱,(f)本文算法结果

Fig.2 Frequency spectrum for Gaussian PSF de-burring of different algorithms resulted image. (a) reference image, (b) degraded image, (c) Wiener filtered image, (d) restricted least squares filtering image, (e) GD algorithm, (f) our algorithm's result

从图1中不同去模糊算法结果图像的改进信噪比来看,各类方法都能提高信噪比。GD算法和本文算法对信噪比贡献幅度最大。虽然本文算法和GD都利用了全变差模型,但注意到:一方面GD算法中为了避免(9)式中 $|\nabla u|=0$ ,引入参数 $\epsilon>0$ ,因此其收敛解并不是严格意义上的最小TV解,而本文算法采用Chambolle投影算法无需引入参数 $\epsilon$ ,可以严格收敛于最小化非线性泛函的解;另一方面本文算法中通过参数 $\lambda$ 的自适应估计[(19)式],能够减少TV模型的“阶梯效应”,因此理论上应比GD算法复原效果更好。实验1也证明本文算法高于GD约2 dB。从图2的频谱图可以看出,Wiener滤波虽然具有较好的频谱外推作用,但是在中高频谱区域引入了较多的“伪频谱”,在复原图像1(e)中体现为图像平坦区域存在较多“寄生波纹”效应。相比而言,本文算法在中高频谱区域的频谱信息达到了很好的复原,说明基于全变差模型的去模糊算法具有很好频谱外推能力。

### 实验2:去散焦模糊

实验中采取 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 大小的某区域ICCD遥感图像[图3(a)]。PSF采取半径 $R=7$ 的散焦函数

$$d(n_1, n_2, \sigma_G) = \begin{cases} \frac{1}{C}, & \sqrt{n_1^2 + n_2^2} \leq R^2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

式中 $C$ 为归一化常数。加入散焦模糊和高斯噪声叠加的退化图像, $\Delta_{\text{SNR}}=4.29 \text{ dB}$ 。从图3中不同算法去散焦模糊的性能结果表明Wiener滤波和约束最小二乘滤波效果相当,GD和本文算法对遥感图像的散焦模糊有很好的处理效果,其中本文算法效果最佳, $\Delta_{\text{SNR}}=14.24 \text{ dB}$ ,高于GD约2 dB,且提高幅度最高。从图4中频谱图来看,Wiener滤波和约束最小二乘滤波在中频区域出现较粗的“伪圆迹”,而全变差最速下降法中频区域“伪圆迹”较细而高频区域引入了扭曲的细伪圆迹伪频谱。相比而言,本文算法较好的克服了上述现象,表明本文算法频谱外推能力较好。

### 实验3:算法迭代收敛性比较实验

本文算法和GD算法都属于迭代正则化算法,但GD算法具有较低的收敛速度。为了说明本文算法具有比GD算法更高的数值收敛性,实验采取迭代过程中相对误差ReDiff曲线来验证。实验图像和PSF与实验2相同,相对误差 $u_{\text{ReDiff}}$ 定义为

$$u_{\text{ReDiff}} = \frac{\|u^{(i+1)} - u^{(i)}\|_2}{\|u^{(i+1)}\|_2} \quad (25)$$

从图5可以看出,本文算法迭代过程中相对误差ReDiff曲线是快速收敛的,迭代48次后 $u_{\text{ReDiff}} < 10^{-4}$ ,此时CPU时间为4.38 s;而GD算法需要210次迭代,CPU时间为84.76 s。这说明本文算法速度比GD算法高一个数量级。

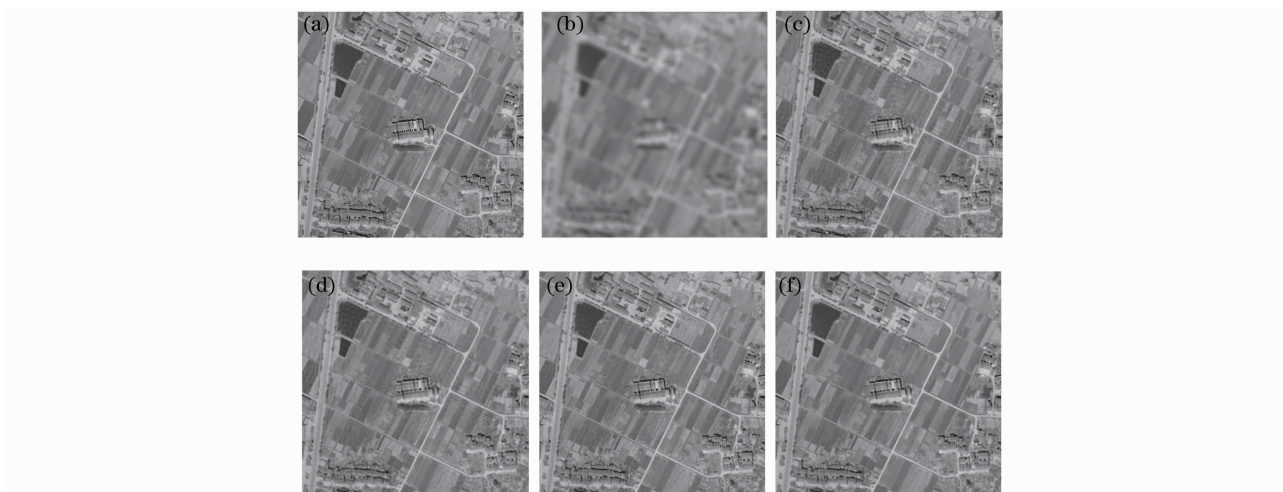


图 3 不同算法去散焦模糊的性能结果。(a)参考图像,(b)散焦图像: $\Delta_{\text{SNR}}=4.29$  dB;(c) Wiener 滤波图像: $\Delta_{\text{SNR}}=11.18$  dB, (d)约束最小二乘滤波: $\Delta_{\text{SNR}}=11.02$  dB,(e) GD 算法结果: $\Delta_{\text{SNR}}=12.31$  dB;(f)本文算法结果图像: $\Delta_{\text{SNR}}=14.24$  dB

Fig. 3 Results of different algorithms for out of focus de-burring. (a) reference image, (b) out-of-focus image with  $\Delta_{\text{SNR}} = 4.29$  dB, (c) Wiener filtered image with  $\Delta_{\text{SNR}} = 11.18$  dB, (d) restricted least squares filtering with  $\Delta_{\text{SNR}} = 11.02$  dB, (e) GD algorithm with  $\Delta_{\text{SNR}} = 12.31$  dB, (f) our algorithm with  $\Delta_{\text{SNR}} = 14.24$  dB

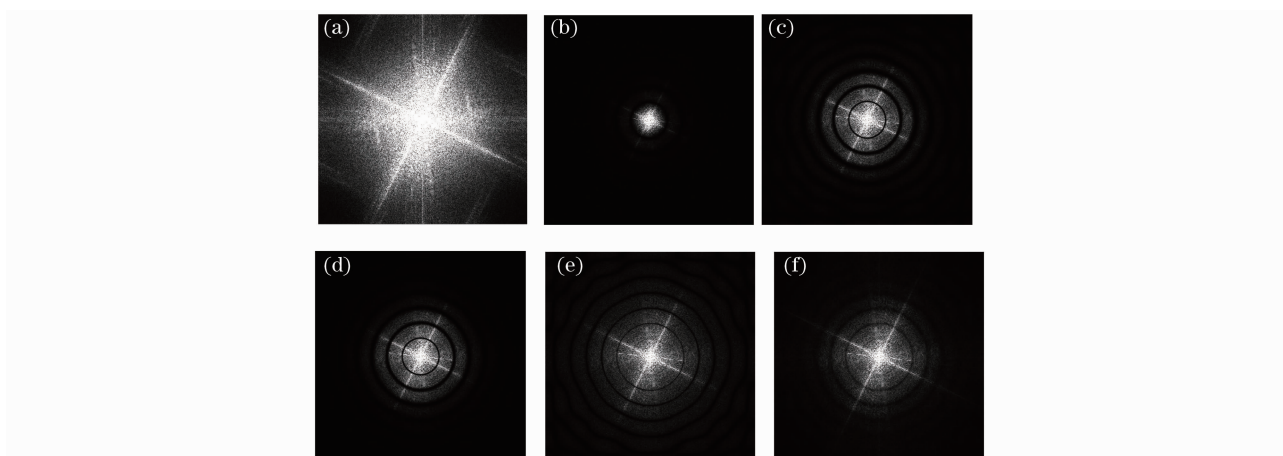


图 4 不同算法去散焦结果图像的频谱。(a)参考频谱,(b)散焦频谱,(c) Wiener 滤波图像频谱, (d)约束最小二乘滤波图像频谱,(e) GD 算法结果频谱,(f)本文算法结果图像频谱

Fig. 4 Frequency spectrum for out-of-focus de-burring of different algorithms. (a) reference image, (b) out-of-focus image, (c) Wiener filtered image, (d) restricted least squares filtering image, (e) GD algorithm; (f) our algorithm

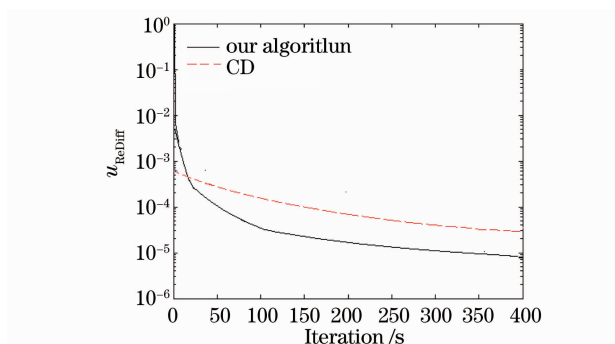


图 5 本文算法和 GD 算法迭代相对误差曲线

Fig. 5 Iterative relative error curve between our algorithm and GD algorithm

## 4 结 论

本文基于 Rudin-Osher 提出的全变差模型给出了适合光学遥感图像的快速去模糊变分算法。算法代理泛函方法将去模糊和去噪分开处理,然后利用模糊卷积等价于傅里叶域的乘积,并且由傅里叶变换不会改变欧式范数的性质,得到去模糊的快速频域计算;而去噪过程利用子空间投影得到快速收敛计算。数值实验表明,该算法不但能够较好地保持图像的边缘结构、去模糊效果明显,而且稳定性强,收敛速度快,具有很好的实用价值。

### 参 考 文 献

- 1 L. Rudin, S. Osher, E. Fatemi. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. *Physica D*, 1992, **60** (1-4): 259~268
- 2 Y. M. Huang, K. N. G. Micheal, Y. W. Wen. A fast total variation minimization method for image restoration [J]. *Multiscale Model. Simul.*, 2008, **7**(2): 774~795
- 3 Wenzhe Shao, Zihui Wei. Edge-and-corner preserving regularization for image interpolation and reconstruction [J]. *Image and Vision Computing*, 2008, **26**(12): 1591~1606
- 4 A. Marquina, S. J. Osher. Image super-resolution by TV-regularization and Bregman iteration [J]. *J. Science Computing*, 2008, **37**(3): 367~382
- 5 M. Bertalm'io, V. Caselles, B. Roug'e *et al.*. TV based image restoration with local constraints [J]. *J. Scientific Computing*, 2003, **19**(1-3): 95~122
- 6 K. Chen, X-C Tai. A nonlinear multigrid method for total variation minimization from image restoration [J]. *J. Scientific Computing*, 2007, **33**(2): 115~138
- 7 Zhou Mouyan. De-Convolution and Signal Restoration [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2001. 3  
邹谋炎. 反卷积和信号复原 [M]. 北京:国防工业出版社, 2001. 3
- 8 M. K. Ng, H. F. Shen, E. Y. Lam *et al.*. A total variation regularization based super-resolution reconstruction algorithm for digital video [J]. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2007, Article ID 74585
- 9 J. Carter. Dual Methods for Total Variation-Based Image Restoration. [D]. Los Angeles: University of California, 2002
- 10 A. Chambolle. An algorithm for total variation minimization and application [J]. *J. Mathematical Imaging Vision*, 2004, **20**(1): 89~97