

文章编号: 0253-2239(2010)09-2730-07

# 相位耗散原子光场耦合系统中光场的相位特性

赖振讲 张 利 刘宝平 贺树芳

(河南师范大学物理与信息工程学院, 河南 新乡 453007)

**摘要** 利用 Pegg-Barnett 相位理论,研究了耗散腔中多个  $\Lambda$  型原子与相干态光场在拉曼相互作用下光场的相位特性,讨论了原子数、光场平均光子数和腔场耗散系数对光场相位特性的影响。研究表明,当腔不存在耗散时,光场与原子相互作用使相位分布以周期为  $\pi/\lambda$  振荡;在  $t=n\pi/\lambda$  时刻,光场和原子退纠缠,相位分布概率曲线在极坐标图中呈单叶型结构;在演化周期内,光场与原子的相互作用使相位分布概率曲线分裂为多叶型结构。当腔存在耗散时,相位分布概率的叶型结构逐渐演化为以坐标原点为中心的圆,即光场相位最终演化为随机分布;腔的耗散系数越大,光场相位趋于随机分布越快。另外,原子数的变化,并不影响相位分布的叶形结构,只是引起相位涨落周期性振荡的加剧。

**关键词** 量子光学;相位损耗腔;拉曼相互作用;相干态光场;Pegg-Barnett 相位

**中图分类号** O431 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103009.2730

## The Phase Properties of the Field in Atoms and Light Filed Coupling System with Phase Dissipation

Lai Zhenjiang Zhang Li Liu Baoping He Shufang

(College of Physics and Information Engineering, Henan Normal University, Xinxiang, Henan 453007, China)

**Abstract** By means of Pegg-Barnett phase formalism, the phase properties of the field interacting with more  $\Lambda$ -type three-level atoms via Raman coupling in a phase damped cavity are investigated. The influences of decay coefficient of the cavity, the intensity of the field and the number of atoms on the phase distribution as well as its fluctuation are discussed. The results show that if there is absence of the phase damping, the phase distribution oscillates with the period  $\pi/\lambda$ . It presents a structure of single leaf at  $t = n\pi/\lambda$ , but it splits into multi-leaf structure during the evolution period due to the interaction between the field and the atoms. If there is presence of the phase damping, the obvious leaf structure of the phase distribution becomes obscure and contracts into a circle, which indicates the random distribution of the phase. The larger the decay coefficient is, the more rapidly the phase becomes random distribution. Otherwise, the change of the number of atoms does not affect the leaf structure of the phase distribution, but intensifies the oscillation of the phase fluctuation.

**Key words** quantum optics; phase damped cavity; JCM with Raman coupling; coherent field; Pegg-Barnett phase

### 1 引 言

光场的量子相位特性是量子光学中一个很重要的内容。自从 Pegg 和 Barnett<sup>[1]</sup>提出了关于辐射场的厄米相位算符理论,在量子力学框架内光场的相位特性研究受到人们的广泛关注。Fan 等<sup>[2]</sup>对存在克尔(Kerr)介质的广义 Jaynes Cummings (J-C)模型中光场的相位特性进行了研究, Meng 等<sup>[3]</sup>讨论了多光子 J-C 模型中光场的相位特性, Tian 等<sup>[4]</sup>对

Tavis-Cummings (T-C)模型中相干态光场的相位特性进行了系统研究, Gerry<sup>[5]</sup>和 Tanas<sup>[6]</sup>考察了光场与非线性 Kerr 介质相互作用过程中光场的相位特性等。通过研究不同量子系统中光场的相位分布特性,可以清晰地了解光与物质相互作用时光场的相位演化规律。但目前有关光场相位理论的研究大都是在理想量子系统中进行的,而实际的量子系统不可避免地要与环境发生相互作用。许多研究表明

收稿日期: 2009-08-10; 收到修改稿日期: 2009-12-25

基金项目: 河南省自然科学基金(0823004100300)和河南省教育厅自然科学基金(2007140006)资助课题。

作者简介: 赖振讲(1954—),男,教授,主要从事量子光学理论方面的研究。E-mail: laizhenjiang@sina.com

由环境引起的耗散会导致系统的量子特性改变。近来,关于如何认识和控制环境对量子态在量子编码以及量子信息传输中产生的影响,引起了人们的浓厚兴趣<sup>[7~12]</sup>。但在有关耗散腔中光场与原子的量子特性的研究中对光场量子相位特性尚缺乏细致的考察。

本文利用 Pegg-Barnett 相位理论来研究耗散腔中多个  $\Lambda$  型原子与相干态光场在拉曼(Raman)相互作用下光场的相位分布特性,将超算符方法应用于耗散腔中光与原子的相互作用,得到相位分布的解析表达式,计算光场的相位特性,并用极坐标展示其演化特性。并讨论了不同原子数、不同光场平均光子数和腔场耗散系数对光场相位分布概率以及相位涨落的影响。

## 2 理论模型及密度算符

考虑一个  $\Lambda$  型三能级原子(两个简并下能级  $|g\rangle, |f\rangle$  和一个上能级  $|e\rangle$ )与单模光腔耦合,在 Raman 相互作用下,系统的有效哈密顿量为<sup>[13]</sup> ( $\hbar=1$ )

$$H_{\text{MEH}} = -\lambda a^+ a (|f\rangle\langle g| + |g\rangle\langle f|) - a^+ a (\beta_1 |f\rangle\langle f| + \beta_2 |g\rangle\langle g|), \quad (1)$$

式中  $a^+, a$  为光场的产生和湮灭算符;  $\lambda = g_1 g_2 / \Delta$ ,  $\beta_1 = g_1^2 / \Delta$ ,  $\beta_2 = g_2^2 / \Delta$ ,  $\beta_1, \beta_2$  是描述两能级  $|g\rangle, |f\rangle$  的斯塔克(Stark)位移参量;  $\Delta$  是失谐量,  $g_1, g_2$  是腔模和原子跃迁 ( $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$  和  $|e\rangle \leftrightarrow |f\rangle$ ) 之间的耦合系数。为计算方便,假设  $g_1 = g_2 = g, \lambda = \beta_1 = \beta_2 = g^2 / \Delta$ 。

假设  $N$  个彼此独立的  $\Lambda$  型三能级原子与单模光腔耦合,在两原子间的距离远大于光腔中光的波

长时,可不计原子间的相互耦合,因此有效哈密顿可写为<sup>[14]</sup>

$$\hat{H} = -\lambda a^+ a \sum_{i=1,2,\dots,N} (\sigma_i^- + \sigma_i^+ + I_i), \quad (2)$$

式中  $\sigma_i^+ = |f_i\rangle\langle g_i|$ ,  $\sigma_i^- = |g_i\rangle\langle f_i|$ ,  $I_i = |g_i\rangle\langle g_i| + |f_i\rangle\langle f_i|$ 。

取原子基  $|\pm_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|f_i\rangle \pm |g_i\rangle)$ , 则满足关系:

$(\sigma_i^- + \sigma_i^+) |\pm_i\rangle = \pm |\pm_i\rangle$ 。当腔场存在相位损耗时,原子-光场系统的主方程为

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = -i[\hat{H}, \rho(t)] + L_c \rho(t), \quad (3)$$

在有限温度下,耗散项可写为<sup>[15]</sup>

$$L_c \rho(t) = \zeta [2a^+ a \rho(t) a^+ a - \rho(t) a^+ a a^+ a - a^+ a a \rho(t)], \quad (4)$$

式中  $\zeta = \zeta' kT$ ,  $\zeta'$  为耗散系数;  $\rho(t)$  为系统的密度算符。

以两个独立的  $\Lambda$  型三能级原子为例,如果两原子初始态为  $|f, f\rangle$ , 光场的初态为相干态  $|\psi_i(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \frac{|\alpha|^n \exp(in\beta)}{\sqrt{n!}} |n\rangle$  时,相应的原子-光场系统的初始态为

$$|\psi_{\text{at}}(0)\rangle = \frac{1}{2} (|++\rangle + |--\rangle + |+-\rangle + |-+\rangle) \otimes |\psi_i(0)\rangle,$$

则系统的初始密度矩阵元为

$$\rho_{klrs}(0) = \frac{1}{4} \sum_{m,n} \frac{|\alpha|^{m+n} \exp(in\beta)}{\sqrt{n!m!}} \exp(-|\alpha|^2) \times |n\rangle\langle m|, (k, l, r, s \in \{+, -\}) \quad (5)$$

将(5)式代入主方程(3)中得到其解为(假设光场的初始相位角  $\beta=0$ )

$$\rho(t) = \frac{1}{4} \Xi \begin{bmatrix} \exp[-4i\lambda t(n-m)] & \exp[-2i\lambda t(2n-m)] & \exp[-2i\lambda t(2n-m)] & \exp(-4i\lambda t n) \\ \exp[-2i\lambda t(n-2m)] & \exp[-2i\lambda t(n-m)] & \exp[-2i\lambda t(n-m)] & \exp(-2i\lambda t n) \\ \exp[-2i\lambda t(n-2m)] & \exp[-2i\lambda t(n-m)] & \exp[-2i\lambda t(n-m)] & \exp(-2i\lambda t n) \\ \exp(4i\lambda t m) & \exp(2i\lambda t m) & \exp(2i\lambda t m) & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中  $\Xi = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{m+n}}{\sqrt{n!m!}} \exp(-|\alpha|^2) \exp[-\zeta(n-m)^2] |n\rangle\langle m|$ 。

将(6)式对原子基求迹后,得到光场的约化密度矩阵为

$$\rho_i(t) = \text{tr}_a \rho(t) = \frac{1}{4} [\rho_{++++}(t) + \rho_{+--+}(t) + \rho_{-++-}(t) + \rho_{----}(t)] = \frac{1}{4} \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{m+n}}{\sqrt{n!m!}} \exp(-|\alpha|^2) \exp[-\zeta(n-m)^2 t] \{ \exp[-4i\lambda t(n-m)] + 2\exp[-2i\lambda t(n-m)] + 1 \}, \quad (7)$$

同理,上述推导过程可推广到  $N$  个彼此独立的  $\Lambda$  型三能级原子与单模光腔耦合的情况,光场的约化密度矩

阵分别为

$$\rho_t(t) = \frac{1}{2^N} \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{m+n}}{\sqrt{n!m!}} \exp(-|\alpha|^2) \exp[-\zeta(n-m)^2 t] \times \left\{ 1 + \sum_{k=1}^N \frac{N!}{(N-k+1)!(k-1)!} \exp[-2^{N-k+1} i\lambda t(n-m)] \right\}, \quad (8)$$

式中  $N$  是腔内原子的数目。

### 3 光场的相位分布概率及涨落

根据 Pegg-Barnett 的相位理论<sup>[1]</sup>, 量子化光场的厄米相位算符是基于有限的  $s+1$  维希尔伯特 (Hilbert) 空间的一组正交完备基矢  $|\theta_m\rangle$  而定义。  $\hat{\Phi} = \sum_{m=0}^s \theta_m |\theta_m\rangle \langle \theta_m|$ ,  $\hat{\Phi} |\theta_m\rangle = \theta_m |\theta_m\rangle$  其中  $\theta_m$  为本征值, 相位的本征态  $|\theta_m\rangle$  在粒子数表象中的表示为

$$|\theta_m\rangle = \frac{1}{\sqrt{s+1}} \sum_{n=0}^s \exp(in\theta_m) |n\rangle, \quad \theta_m = \theta_0 + \frac{2\pi m}{s+1}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots, s) \quad (9)$$

利用光场的约化密度矩阵, 光场相位分布概率可表示为<sup>[16]</sup>

$$P(\theta, t) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s+1}{2\pi} P(\theta_m, t) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s+1}{2\pi} \langle \theta_m | \rho_t | \theta_m \rangle = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^s \sum_{n=0}^s \exp[-i(n-m)\theta_m] \rho_{nm}(t), \quad (10)$$

若对参考相位  $\theta_0$  做如下选择:  $\theta_0 = \beta - \pi s/(s+1)$ , 所以  $\theta_m = \beta + 2\pi\mu/(s+1)$ ;  $\mu = m - s/2$  是从  $-s/2$  到  $s/2$  的新相位标号, 因此选择  $\theta_0$  后, 相位概率分布相对于  $\mu$  对称; 在  $s \rightarrow \infty$  的极限条件下,  $\theta_m$  为连续变量, 可用  $\theta$  代替  $\frac{2\pi\mu}{s+1}$ ,  $d\theta$  代替  $\frac{2\pi}{s+1}$ ; 将(8)式代入(10)式, 经计算后得光场相位分布概率为(假设光场的初始相位角  $\beta = 0$ )

$$P(\theta, t) = \frac{1}{2\pi} \left( 1 + \frac{1}{2^{N-1}} \sum_{n>m} \frac{|\alpha|^{n+m}}{\sqrt{n!m!}} \exp[-\zeta t(n-m)^2 - |\alpha|^2] \times \left\{ \cos[(n-m)\theta] + \sum_{k=1}^N \left[ \frac{N!}{(N-k+1)!(k-1)!} \cos[(n-m)(2^{N-k+1}\lambda t + \theta)] \right] \right\} \right), \quad (11)$$

在  $[-\pi, \pi]$  的对称区间对  $\theta$  积分,  $P(\theta, t)$  是归一化的, 即  $\int_{-\pi}^{\pi} P(\theta, t) d\theta = 1$ 。

光场相位的涨落定义为

$$\langle \Delta \hat{\Phi}^2 \rangle = \langle \hat{\Phi}^2 \rangle - \langle \hat{\Phi} \rangle^2, \quad (12)$$

其中  $\langle \hat{\Phi} \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} \theta P(\theta, t) d\theta$ ,  $\langle \hat{\Phi}^2 \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} \theta^2 P(\theta, t) d\theta$ , 则原子数为 2 时, 光场相位算符及其平方的平均值分别为

$$\langle \hat{\Phi} \rangle = \sum_{n>m} \frac{\alpha^{n+m}}{\sqrt{n!m!}} \exp[-\zeta t(n-m)^2 - |\alpha|^2] \frac{(-1)^{n-m}}{n-m} \sin[2\lambda t(n-m)] \{1 + \cos[2\lambda t(n-m)]\}, \quad (13)$$

$$\langle \hat{\Phi}^2 \rangle = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n>m} \frac{\alpha^{n+m}}{\sqrt{n!m!}} \exp[-\zeta t(n-m)^2 - |\alpha|^2] \frac{(-1)^{n-m}}{(n-m)^2} \{1 + 2\cos[2\lambda t(n-m)] + \cos[4\lambda t(n-m)]\}. \quad (14)$$

### 4 数值计算与讨论

首先, 从(11)式可以看出, 光场的相位分布  $P(\theta, t)$  与原子和光场之间的耦合系数  $\lambda$ 、腔的相位耗散系数  $\zeta$ 、腔中原子数以及光场的平均光子数  $|\alpha|^2$  均

有关;  $P(\theta, t)$  中含有描述光场相干性损失的非对角项指数衰减因子  $\exp[-\zeta t(n-m)^2]$ ; 以及与场和原子耦合系数有关的余弦周期函数。当腔场不存在耗散时 ( $\zeta=0$ ),  $P(\theta, t)$  是时间的周期函数, 即相位分布随时

间作周期振荡,其振荡周期为  $\pi/\lambda$ 。当腔存在耗散时 ( $\zeta \neq 0$ ), 光场相位分布概率随时间作减幅周期振荡, 最终趋于稳定值  $1/2\pi$ 。这是因为当  $t \rightarrow \infty$  时, 光场的约化密度矩阵元  $[\langle 7 \rangle$  式] 中描述相干性的非对角元趋于零。表明腔场的相位耗散导致光场相干性的损失, 使得光场由纯态最终变为混合态; 故光场的相位最终彻底变为随机分布。由 (11) 式可以看出, 光场的相位变为随机分布  $[P(\theta, t) \rightarrow 1/(2\pi)]$  的条件为: 当  $t \rightarrow \infty$  时, 相位分布函数在福克(Fock)态表象中非对角矩阵元随时间指数衰减, 即 (11) 式中第二项趋于零。光场与原子间的耦合同样影响相位的分布, 由于其耦合

系数  $\lambda$  出现在周期函数中, 所以它影响光场相位分布的瓣型结构, 也就是说单模光场与原子相互作用后, 把原来的单模光场分裂成不同相位光场的叠加; 而耗散系数  $\zeta$  位于指数  $\exp[-\zeta t(n-m)^2]$  中, 因而影响光场相位分布的幅值, 是光场解相干的主要原因。

为了更直观地研究腔场耗散系数和光场的平均光子数对相位特性的影响, 对 (11) 式进行数值计算, 并分别绘出了原子数  $N=1, 2, 3, 4, 5$  时光场相位在极坐标中的分布, 根据需要选择  $N=1, 3, 5$  时的相位分布图, 分别如图 1, 2 和 3 所示。

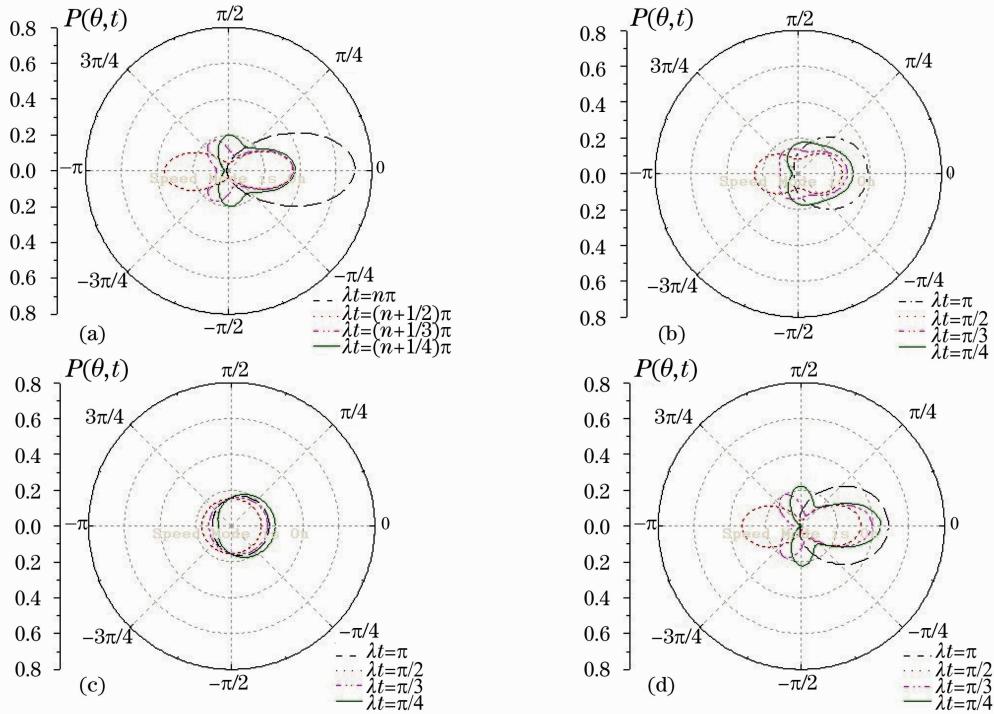


图 1  $N=1$  时  $P(\theta, t)$  极坐标图. (a)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0$ , (b)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.1\lambda$ ,  
(c)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.5\lambda$ , (d)  $|\alpha|^2=6, \zeta=0.1\lambda$

Fig. 1 Plot of  $P(\theta, t)$  in rolar coordinate when  $N=1$ . (a)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0$ , (b)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.1\lambda$ ,  
(c)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.5\lambda$ , (d)  $|\alpha|^2=6, \zeta=0.1\lambda$

图 1, 2 和 3 中图 (a) 展示的是: 在腔场不存在耗散的情况下 ( $\zeta=0$ ), 平均光子数  $|\alpha|^2=1$  时, 在  $t = n\pi/\lambda, (n \pm 1/2)\pi/\lambda, (n \pm 1/3)\pi/\lambda$  和  $(n \pm 1/4)\pi/\lambda$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) 时刻光场相位分布  $P(\theta, t)$ 。从图 (a) 可以看出: 当  $t = n\pi/\lambda$  时,  $P(\theta, t)$  在  $\theta=0$  处呈现出单叶型结构, 这就是相干态光场的量子相位概率分布<sup>[2]</sup>。因为从 (6) 式可知: 在  $t = n\pi/\lambda$  时刻, 原子和光场是退纠缠的, 光场回到初始相干态; 当  $t = (n \pm 1/2)\pi/\lambda, P(\theta, t)$  在  $\theta=0$  和  $\pi(-\pi)$  呈双叶型分布结构, 且随着原子数的增加, 在  $\theta=0$  处的叶片越

来越大, 而在  $\theta = \pi(-\pi)$  处的叶片越来越小; 当  $t = (n \pm 1/3)\pi/\lambda$  时,  $P(\theta, t)$  呈现出三叶型分布且多叶片关于  $\theta=0$  呈对称分布, 但位于  $\theta=0$  的叶片明显要小于其周围的两个叶片, 且随着原子数的增加, 在  $\theta=0$  处的叶片越来越小, 另两个叶片越来越大; 当  $t = (n \pm 1/4)\pi/\lambda, P(\theta, t)$  出现多叶型分布且叶片也关于  $\theta=0$  对称分布, 随着原子数的增加上下两叶片越来越小, 在  $\theta = \pi(-\pi)$  方向上叶片越来越大。由以上分析可见,  $P(\theta, t)$  的演化规律和光场与原子间的耦合系数  $\lambda$  密切相关。说明腔中光场在与

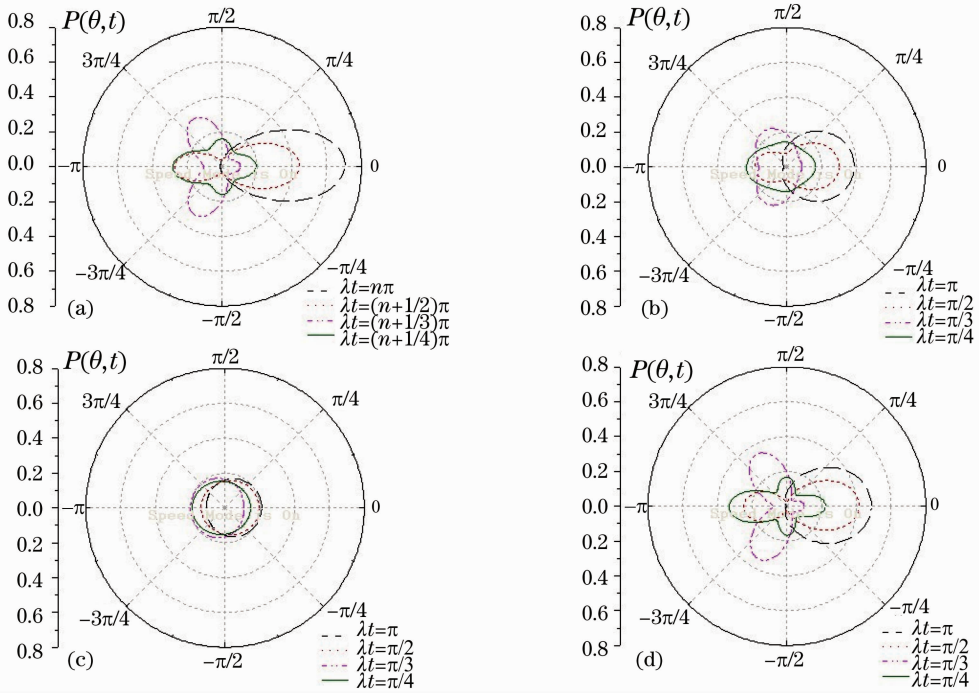


图 2  $N=3$  时  $P(\theta, t)$  极坐标图. (a)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0$ , (b)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.1\lambda$ ,  
(c)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.5\lambda$ , (d)  $|\alpha|^2=6, \zeta=0.1\lambda$

Fig. 2 Plot of  $P(\theta, t)$  in rolar coordinate when  $N=3$ . (a)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0$ , (b)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.1\lambda$ ,  
(c)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.5\lambda$ , (d)  $|\alpha|^2=6, \zeta=0.1\lambda$

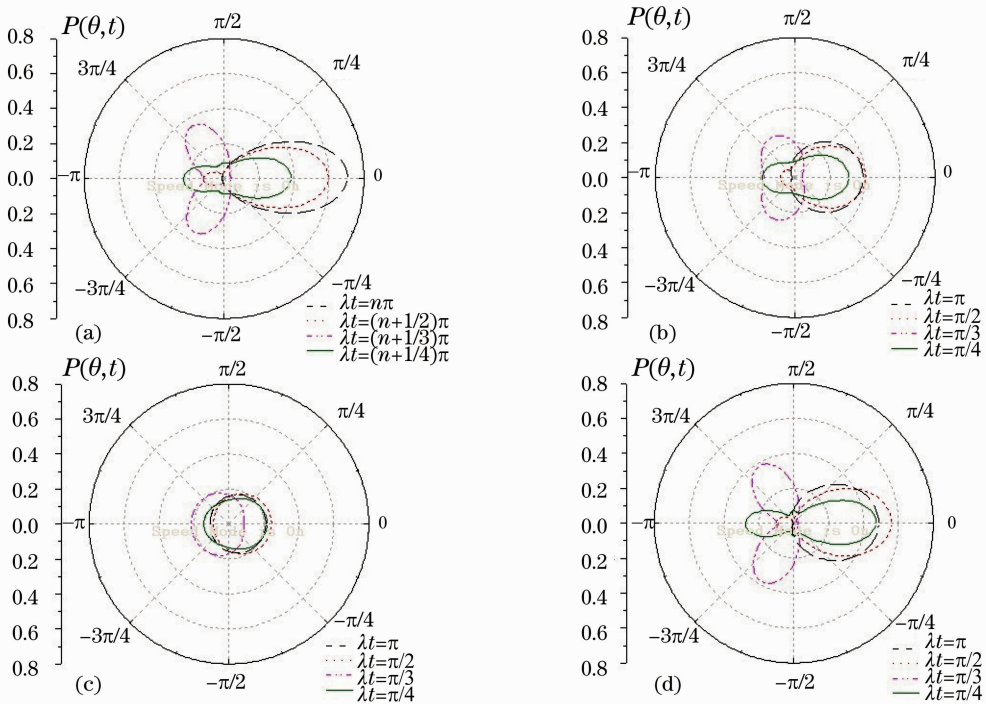


图 3  $N=5$  时  $P(\theta, t)$  极坐标图. (a)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0$ , (b)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.1\lambda$ ,  
(c)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.5\lambda$ , (d)  $|\alpha|^2=6, \zeta=0.1\lambda$

Fig. 3 Plot of  $P(\theta, t)$  in rolar coordinate when  $N=5$ . (a)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0$ ; (b)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.1\lambda$ ;  
(c)  $|\alpha|^2=1, \zeta=0.5\lambda$ ; (d)  $|\alpha|^2=6, \zeta=0.1\lambda$



原子相互作用过程中由初始时刻的单模场向具有不同相位的叠加态(即薛定谔猫态)场演化<sup>[17]</sup>。比较三个图中的图(a),还可以看出,在同一时刻,原子数越大, $P(\theta, t)$ 的叶形结构由窄长变为粗短。

从前面的分析可知,腔不存在耗散时, $P(\theta, t)$ 是以  $\pi/\lambda$  为周期的函数。为了研究腔场耗散系数  $\zeta$  以及光场平均光子数  $|\alpha|^2$  对  $P(\theta, t)$  的影响,下面在  $P(\theta, t)$  的一个演化周期  $[0, \pi/\lambda]$  内展开讨论。图 1, 2 和 3 中 (b) 和 (c) 清晰地展现了相同光场强度  $|\alpha|^2 = 1$  时,不同耗散系数  $\zeta = 0.1\lambda$  和  $0.5\lambda$  时,相位分布概率  $P(\theta, t)$  在  $\pi/\lambda, \pi/2\lambda, \pi/3\lambda$  和  $\pi/4\lambda$  时刻的演化特性。比较图 1, 2 中的 (b) 和 (a) 发现,当腔场存在耗散时,光场的相位分布概率在极坐标图中的叶型结构均向中心扩散,因为  $P(\theta, t)$  在区间  $[-\pi, \pi]$  上满足归一化关系  $\int_{-\pi}^{\pi} P(\theta, t) d\theta = 1$ , 即叶型曲线所围成的面积保持不变;在 (c) 中,当  $\zeta = 0.5\lambda$  时,曲线  $P(\theta, t)$  几乎变成了一个半径为  $1/2\pi$  的圆,表明此时光场相位在  $[-\pi, \pi]$  区间内的各个相位角上均以  $1/2\pi$  等概率分布(随机分布)。比较图 (b) 和 (c) 中相同时刻的相位分布曲线可以看出,当耗散系数增大时,光场的相位更快地演化为随机分布。

图 1, 2 和 3 中 (d) 是增加场的平均光子数为  $|\alpha|^2 = 6$  和  $\zeta = 0.1\lambda$ , 原子数分变为 1, 3 和 5 时,  $P(\theta, t)$  在  $\pi/\lambda, \pi/2\lambda, \pi/3\lambda$  和  $\pi/4\lambda$  时刻的曲线。比较图 1, 2 中 (b) 和 (d) 发现:在平均光子数  $|\alpha|^2 = 1$  的情况下,在  $t = \pi/\lambda$  时刻,光场相位在相位角  $\theta = 0$  处的分布概率大约为 0.4;而平均光子数增大到 6 时,在相同时刻光场相位在该相位角的分布概率约增大到 0.5,同时在极坐标图中  $P(\theta, t)$  曲线的叶型变窄。比较两图中其他时刻的  $P(\theta, t)$  曲线发现,其变化规律与  $t = \pi/\lambda$  时刻是一致的。由此可见,随着光场平均光子数的增加,光场的相位分布曲线幅值增大,叶型变窄,即当光场强度增大时,光场的相位分布趋于集中<sup>[18]</sup>。同时可见,增加原子的数目,并不从根本上改变相位分布的结构,仍然是叶瓣形结构,只是改变了叶形结构分布出现的时间。

图 4, 5 是对 (12) 式进行数值计算,绘出的原子数为 2 和 5,  $\zeta = 0.1\lambda$  和  $0.05\lambda$  时,相位的方差  $\langle \Delta\Phi^2 \rangle$  随时间的演化曲线。可以看出  $\langle \Delta\Phi^2 \rangle$  随时间的增加作周期为  $\pi/\lambda$  的周期性振荡,振荡幅度逐渐减小,最终达到稳定值  $\pi^2/3$ ,这正是相位随机分布时的相位涨落<sup>[3]</sup>。比较图 5 中的两条曲线发现,  $\langle \Delta\Phi^2 \rangle$  经衰减振荡达稳定值所需的时间随  $\zeta$  的增大

而缩短。由此再次说明当腔场的耗散系数越大,光场的相位越快地为随机分布。比较图 4, 5 可见,原子数的变化,引起相位涨落周期性振荡的加剧。

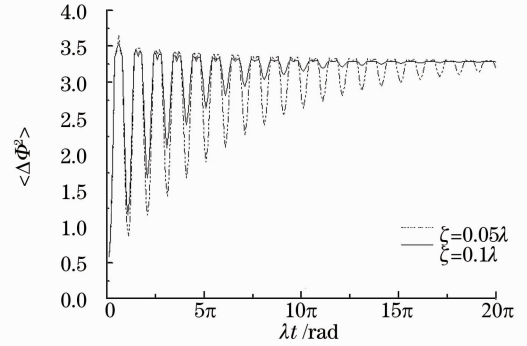


图 4 原子数  $N=2, |\alpha|^2=1$  时光场相位的涨落  $\langle \Delta\Phi^2 \rangle$  随时间的演化

Fig. 4 Evolution of the phase fluctuation  $\langle \Delta\Phi^2 \rangle$  of the light field with time when  $N=2$  and  $|\alpha|^2=1$

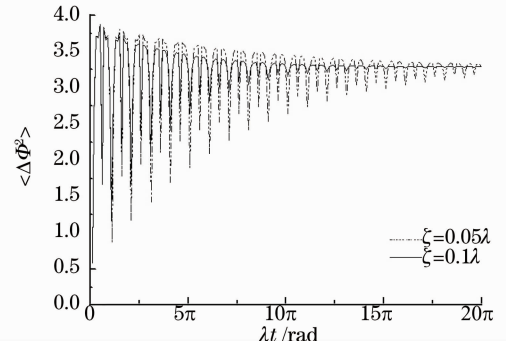


图 5 原子数  $N=5, |\alpha|^2=1$  时光场相位的涨落  $\langle \Delta\Phi^2 \rangle$  随时间的演化

Fig. 5 Evolution of the phase fluctuation  $\langle \Delta\Phi^2 \rangle$  of the light field with time when  $N=5$  and  $|\alpha|^2=1$

## 5 结 论

利用 Pegg-Barnett 相位理论研究了耗散腔中,多个  $\Lambda$  型三能级原子与相干态光场在拉曼相互作用下光场的相位特性,讨论了不同原子数、不同平均光子数  $|\alpha|^2$  和不同耗散系数  $\zeta$  对光场相位分布概率  $P(\theta, t)$  的影响。结果表明,  $P(\theta, t)$  跟光场与原子之间的耦合强度密切相关。当腔场不存在耗散时,  $P(\theta, t)$  作周期为  $\pi/\lambda$  的振荡,发现在  $t = n\pi/\lambda$  时刻光场和原子之间是退纠缠,此时与相干态光场的相位分布一致,即在极坐标图中  $P(\theta, t)$  会在  $\theta = 0$  处成单叶型分布。而在任一演化周期之内,  $P(\theta, t)$  会劈裂为多叶型对称结构。当腔场存在耗散时,  $P(\theta, t)$  作周期为  $\pi/\lambda$  的减幅周期振荡最终趋于稳定值  $1/2\pi$ ,这表明在腔场的耗散作用下,光场的相位特征最终完全变为随机分布。在光场相位分布的极

坐标图中,这一特性表现为,耗散作用使得相位分布概率的叶型结构向中心扩散最终变为半径为  $1/2\pi$  的圆形结构。而且通过比较发现,耗散系数  $\zeta$  越大,  $P(\theta, t)$  越快地从叶型结构变为圆形结构;增加原子的数目,并不从根本上改变相位分布的结构,仍然是叶形结构,只是改变了叶形结构分布图出现的时间,从图形中还可以看出,在其他参数不变的情况下,随着光场的平均光子数  $|\alpha|^2$  增大时,  $P(\theta, t)$  的叶型结构的叶片幅值增大,但由于归一化关系其叶片变窄;这表明在光场强度增大时,光场的相位分布趋于集中。再者,由于腔场的耗散作用,光场相位分布的涨落  $\langle \Delta \hat{\Phi}^2 \rangle$  也做周期为  $\pi/\lambda$  的减幅周期振荡最终趋于无规相位分布的涨落值  $\pi^2/3$ , 且  $\langle \Delta \hat{\Phi}^2 \rangle$  达稳定值所需时间随耗散系数的增大而缩短。增加腔内原子的数目,加剧相位分布涨落的震荡。

### 参 考 文 献

- 1 D. T. Pegg, S. M. Barnett. Phase properties of the quantized single-mode electromagnetic field [J]. *Phys. Rev. A*, 1989, **39**(4): 1665~1675
- 2 Fan Anfu, Fan Xin, Zhou Xin. Effect of the nonlinear coupling intensity on quantum phase properties of light field in the generalized Jaynes-Cummings model with a Kerr medium [J]. *Acta Sinica Quantum Optica*, 2000, **6**(1): 36~43  
范安辅, 范欣, 周昕. 存在 Kerr 介质的广义 Jaynes-Cummings 模型非线性耦合强度对光场量子相位特性的影响 [J]. *量子光学学报*, 2000, **6**(1): 36~43
- 3 H. X. Meng, C. L. Chai, Z. M. Zhang. Phase dynamics of coherent light in the M-photon Jaynes-Cummings model [J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(3): 2131~2134
- 4 Tian Yonghong, Peng Jinsheng, Tao Shaohua *et al.*. Phase properties of light in the Tavis-Cummings model [J]. *Chinese J. Quant. Electron.*, 1999, **16**(5): 406~412  
田永红, 彭金生, 陶少华 等. Tavis-Cummings 模型系统中光场的相位特性 [J]. *量子电子学报*, 1999, **16**(5): 406~412
- 5 C. C. Gerry. On the phase fluctuations of coherent light interacting with an anharmonic oscillator [J]. *Opt. Commun.*, 1987, **63**(4): 278~280
- 6 Ts. Gantsog, R. Tanas. Phase properties of self-squeezed states generated by the anharmonic oscillator [J]. *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**(6): 1021~1034
- 7 J. G. Peixoto de Faria, M. C. Nemes. Dissipative dynamics of the Jaynes-Cummings model in the dispersive approximation: Analytical results [J]. *Phys. Rev. A*, 1999, **59**(5): 3918~3925
- 8 Zhu Min, Zhou Qingchun. Dissipative dynamics of the Jaynes-Cummings model with a Kerr medium [J]. *Acta Quantum Optica Sinica*, 2007, **13**(4): 245~249  
朱敏, 周青春. Kerr 介质中 J-C 模型的色散近似耗散动力学 [J]. *量子光学学报*, 2007, **13**(4): 245~249
- 9 Sun Kyung Lee and Hai-Woong Lee. Damped population oscillation in a spontaneously decaying two-level atom coupled to a monochromatic field [J]. *Phys. Rev. A*, 2006, **74**(6): 3817
- 10 L. Zhou, H. S. Song, Y. X. Luo. Dissipative dynamics of two-photon Jaynes-Cummings model with the Stark shift in the dispersive approximation [J]. *Phys. Lett. A*, 2001, **284**(4): 156~161
- 11 H. A. Hessian, Helmut Ritsch. Influence of phase damping on nonclassical properties of the two-mode Jaynes-Cummings model [J]. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2002, **35**: 4619~4635
- 12 Zhou Yuan, Zhang Yingjie, Xia Yunjie. Remote control of quantum statistical properties of light field [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 1122~1128  
周原, 张英杰, 夏云杰. 远程控制光场的量子统计性质 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(6): 1122~1128
- 13 Lei Xu, Zhiming Zhang. Modified effective Hamiltonian for degenerate Raman process [J]. *Z. Phys. B. Condensed. Matter*, 1994, **95**: 507~510
- 14 M. B. Plenion, S. F. Huelga, A. Beige *et al.*. Cavity-loss-induced generation of entangled atoms [J]. *Phys. Rev. A*, 1999, **59**(3): 2468~2475
- 15 D. F. Walls, G. J. Milburn. Effect of dissipation on quantum coherence [J]. *Phys. Rev. A*, 1985, **31**(4): 2403~2408
- 16 G. S. Agarwal, S. Chaturvedi, K. Tara *et al.*. Classical phase changes in nonlinear processes and their quantum counterparts [J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(7): 4904~4910
- 17 Song Kehui. Preparation of two-mode SU(2) Schrödinger cat states via atom-cavity-field Raman interaction [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(1): 51~55  
宋克慧. 利用原子-腔场的拉曼相互作用制备双模 SU(2) 薛定谔猫态 [J]. *光学学报*, 2000, **20**(1): 51~55
- 18 Fan Anfu, Wang Zhiwei. Phase, coherence properties, and the numerical analysis of the field in the nonresonant Jaynes-Cummings model [J]. *Phys. Rev. A*, 1994, **49**(2): 1509~1512