

文章编号: 0253-2239(2010)09-2724-06

初级球差及孔径对径向偏振高阶矢量 贝塞尔-高斯光束聚焦的影响

陈建农 于永江

(鲁东大学物理系, 山东 烟台 264025)

摘要 在束腰不在物镜入瞳位置的一般情况下,利用理查德-沃尔夫矢量衍射积分公式获得了径向偏振高阶矢量贝塞尔-高斯光束通过有初级球差和受孔径限制的物镜聚焦的三维光场的径向,方位角和纵向分量表达式。数值模拟了入射光束受圆孔径和环形孔径限制情况下初级球差对光场分布的影响。结果表明:球差对焦平面光场分布的影响是非常小的,尤其是环形孔径限制情况下球差的影响可以完全忽略;在受圆形孔径限制情况下,光束经有球差物镜聚焦后,焦面前后的光场分布不再对称。球差导致在焦平面各点的强度分布变化并不总是一致变大,或一致变小;使用环形孔径时光束聚焦后的光斑尺寸要远小于使用圆形孔径时光束聚焦后的光斑尺寸。

关键词 物理光学;贝塞尔-高斯光束;初级球差;径向偏振

中图分类号 O431.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103009.2724

The Effect of Primary Spherical Aberration and Aperture on Focusing of Radially Polarized High-Order Vector Bessel-Gauss Beams

Chen Jiannong Yu Yongjiang

(Physics Department, Ludong University, Yantai, Shandong 264025, China)

Abstract Using Richard-Wolf vector diffraction integral formulae, the radial, azimuthal and longitudinal component expressions of the focused three-dimensional light field of radially polarized high-order vector Bessel-Gauss beams by an objective with primary spherical aberration and obstructed by an aperture are obtained. The effects of primary spherical aberration on the focused light field distribution by the objective obstructed with a circular aperture and an annular aperture are numerically simulated. It is shown that, the influence of spherical aberration on the light distribution at the focal plane is very small especially for the case of the objective obstructed with an annular aperture. In the case of an objective with spherical aberration and obstructed with a circular aperture, the focused light fields before and after the focal plane are not symmetrical. The intensity-distribution change of each point at the focal plane resulted by spherical aberration does not uniformly increase or decrease. The size of the light spot at the focal plane focused by an objective obstructed with an annular aperture is much smaller than the one focused by an objective obstructed with a circular aperture.

Key words physical optics; Bessel-Gauss beam; primary spherical aberration; radial polarization

1 引言

激光光束在高数值孔径显微物镜下的聚焦是一个有趣和实用的问题。聚焦光场的强度分布决定和影响共焦显微镜、光刻技术、光学三维存储与光捕获和操控等一系列应用中的成败和效果。因此,科学家们已经在这方面作了很多的研究^[1~10]。研究结果表明:聚焦光场的强度分布在高数值孔径时容易

受人射光束的偏振形式所影响,这是由于聚焦光场的纵向分量的大小与会聚光束的会聚角密切相关,特别是对有径向偏振分量的入射光束而言尤其如此。对于偏振的影响,标量衍射理论是无法给出正确的结果的。B. Richards等^[1]的矢量衍射积分给出了普遍适用的结果。另一个影响聚焦光场强度分布的因素是入射光束横向模式。因此,对不同类型

收稿日期: 2009-10-12; 收到修改稿日期: 2010-01-05

基金项目: 山东省自然科学基金(Z2008A02)资助课题。

作者简介: 陈建农(1963-),男,硕士,教授,主要从事光学信息处理和光束变换方面的研究。

E-mail: jnchen1963@yahoo.com.cn

的激光束的聚焦研究就成为了一个重要的课题。矢量贝塞尔-高斯光束是一类重要的光束。它具有丰富的横向模式变化,包含径向和方位角偏振两个分量,在光捕获方面有很好的潜在应用价值。P. L. Greene 等^[11,12]研究了一般矢量贝塞尔-高斯光束的传播和衍射特性。张志明等^[13]利用理查德-沃尔夫矢量衍射积分推导了低阶矢量贝塞尔-高斯光束聚焦场的光强表达式,并用数值方法分析了各个参数对焦面和焦点附近光强变化的影响。刘勇等^[14]则进一步研究了聚焦物镜初级球差对低阶矢量贝塞尔-高斯光束聚焦场的影响。但上述报导都基于这样一个事实:入射矢量贝塞尔-高斯光束的束腰都刚

好位于 $z=0$ 平面,即物镜入射光瞳位置。这样做大大简化了矢量衍射积分中入射光束的表达式,但是很明显,结果失去了普遍性。本文将研究入射径向偏振高阶矢量贝塞尔-高斯光束的束腰不在 $z=0$ 平面并且物镜入射光瞳受圆形孔径和环形孔径限制的一般情况,给出了物镜有初级球差时聚焦场径向,方位角及纵向分量的光场表达式和光强数值模拟结果,并分析了相关参数对光强分布的影响。

2 径向偏振高阶矢量贝塞尔-高斯光束

在柱坐标系中,径向偏振高阶矢量贝塞尔-高斯光束电矢量可以表示为

$$\mathbf{E}(\rho, \phi, z) = g(\rho, z) \epsilon_{m,\rho}(\rho, \phi, z) \exp[i(kz - \omega t)] \hat{\rho}, \quad (1)$$

式中

$$g(\rho, z) = \frac{\omega_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{\rho^2}{\omega_0^2(1+z^2/L^2)}\right] \exp\left\{i\left[\frac{z\rho^2}{\omega_0^2 L(1+z^2/L^2)} - \Phi(z)\right]\right\}, \quad (2)$$

$$\epsilon_{m,\rho}(\rho, \phi, z) = Q(z) \left[a_m J_{m-1}\left(\frac{\beta\rho}{1+iz/L}\right) + b_m J_{m+1}\left(\frac{\beta\rho}{1+iz/L}\right) \right] f(m\phi), f(m\phi) = \sin(m\phi) \text{ or } \cos(m\phi), \quad (3)$$

$$w(z) = \omega_0 [1 + (z/L)^2]^{1/2}, \quad (4)$$

$$L = k\omega_0^2/2, \quad (5)$$

$$\Phi(z) = \arctan(z/L), \quad (6)$$

$$Q(z) = \exp\left[-\frac{i\beta^2 z/(2k)}{1+iz/L}\right], \quad (7)$$

式中 ω_0 为高斯光束束腰; λ 为激光波长; a_m , b_m 和 β 为常数; m 为模参数($m \geq 1$); $k = 2\pi/\lambda$; J_{m-1} 和 J_{m+1} 是 $m-1$ 和 $m+1$ 阶第一类贝塞尔函数。(1) 式是矢量波动方程(8) 式的近轴近似解

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (8)$$

可以证明,当 $a_m = b_m$ 时,(1) 式是矢量波动方程更精

确的解。以下的讨论均假定 $a_m = b_m$ 。

采用下列参数值对径向偏振矢量贝塞尔-高斯光束的横向强度分布进行了数值模拟,得到了图 1 所示的等高线图。 $a_m = 1$, $\omega_0 = 1$ mm, $\lambda = 633$ nm, $z = 1$ mm, $\beta = 0.0005k$ 。假定 $z = 1$ mm 平面是聚焦物镜的入射光瞳位置。则图 1 光强分布即为入射光波强度分布。

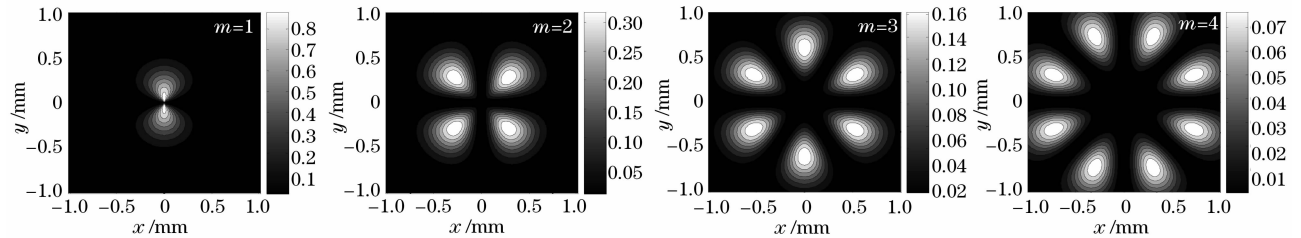


图 1 径向偏振矢量贝塞尔-高斯光束横向强度等高线图

Fig. 1 Transverse intensity contour of radially polarized vector Bessel-Gauss beam

3 初级球差对径向偏振高阶矢量贝塞尔-高斯光束聚焦场的影响

利用理查德-沃尔夫(Richard-Wolf)矢量衍射积分公式可以获得在聚焦物镜入射光瞳位置为平面波前的入射激光束在焦平面附近的电场分量。然而对于考虑初级球差存在时的高数值孔径物镜,入射光瞳调制

函数需要附加一个球差调制函数。另外由于入射光瞳并非在高斯函数束腰位置,因此在入射光瞳处,波前并非平面波前。与平面波前比较有一个剩余相位函数。如果把相位函数当作入射光瞳调制函数的一部分,则理查德-沃尔夫矢量衍射积分仍然可以适用。在圆柱坐标系中,聚焦场的电矢量径向分量,方位角分量和纵向分量分别为^[15]

$$U_{\rho, \text{radial}}(r_0, \phi_0, z_0) = \frac{-iA}{\pi} \int_0^{\alpha} \int_0^{2\pi} \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \cos \theta \cos(\phi - \phi_0) U_{\text{radial}} U_0(\theta) \exp\{ik[z_0 \cos \theta + r_0 \sin \theta \cos(\phi - \phi_0)]\} d\phi d\theta, \quad (9)$$

$$U_{\phi, \text{radial}}(r_0, \phi_0, z_0) = \frac{-iA}{\pi} \int_0^{\alpha} \int_0^{2\pi} \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \cos \theta \sin(\phi - \phi_0) U_{\text{radial}} U_0(\theta) \exp\{ik[z_0 \cos \theta + r_0 \sin \theta \cos(\phi - \phi_0)]\} d\phi d\theta, \quad (10)$$

$$U_{z, \text{radial}}(r_0, \phi_0, z_0) = \frac{iA}{\pi} \int_0^{\alpha} \int_0^{2\pi} \sqrt{\cos \theta} \sin^2 \theta U_{\text{radial}} U_0(\theta) \exp\{ik[z_0 \cos \theta + r_0 \sin \theta \cos(\phi - \phi_0)]\} d\phi d\theta, \quad (11)$$

式中 α 为系统孔径角的半角。A 为与振幅有关的常数, U_{radial} 为入射光束在平面 z 处的径向偏振电场分布函数。 $U_0(\theta)$ 为会聚光束偏离理想球面波的球差函数^[16]。它们分别为

$$U_{\text{radial}}(\rho, \phi, z) = g(\rho, z) \epsilon_{m, \rho}(\rho, \phi, z) \exp(ikz), \quad (12)$$

$$U_0(\theta) = \exp\left(ikA_s \frac{\sin^4 \theta}{\sin^4 \alpha}\right), \quad (13)$$

式中 A_s 为球差系数。对于符合正弦条件的物镜, $\rho = f \sin \theta$, f 为物镜焦距。

3.1 圆形孔径受限

对于受圆形孔径限制的入射光束, (9) 式, (10) 式和 (11) 式中对 θ 的积分范围为 $0 < \theta < \alpha$, 取 $\alpha = \pi/3$ 。图 2 是数值模拟在焦平面的横向强度等高线图。其中物镜焦距 $f = 10$ mm, 球差系数 $A_s = 0$ 。其他参数与模拟图 1 时是相同的。与图 1 比较, 聚焦后的强度分布发生了变化。对模参数 $m = 1$ 的光束, 由一个中心光强为零的双峰结构变成一个中心光强不为零的三峰结构。对模参数 $m = 2, 3$ 的光束可以看到四峰和六峰光强分布聚焦后变成了八峰和

十二峰结构。对模参数 $m = 4$ 的光束, 同样可以看到聚焦后光强的峰变成十六峰。只不过已超出焦平面模拟范围 $6 \mu\text{m} \times 6 \mu\text{m}$ 。这种现象类似于面包圈空心光束经高数值孔径物镜聚焦后出现双峰光强分布结构^[6], 可以应用于生物细胞的捕获, 拉伸, 弯曲和旋转等操控^[17]。对于模参数 $m = 4$ 的光束, 比较图 1 和图 2, 可以看出聚焦前后, 光强分布方位角发生了变化。

图 3 为球差系数分别为 $A_s = 0$ 和 $A_s = \lambda$ 时焦平面光强分布差值的等高线图。所用参数均与图 2 相同。从图 2 和图 3 的每个模态强度分布图可以看出, 图 2 和图 3 的灰度等级至少差四个数量级。因此可以得到球差导致的强度分布变化是非常小的。图 3 灰度等级标尺上, 既有正灰度等级, 也有负灰度等级。这点表明球差导致在焦平面各点的强度分布变化并不总是一致变大, 或一致变小。而是有的地方变大, 有的地方变小。

图 4 的两个图分别是 $A_s = 0$ 和 $A_s = \lambda$ 时, 模参数 $m = 1$ 的径向偏振矢量贝塞尔-高斯光束聚焦后

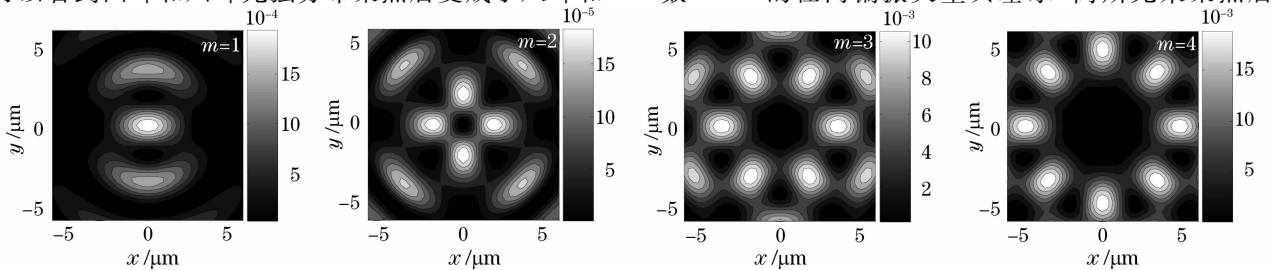


图 2 受圆孔径限制的径向偏振矢量贝塞尔-高斯光束在焦平面的横向强度等高线图

Fig. 2 Transverse intensity contour at the focal plane of radially polarized vector Bessel-Gauss beam obstructed by a circular aperture

在焦平面前 $z=1\text{ mm}$ 处和焦平面后 $z=-1\text{ mm}$ 处的横向强度差的等高线图。从灰度等级标尺上可以看到, $A_s=0$ 时, 图上最大灰度等级约 6×10^{-10} , 而 $A_s=\lambda$ 时图上最大灰度等级约 1.2×10^{-8} , 是前者的 20 倍。这说明有球差时, 焦平面前后光强分布比无

球差时要大得多。也就是说焦点前后光强分布是不对称的。平面波入射, 经过有球差的系统后不再是理想的球面波。对径向偏振矢量贝塞尔-高斯光束来说, 球差一样导致出射波面的偏离。

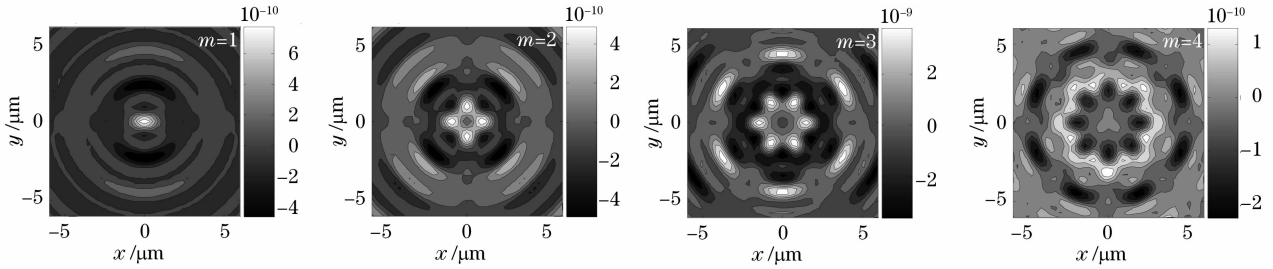


图 3 受圆孔径限制的径向偏振矢量贝塞尔-高斯光束被有球差物镜和无球差物镜聚焦时在焦平面的横向强度差等高线图

Fig. 3 Transverse intensity-difference contour at the focal plane of the objective with spherical aberration and without spherical aberration of radially polarized vector Bessel-Gauss beam obstructed by a circular aperture

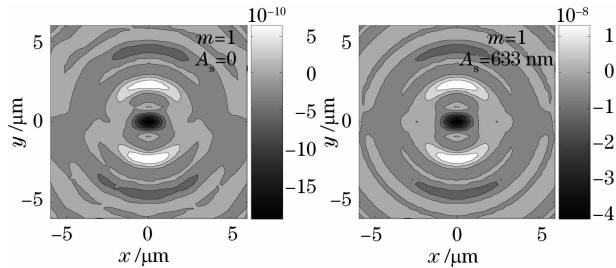


图 4 受圆孔径限制模参数 $m=1$ 的径向偏振矢量贝塞尔-高斯光束被有球差物镜和无球差物镜聚焦时在焦平面前 $z=1\text{ mm}$ 处和焦平面后 $z=-1\text{ mm}$ 处的横向强度差等高线图

Fig. 4 Transverse intensity contour at the off-focus plane of the objective with spherical aberration and without spherical aberration of radially polarized vector Bessel-Gauss beam of mode parameter $m=1$ obstructed by a circular aperture

3.2 环形孔径受限

对于受环形孔径限制的入射光束, (9)~(11)式中对 θ 的积分范围为 $\alpha_1 < \theta < \alpha_2$, 取 $\alpha_1 = \pi/4, \alpha_2 = \pi/3$. 图 5 是数值模拟在焦平面的横向强度等高线

图. 参数与模拟图 2 时是相同的。比较图 1, 图 2 和图 5, 一个有趣现象是环形孔径情况下, 聚焦后的光强方位角分布没有发生变化, 这一点是与圆形孔径情况时不同的。但灰度等级图 5 比图 2 要小四到五个数量级。另一个特点是, 图 5 的光强分布范围大约 $1\text{ }\mu\text{m}\times 1\text{ }\mu\text{m}$. 与圆形孔径情况比较要小得多(面积约 $1/36$). 这是因为靠近出瞳边缘的光线在光轴上的会聚角要比靠近光轴的光线会聚角要大。由于球差的存在, 它们在焦平面上并不会聚于一点, 而是形成一个弥散斑。会聚角变化的范围越大, (13)式表示的相位变化就越大, 球差导致的弥散斑就越大。使用环形孔径限制时会聚角变化的范围比较小, 因此聚焦光斑小。理想球面波的焦点位于靠近出瞳的边缘光线焦点和远离出瞳的傍轴光线焦点之间。理想焦点更靠近边缘光线焦点。因此, 要获得较好的聚焦效果或更小的光斑, 使用环形孔径是可取的。

图 6 为受环形孔径限制时, 有球差和无球差物镜聚焦光束在焦平面的强度分布差的等高线图。四个模态的等高线图与图 5 非常类似。但灰度等级图

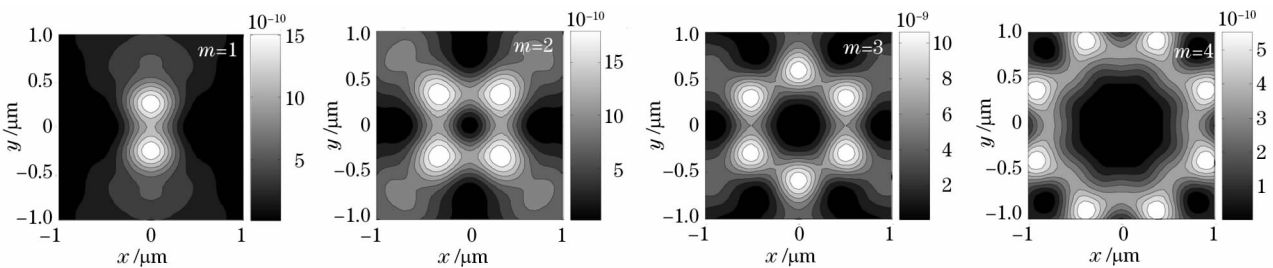


图 5 受环形孔径限制的径向偏振矢量贝塞尔-高斯光束在焦平面的横向强度等高线图

Fig. 5 Transverse intensity contour at the focal plane of radially polarized vector Bessel-Gauss beam obstructed by an annular aperture

6 比图 5 要小 40 个左右数量级。表明考虑球差和不考虑球差, 焦平面上的强度分布几乎一样。而在受圆孔径限制时, 考虑球差和不考虑球差, 焦平面上的强度分布差四五个数量级。从这个意义上讲, 受圆孔径限制时, 球差的影响要严重一些, 对要求较高的应用场合必须认真地加以球差校正。而在使用环形孔径限制时, 球差的影响可以忽略。图 6 中, $m=2$ 的模态与 $m=1, 3, 4$ 的模态不同, 无球差时, 光强比较强的区域要比有球差时光强比较强的区域光强度低一些; 相反, 无球差时, 光强比较弱的区域要比有球差时光强比较弱的区域光强度高一些。

图 7 是在 $z_0=1$ mm 的离焦平面时, 有球差和无球差物镜聚焦的光强分布差的等高线图。图 7 与

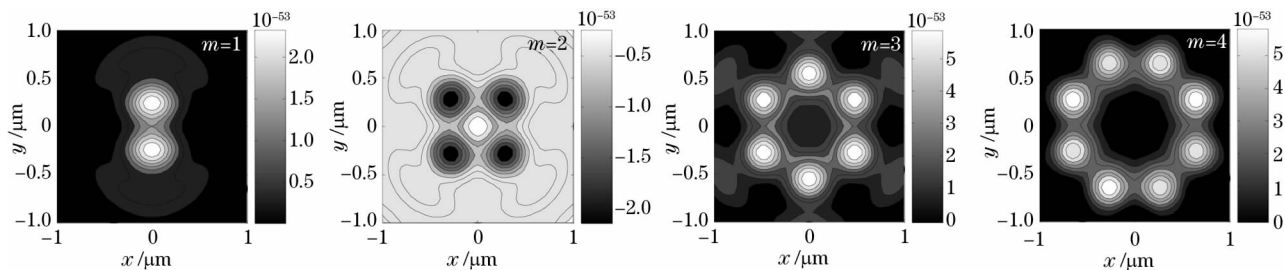


图 6 受环形孔径限制的径向偏振矢量贝塞尔-高斯光束被有球差物镜和无球差物镜聚焦时在焦平面的横向强度差等高线图

Fig. 6 Transverse intensity-difference contour at the focal plane of the objective with spherical aberration and without spherical aberration of radially polarized vector Bessel-Gauss beam obstructed by an annular aperture

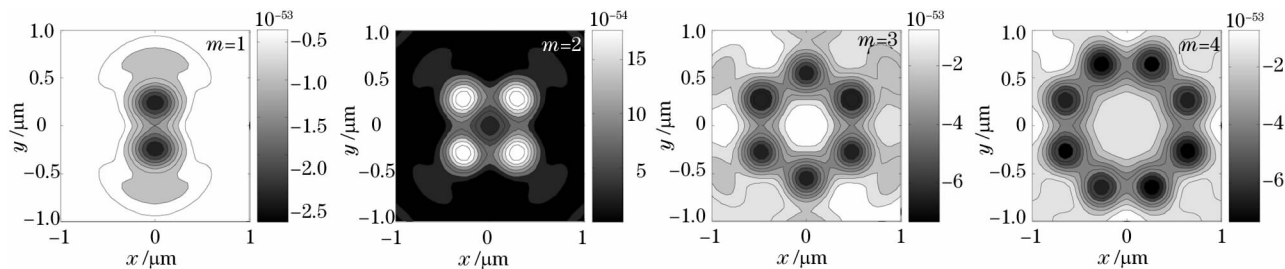


图 7 受环形孔径限制的径向偏振矢量贝塞尔-高斯光束被有球差物镜和无球差物镜聚焦时在 $z_0=1$ mm 平面的横向强度差等高线图

Fig. 7 Transverse intensity-difference contour at $z_0=1$ mm plane of the objective with spherical aberration and without spherical aberration of radially polarized vector Bessel-Gauss beam obstructed by an annular aperture

4 结 论

利用理查德-沃尔夫矢量衍射积分公式获得了径向偏振高阶矢量贝塞尔-高斯光束通过有初级球差的物镜聚焦时在柱坐标系中三个分量的三维光场表达式。数值模拟了入射光束受圆孔径和环形孔径限制两种情况下初级球差对光场分布的影响。模拟结果表明:

1) 球差对焦平面光场分布的影响是非常小的, 尤其是环形孔径限制情况下球差的影响可以完全忽略;

图 6 比较, 相同模参数的两个分布图, 离焦分布要比焦平面分布稍发散一些。图 7 中, $m=2$ 的模态与 $m=1, 3, 4$ 的模态也不相同, 无球差时, 光强比较强的区域要比有球差时光强比较强的区域光强度高一些; 相反, 无球差时, 光强比较弱的区域要比有球差时光强比较弱的区域光强度低一些。这正好与位于焦平面的结果图 6 相反。因此, 可以推断: 对于每一个模态, 位于焦平面和 $z_0=1$ mm 的离焦平面之间必定可以找到一个平面, 在该平面上, 物镜有球差和无球差两种情况, 聚焦光强分布差异达到最小。对于确定的点, 可以找到一个平面, 在该平面上, 物镜有球差和无球差两种情况, 聚焦光强分布差异为零 (即灰度等级标尺上灰度为零)。

2) 在受圆形孔径限制情况下, 光束经有球差物镜聚焦后, 焦平面前后的光场分布不再对称;

3) 使用环形孔径时光束聚焦后的光斑尺寸要远小于使用圆形孔径时光束聚焦后的光斑尺寸; 因此要获得较好的聚焦效果, 可以采用环形孔径对入射光束进行限制。

4) 球差导致在焦平面各点的强度分布变化并不总是一致变大, 或一致变小, 而是有的地方变大, 有的地方变小。

上述结果对径向偏振高阶矢量贝塞尔-高斯光束的聚焦和应用有很重要的指导意义,特别是由于该光束横向模式的多样性,在微粒和生物细胞的光捕获,光旋转和光引导方面将会有很好的潜在应用。

参 考 文 献

- 1 B. Richards, E. Wolf. Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system [J]. *Proc. Royoyal Society of London*, 1959, **253**(1274): 358~379
- 2 Q. Zhan, J. R. Leger. Focus shaping using cylindrical vector beams[J]. *Opt. Express*, 2002, **10**(7): 324~331
- 3 G. M. Lerman, U. Levy. Tight focusing of spatially variant vector optical fields with elliptical symmetry of linear polarization [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(15): 2194~2196
- 4 Y. Kozawa, S. Sato. Focusing property of a double-ring-shaped radially polarized beam[J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(6): 820~822
- 5 M. Dyba, S. W. Hell. Focal spots of size $\lambda/23$ open up far-field florescence microscopy at 33 nm axial resolution[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(16): 163901
- 6 J. W. M. Chon, X. Gan, M. Gu. Splitting of the focal spot of a high numerical-aperture objective in free space[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2002, **81**(9): 1576~1578
- 7 R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs. Sharper focus for a radially polarized light beam [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(23): 233901
- 8 D. P. Biss, T. G. Brown. Cylindrical vector beam focusing through a dielectric interface[J]. *Opt. Express*, 2001, **9**(10): 490~497
- 9 Zhou Zehai, Tan Qiaofeng, Jin Guofan. Focusing of high polarization order axially-symmetric polarized beams[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(10): 938~940
- 10 Liu Xiaoyun, Tang Hongliang, Li Qian *et al.*. Focusing characteristics of partially coherent electromagnetic vortex beams [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(s1): 199~204
刘晓云,唐宏亮,李 倩等. 部分相干电磁涡旋光束的聚焦特性 [J]. *中国激光*, 2009, **36**(s1): 199~204
- 11 P. L. Greene, D. G. Hall. Diffraction characteristics of the azimuthal Bessel-Gauss beam[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1996, **13**(5): 962~966
- 12 L. Greene, D. G. Hall. Properties and diffraction of vector Bessel-Gauss beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(12): 3020~3027
- 13 Zhang Zhiming, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Focusing of cylindrically polarized Bessel-Gaussian beams through a high numerical aperture lens[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 401~405
张志明,蒲继雄,王喜庆. 圆柱偏振贝塞尔-高斯光束经高数值孔径透镜的聚焦[J]. *中国激光*, 2008, **35**(3): 401~405
- 14 Liu Yong, Chen Jiabi. Effect of primary spherical aberration on focusing field of cylindrical-vector Bessel-Gaussian beams [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(7): 1996~1999
刘 勇,陈家璧. 初级球差对矢量柱状贝塞尔-高斯光束聚焦场的影响[J]. *光学学报*, 2009, **29**(7): 1996~1999
- 15 Shunichi Sato, Yuichi Kozawa. Hollow vortex beams [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2009, **26**(1): 142~146
- 16 R. Kant. An analytical solution of vector diffraction for focusing optical systems with Seidel aberrations I. Spherical aberration, curvature of field, and distortion[J]. *J. Mod. Opt.*, 1993, **40**(11): 2293~2310
- 17 Min Gu, Smitha Kuriakose, Xiaosong Gan. A single beam near-field laser trap for optical stretching, folding and rotation of erythrocytes[J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(3): 1369~1375